

퍼지이론과 유전알고리즘의 합성에 의한 제어기설계

오종인, 이기성
충의대학교 전기제어공학과

Controller Design Using a Fuzzy Theory and Genetic Algorithm

Jongin Oh, Keeseong Lee
Dept. of Electrical & Control Eng., Hong Ik Univ.

Abstract - A position control algorithm for a inverted pendulum is studied. The proposed algorithm is based on a fuzzy theory and a steady state genetic algorithm(SSGA). The conventional fuzzy methods need expert's knowledges or human experiences. The SSGA, which is a optimization algorithm, tunes the input-output membership parameters and fuzzy rules automatically. The computer simulation to control a inverted pendulum is presented to illustrate the approaches.

1. 서 론

일반적으로 대부분의 시스템은 비선형성을 가지며, 이 불확실한 비선형 시스템을 제어하기 위한 수학적인 모델링은 상당히 번거로우며, 모델링을 하였더라도 대단히 복잡한 구조가 된다.

특히, 동작범위가 넓거나 시변 파라미터와 외란이 있는 비선형 시스템의 해석 및 제어 문제에서는 최적제어와 같은 고전적 제어기법으로는 한계가 있다. 비선형 시스템을 제어하기 위해 1965년 L. A. Zadeh에 의해서 제안된 퍼지 제어기법은 수학적 모델링이 곤란하거나, 비선형성이 강한 시스템에 많이 적용되어지고 있다. 퍼지 제어기의 구성시 규칙과 전·후건부의 파라미터는 전문가의 경험이나, 지식에 의존하여 주관적으로 결정되기 때문에, 안정한 제어 시스템의 설계가 곤란해진다. 이러한 문제들을 1975년 John Holland에 의해서 제안된 유전알고리즘을 이용하여 규칙과 전·후건부의 파라미터 최적화 시킨다.[1, 2]

따라서 본 논문에서는 로켓트나 2족 보행 로봇(Biped robots)의 자세 제어의 기본이 되는 비선형 시스템의 하나인 도립진자(inverted pendulum) 시스템을 유전과 퍼지추론을 이용하여 안정화 제어를 하고자 한다.

즉 평형점에 대한 위치 각도에 대한 최적의 유전과 퍼지 규칙을 생성하는데 목적을 두고 있다.

비선형이 강한 도립진자(inverted pendulum) 시스템의 유전과 퍼지추론 기법에 적용. 시뮬레이션에 의해 유전과 퍼지제어기를 구현하여 일반적 퍼지 제어기법과 비교하면서 제안하는 유전과 퍼지 제어기법의 우수성과 그 유통성을 입증한다.

2. 도립진자

도립진자 시스템의 수학적 모델을 구하면 아래와 같은식으로 표현될 수 있다. 막대와 수직선상이 이루는 각을 θ 라고 하자 (도립진자는 수직을 유지해야 하기 때문에, 각도 θ 는 작다고 가정한다).

진자의 무게중심의 (x, y) 좌표를 (x_G, y_G) 라고 하면

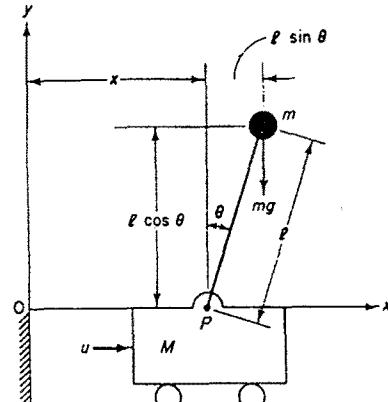


그림 1 도립진자 시스템

$$x_G = x + l \sin \theta$$

$$y_G = l \cos \theta$$

x 방향의 운동에 대하여 Newton의 제2법칙을 적용하면

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + m \frac{d^2 x_G}{dt^2} = u$$

$$(M+m)\ddot{x} - ml(\sin \theta)\ddot{\theta}^2 + ml(\cos \theta)\ddot{\theta} = u \quad (1)$$

M [kg] : 대차의 질량

m [kg] : 진자의 질량

u [v] : 수레에 작용하는 힘

l [m] : 회전 중심으로부터 진자 중심까지의 거리

g [m/s²] : 중력 가속도

y 방향의 운동을 고려하면 y 방향에서 질량 m 운동을 고려하는 대신 점 P 주위에서 질량 m 의 회전 운동을 고려한다.

Newton의 제2법칙을 회전 운동에 적용하면

$$m \frac{d^2 x_G}{dt^2} l \cos \theta - m \frac{d^2 y_G}{dt^2} l \sin \theta = mg l \sin \theta$$

$$\left[m \frac{d^2}{dt^2} (x + l \sin \theta) \right] l \cos \theta - \left[m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) \right] l \sin \theta = mg l \sin \theta$$

$$\begin{aligned}
m[\ddot{x} - \ell(\sin \theta)\dot{\theta}^2 + \ell(\cos \theta)\dot{\theta}] &= \cos \theta \\
-m[-\ell(\cos \theta)\dot{\theta}^2 - \ell(\sin \theta)\dot{\theta}] &\ell \sin \theta = mg\ell \sin \theta \\
m\ddot{x}\cos \theta + m\ell \dot{\theta} &= mg\sin \theta
\end{aligned} \tag{2}$$

식(1)과 (2)는 분명히 비선형 미분방정식이다. 도립진자는 수직을 유지 해야하기 때문에 $\dot{\theta}$ 와 θ 를 작은 값으로 가정하면 $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$, $\theta \dot{\theta}^2 \approx 0$ 이다. 그러면 식(1)과 (2)는 다음과 같이 선형화 될 수 있다.

$$(M+m)\ddot{x} = u - m\ell \dot{\theta} = u \tag{3}$$

$$m\ddot{x} + m\ell \dot{\theta} = mg\theta \tag{4}$$

선형화된 시스템 방정식 (3)과 (4)는 다음과 같이 수정될 수 있다.

$$M\ell \dot{\theta} = (M+m)g\theta - u \tag{5}$$

$$M\ddot{x} = u - mg\theta \tag{6}$$

식(5)은 식(3)과 식(4)로부터 \dot{x} 을 소거함으로써 얻어진 식이고, 식(6)은 식(3)과 식(4)로부터 $\dot{\theta}$ 을 소거함으로써 얻어진다.

상태변수 x_1, x_2, x_3, x_4 를 다음과 같이 정의

$$x_1 = \theta, \quad x_2 = \dot{\theta}, \quad x_3 = x, \quad x_4 = \dot{x}$$

각 θ 는 점 P에서의 회전 표시, x는 수레의 위치 표시 따라서 θ 와 x를 시스템의 출력으로 간주한다.

$$y = \begin{vmatrix} y_1 \\ y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \theta \\ x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_3 \end{vmatrix} \tag{7}$$

상태방정식

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2, \quad \dot{x}_2 = \frac{M+m}{M\ell} gx_1 - \frac{\ell}{M\ell} u \\
\dot{x}_3 &= x_4, \quad \dot{x}_4 = -\frac{m}{M} gx_1 + \frac{1}{M} u
\end{aligned} \tag{8}$$

벡터 행렬식으로 표현하면.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{M+m}{M\ell} g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m}{M} g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M+m}{M\ell} g \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \tag{9}$$

식(9)과 (10)는 도립진자의 시스템의 상태공간 표현식이다[3].

3. 퍼지 제어기

퍼지 제어시스템은 퍼지집합 이론 즉, 퍼지 "If-then" 규칙 및 퍼지추론에 기반을 둔 제어의 특수한 형태로서

비선형 시스템에 적용이 용이하고, 종래의 PID제어기나 정확한 모델에 근거하여 설계하면 외란에 대하여 강인한 제어특성을 갖는 병렬형, 논리형 제어기로서 언어적 제어의 특징을 가지고 있다. 일반적으로 퍼지제어기(Fuzzy logic controller; FLC)의 기본구조는 그림2와 같이 네 부문으로 주어진다[4,5,6].

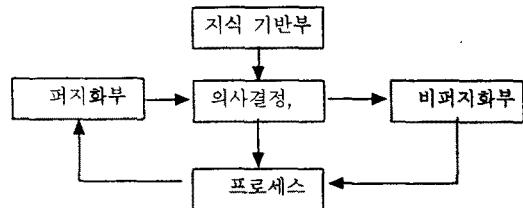


그림2 퍼지 제어기의 기본 구조

첫째, 퍼지화부는 현재의 입력값을 받아들이며 필요하다면 그 입력값을 적절한 퍼지공간에 맵핑시켜 퍼지화 한다.

둘째, 지식 기반부는 퍼지공간의 경계 및 가능한 변화, 그리고 언어적 값에 상응하는 퍼지집합에 대한 정보를 포함한다. 이 정보는 데이터 베이스를 나타내며 지식 베이스에는 언어적 제어 규칙으로 구성된 제어규칙부를 포함한다. 셋째, 의사결정부는 실행부로서 지식 기반에 따라 측정된 입력값에 상응하는 퍼지제어 값은 결정한다. 넷째 퍼지 출력값을 실제 크리스프한 제어 입력값으로 변환시키는 비퍼지화 연산을 행한다.

퍼지추론이란, 몇 가지의 퍼지 명제들로부터 어느 한 명제를 도출해 내는 것으로서 퍼지관계의 합성규칙에의 한 직접법과 퍼지 전리치를 이용하는 간접법이 있으며, 본 논문에서는 직접법에 의해 비퍼지한 무게 중심법을 이용했다.

진자의 상태에 따라 안정한 제어기를 설계하기 위해 퍼지 규칙을 제시한다. 진자를 바로 세우는 방법은 간단히 "진자가 오른쪽(positive)로 넘어지면 제어 입력 u를 양(positive)으로 하여 운송차를 오른쪽으로 움직여라."와 같이 쓸 수 있다. 이것은 If ~Then 형식으로 표현하면

If θ is Positive then u is Positive

로 된다. 여기서 진자가 넘어지는 속도 $\dot{\theta}$ 까지 고려하면 $\dot{\theta}$ 가 Positive일 때 다시 세가지의 경우가 생긴다. 표 1은 각도 θ 및 각도의 변화량 $\dot{\theta}$ 에 대한 전체 25개의 퍼지 제어 규칙을 나타낸다.

그림3은 입력 변수 즉, 진자의 각도 θ 및 각도의 변화량 $\dot{\theta}$ 와 출력변수인 제어 입력 u 에 대한 소속함수를 각각 나타내고 있다.

θ	$\dot{\theta}$	NB	NM	ZO	PM	PB
NB	NG	NB	NM	NS	ZO	
NM	NB	NM	NS	ZO	PS	
ZO	NM	NS	ZO	PS	PM	
PM	NS	ZO	PS	PM	PB	
PB	ZO	PS	PM	PB	PG	

표1 실험에 사용된 퍼지규칙

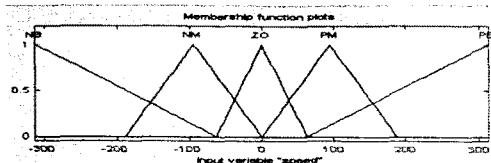


그림 3 퍼지함수의 각속도의 소속함수

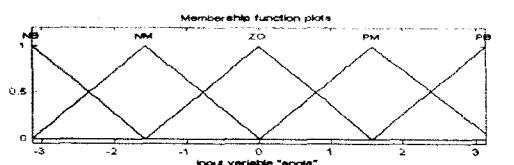


그림 4 퍼지시스템의 각도의 소속함수

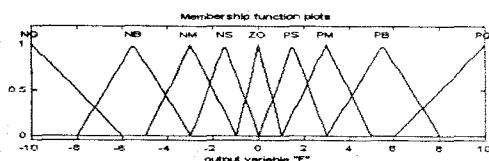


그림 5 퍼지시스템 출력의 소속함수

4. 유전 알고리즘

유전 알고리즘은 미지의 함수 $Y=f(x)$ 를 최적화하는 해 x 를 찾는 모의 진화(Simulated Evolution)형의 탐색 알고리즘이다. 유전 알고리즘에서는 생물학적 유전인자인 염색체에 해당하는 문자열을 가지고 생물과 같은 재생산(Reproduction), 교배(Crossover), 돌연변이(Mutation)를 거쳐서 다음 세대의 새로운 자손(Offspring)을 인공적으로 만들어 낸다[6,7].

다음은 본 논문에서 사용한 SSGA의 알고리즘이다.

- step 1. 초기 개체군(population)을 초기화한다.
- step 2. 개체군 내에서 적합도가 가장 높은 개체 두 개를 선택한다.
- step 3. 선택한 두 부모개체에 대해서 균일 교배를 수행하여 자식 개체를 생성한다.
- step 4. 생성된 자식개체에 돌연변이연산을 수행한다.
- step 5. 개체군 내에서 가장 낮은 적합도를 가진 개체 두개를 개체군에서 삭제한다.
- step 6. 생성된 자식개체를 개체군에 삽입한다.
- step 7. 정해진 세대수만큼 or 목적하는 값이 될 때까지 2~6을 반복한다.

5. 시뮬레이션 결과 및 검토

제안한 제어기로 도립진자의 시뮬레이션을 한 후 퍼지 제어기와 신경회로망을 이용한 자동구축 퍼지제어기와 성능을 비교하였다.

제어 방식	응답 속도
퍼지제어(단, GA없음)	6.5[sec]
신경회로망을 이용한 퍼지제어	2.1[sec]
퍼지제어와 GA에 의한 제어	1.8 [sec]

표 2 운송차의 초기 위치 -0.4(m)

진자의 초기 각도 -0.2 (rpm)

제어 방식	응답 속도
퍼지제어(단, GA없음)	5.5[sec]
진화 전략	4 [sec]
퍼지제어와 GA에 의한 제어	1.8 [sec]

표 3 운송차의 초기 위치 -0.5(m)

진자의 초기 각도 -6 °

6. 결 론

본 논문에서는 비선형 시스템 제어에 많이 쓰이는 퍼지제어 시스템을 사용할 때, 멤버십함수와 제어규칙을 유전알고리즘으로 최적화하였다. 이러한 요소들을 기존의 퍼지시스템에서 인간의 경험 등으로 결정하는 것을 유전알고리즘으로 자동 동조하였고, 시뮬레이션을 통해 도립진자에 적용하였다. 그리고 타제어방식과 비교하여 제안된 제어기의 유용성과 제어성능의 우수성을 보였다.

(참 고 문 헌)

- [1] G. V. S. Raju and Jun Zhou, "Adaptive Hierarchical Fuzzy Controller," *IEEE S. M. C.*, Vol. 23, No. 4, July 1994.
- [2] B. M. Chung and J. H. Oh, "Auto-tuning Method of Membership Function in a Fuzzy Learning Controller," *Journal of Intelligent and Fuzzy System*, Vol. 1, 1994.
- [3] Katsuhiko Ogata, "Modern Control Engineering," Prentice, pp. 104-107, 787-795, 830-836, 1996.
- [4] 오영석, 채석, "퍼지이론과 제어," 청문각, 1995.
- [5] Earl Cox "Fuzzy Systems Handbook," 삼각영 1995
- [6] 임영도, 이상부, "퍼지·신경망·유전진화" 영파일 pp. 11-105, 193-265, 1996.
- [7] Zbigniew Michalewicz, "Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs," Springer-Verlag, 1996.