

퍼지 입력 공간 분할에 따른 퍼지 추론과 이의 최적화

박병준, 윤기찬, 오성권, 장성환  
 원광대학교 전기전자공학부, 전라북도 익산시 신흥동 344-2 ☎570-749

Fuzzy inference system and Its Optimization according to partition of Fuzzy input space

Byoungjun Park, Ki chan Yoon, Sungkwun Oh, and Seongwhan Jang  
 Division of Electrical and Electronic Engineering, Wonkwang Univ., Iksan, KOREA

**Abstract** - In order to optimize fuzzy modeling of nonlinear system, we proposed a optimal fuzzy model according to the characteristic of I/O relationship, HCM method, the genetic algorithm, and the objective function with weighting factor.

A conventional fuzzy model has difficulty in definition of membership function. In order to solve its problem, the premise structure of the proposed fuzzy model is selected by both the partition of input space and the analysis of input-output relationship using the clustering algorithm. The premise parameters of the fuzzy model are optimized respectively by the genetic algorithm and the consequence parameters of the fuzzy model are identified by the standard least square method. Also, the objective function with weighting factor is proposed to achieve a balance between the performance results for the training and testing data.

1. 서 론

퍼지 알고리즘과 복잡한 시스템의 언어 모델링을 이용하여 1974년 Mamdani가 제어에 응용한 것이 퍼지 제어의 시초이며, 퍼지제어를 발달시킨 것은 퍼지 알고리즘과 언어 모델링이다. 퍼지 알고리즘이란 crisp 알고리즘을 퍼지화한 것으로 모호한 지식을 포함한다. 또한 언어 모델링이란, 복잡한 시스템의 모델링을 위해 제안된 것으로 Zadeh의 부정합성 원리에 근거를 두고 있다. 비선형적이고 다변수인 시스템을 대상으로한 퍼지 제어기와 퍼지 모델의 성능은 퍼지 규칙의 구성 방법에 의존하며 보다 좋은 성능을 위해서는 퍼지 규칙의 동정이 필연적이다. 초기 퍼지 모델의 동정연구로는 언어적 접근 방식에서, Tong은 논리적 조사 방법에 의해 가스로 공정을 동정하였고(2), 퍼지관계 방정식에 기초한 접근방식에서, Pedrycz는 퍼지관계 방정식에 의해 새로운 합성 규칙인 기준 퍼지집합과 Zadeh의 제한적 가능성 분포의 개념에 기초해서 동정하였다(1).

본 논문에서 제안된 규칙베이스 퍼지모델은 클러스터링 알고리즘과 유전자 알고리즘 및 퍼지규칙의 이론을 이용함으로써 시스템 구조와 파라미터 동정을 시행한다. 또한 하중값을 가진 목적함수를 제시함으로써 기존의 학습 데이터뿐만 아니라 테스트 데이터를 고려한 퍼지모델 성능 즉 근사화 능력과 예측능력 모두를 고려하여 실 공정 적용의 유용성에 그 방향을 맞추어, 특히 설계자의 의도, 성능 결과의 상호균형, 시스템의 비선형 정도 등에 따른 최적 모델 동정을 시도하였다. 두 형태의 퍼지 모델 방법은 간략추론 및 선행추론에 의해 시행되며, 두 가지 추론 방법에는 삼각형 형태의 소속함수를 사용한다. 소속함수는 클러스터링 기법 중 HCM 방법을 사용하여 정의하며, HCM에 의한 파라미터를 초기값으로

유전자 알고리즘을 이용하여 퍼지추론 시스템의 전반부 파라미터를 최적화한다. 후반부는 표준 최소자승법을 사용하여 동정한다. 이의 평가를 위해 몇 개의 수치 데이터를 이용하여 기존의 경험적 방법에 의한(데이터의 최대, 최소값을 이용한) 퍼지모델링 방법과 성능지수를 비교한다.

2. 본 론

2.1 퍼지 동정 알고리즘

규칙베이스 퍼지모델의 전반부 동정은 입력 정보, 즉 퍼지규칙의 전반부 변수의 선택과 입력변수 공간의 퍼지 분할 결정, 그리고 입력공간의 파라미터 결정이 필요하다. 후반부 동정은 후반부 변수의 선택과 후반부 변수의 파라미터를 결정하는 것이다.

2.1.1 소속함수의 정의

기존의 방법은 소속함수를 그림 1처럼 입력 변수의 최소값과 최대값 사이를 임의의 개수로 등분해서 일률적으로 정의하였다. 그러나, 계통은 나열대로의 특성을 가지고 있기 때문에, 그 특성에 따라 소속함수를 정의하는 것이 보다 합리적인 방법이다.

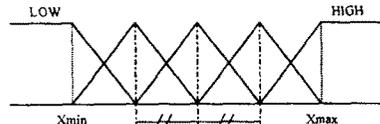


그림 1. 기존 방법에 의한 소속함수의 균일한 정의

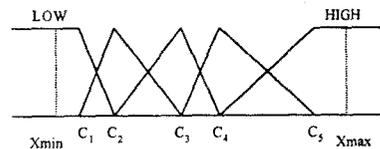


그림 2. 클러스터링 알고리즘에 의한 소속함수의 정의

본 논문에서는 입출력 데이터의 특성을 이용하여 모델링을 수행한다. 모델링 데이터의 특성을 찾아내기 위해 논문에서는 클러스터링 알고리즘을 이용한다. 클러스터링 기법을 통해 데이터를 특성별로 분류하고, 분류된 클러스터들의 중심을 사용하여 그림 2처럼 소속함수를 정의한다.

클러스터링 알고리즘으로는 데이터들간의 거리를 기준으로 하여 근접한 정도를 측정하고, 이를 바탕으로 데이터를 분류하는 HCM(Hard C-means) 방법을 사용한다. HCM 알고리즘의 수행과정은 다음과 같다.

step 1. 클러스터의 개수 ( $2 \leq c \leq n$ )를 결정하고 중심  $c_i (i=1, \dots, c)$  값을 랜덤하게 선택하여 초기화한다.

step 2. 소속행렬  $U$ 를 결정한다.

$$u_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } \|x_i - c_j\|^2 \leq \|x_i - c_k\|^2, \text{ for } k \neq j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

step 3. 아래 식을 계산한다. 중심 근처에 충분히 다가갔는지 확인한다

$$J = \sum_{i=1}^n J_i = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{k, x_i \in G_k} d(x_i - c_k) \right)$$

step 4. 새로운 클러스터 중심  $c_i$ 을 생성하고 step 2로 간다.

$$c_i = \frac{i}{|G_i|} \sum_{k, x_i \in G_i} x_k$$

### 2.1.2 후반부 동정

퍼지모델의 후반부 동정은 구조의 선택과 그들의 파라미터를 동정하는 문제이다. 후반부 구조로는 퍼지추론에 의해 구별되는 구조 1, 2를 사용한다.

구조 1(후반부 : 상수)

후반부가 단일 상수항만을 가지는 것으로, 이와 같은 추론법을 간략추론법이라 한다. 이 퍼지모델은 식(1)과 같은 형태를 가지는 구현규칙들로 구성되며, 퍼지 추론에 의해 추론된 값  $y^*$ 는 식(2)와 같다.

$R^n$  IF  $x_1$  is  $A_{n1}$  and ... and  $x_k$  is  $A_{nk}$  Then  $a_{n0}$  (1)

$$y^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} a_{n0}}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} \quad (2)$$

후반부의 파라미터는  $a_{n0}$ 로써 입력력 데이터가 주어졌을 때 최소화방법에 의해 구해진다. 최소화방법에 의한 후반부 파라미터의 동정은 식(3)에 의해 구해진다.

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3)$$

구조 2(후반부 : 일차 선형식)

후반부가 일차 선형식으로 표현된 것으로 선형추론법 또는 혼합추론법이라 한다. 이 퍼지 모델은 식(4)의 형태를 가지는 구현규칙들로 구성된다.

$R^n$  IF  $x_1$  is  $A_{n1}$  and ... and  $x_k$  is  $A_{nk}$  Then  $y = a_{n0} + a_{n1}x_1 + \dots + a_{nk}x_k$  (4)

선형 추론법에 의한 추론된 값  $y^*$ 는 다음과 같다.

$$y^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} (a_{n0} + a_{n1}x_{1i} + \dots + a_{nk}x_{ki})}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} \quad (5)$$

최소자승법에 의한 후반부 파라미터의 동정은 구조1과 같이 식(3)에 의해 구해진다

## 2.2 퍼지 모델의 최적화

### 2.2.1 유전자 알고리즘

유전자 알고리즘은 최적화 문제에 있어서 향상된 성능을 가진 새로운 해들을 얻기 위해 사실적 정보를 효과적으로 이용하는 능력을 가지고 있기 때문에 매우 유용하며, 또한 복잡한 탐색 공간에서 강한 탐색 능력을 제공한다. 이는 이론상 그리고 경험적으로 증명되었다. 뿐만 아니라, 그들은 경사 하강법 (gradient descent method)과는 달리 지역 극소에 빠질 가능성을 제거하기 위해 임의의 지점을 검사함으로써, 해 공간 전체를 탐색할 수 있는 능력을 가진다(Goldberg, 1989). 유전자 알고리즘의 특징은 주어진 값을 2진 코딩하여 코딩된 문자열을 하나의 개체로 그리고 개체의 비트를 유전자처럼 취급하며, 미분과 같은 수학적 연산이 아닌 결과의 적합도를 기준(목적함수)으로 수행된다.

유전자 알고리즘은 3개의 기본 연산자로 생산, 교배, 돌연변이를 가지고 있으며, 평가, 선택, 재생산을 통해

반복 수행된다.

### 2.2.1 하중값을 가진 목적함수

본 논문에서는 주어진 데이터를 이용하여 퍼지 모델링하고 퍼지 규칙을 추출한 다음, 그 생성된 모델에 평가용으로 사용될 테스트 데이터를 사용하여 모델을 평가하고 최적모델을 추출한다. 즉 성능 지수에 하중값을 가지는 목적함수를 제시한다. 학습 데이터와 테스트 데이터에 대해 하중값을 가진 목적함수를 다음과 같이 정의한다.

$$f(PI, E\_PI) = \theta \times PI + (1 - \theta) \times E\_PI \quad (6)$$

$\theta$ 는 PI와 E\\_PI에 대한 하중값이다. PI는 학습데이터에 대한 성능지수를, E\\_PI는 테스트 데이터에 대한 성능지수이다. 이 목적함수는  $\theta$ 의 선택에 따라 퍼지모델의 근사화와 일반화 사이에서 최적화에 대한 방향을 설정할 수 있는 특징을 가진다.

본 논문에서는 수치적 실험에 이용되는 성능지수로 식(7)을 사용한다.

$$PI = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (7)$$

## 3. 시뮬레이션

### 3.1 하수처리 공정

수도권 하수처리장 중의 하나를 모델로 선정하여 이 처리장의 1년치 수질 데이터를 토대로 앞 절에서 제안한 퍼지 추론에 의해 퍼지모델링을 하고 유전자 알고리즘으로 모델을 최적화한다. 모델은 MLSS, WSR, RRSP, DOSP를 입력으로 하고, ESS를 출력으로 하는 4입력 1출력 구조를 가진다. 기존의 다른 퍼지모델과의 비교를 위해 2입력 1출력 구조로 설정하여 사용한다. HCM을 이용하여 전반부 소속함수를 결정하고 결정된 소속함수의 파라미터를 초기값으로 식(7)의 PI를 최소화시키는 파라미터를 유전자 알고리즘에 의해 구한다.

표 1은 후반부 구조 1, 2로 구성된 각 모델의 성능지수이다. 입력이 WSR, DOSP일 때  $\theta$ 의 선택에 따른 모델의 성능지수는 표 2에 보였다.

표 1. 모델의 성능지수

모델	입력1	입력2	구조1		구조2	
			PI	E\_PI	PI	E\_PI
HCM+GA	MLSS	WSR	12.352221	11.179082	0.001652	126.912689
	MLSS	RRSP	12.259074	13.174282	0.507944	246.725922
	MLSS	DOSP	14.453157	14.801566	52.682327	276.072571
	WSR	RRSP	12.530773	10.983707	5.212543	210.923492
	WSR	DOSP	10.600521	11.231533	0.003807	284.192291
	RRSP	DOSP	11.140468	10.480704	2.774354	98.579277

표 2. 하중값을 가진 목적함수에 의한 모델의 성능지수

입력1	입력2	$\theta$	구조1	
			PI	E\_PI
WSR	DOSP	1.0	10.929430	11.255037
		0.25	10.737122	11.278257
		0.4	10.581152	11.185703
		0.5	10.600521	11.231533
		0.6	10.597013	11.196784
		0.75	9.363745	14.924189
		0.0	9.085724	16.708393

유전자 알고리즘에 의한 최적 모델로 구조 1에서  $\theta=0.5$ 일 때 WSR, DOSP 입력을 선택하였으며, 이때 모델의 최적화 과정을 그림 3에서 보여준다. 표 3은 기존의 Min-Max를 이용한 퍼지모델의 성능지수와 본 논문에서 제안된 모델의 성능지수를 비교하여 보여주고 있다. 여기서 Oh's 모델은 개선된 컴플렉스를 이용한 모델의 성능지수이다.

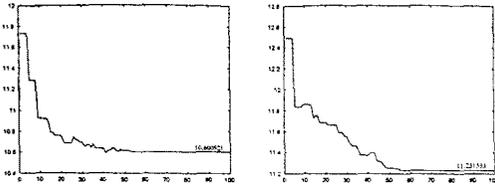


그림 3. 구조 1 모델의 최적화 과정 ( $\theta=0.5$ )

표 3. 기존 퍼지모델과 동정 예러 비교 (입력변수 : MLSS, WSR)

모델			PI	E_PI	규칙
Oh's model (5)	간략	Triangular	13.726	16.206	4
		선형	14.107	16.563	6
	선형	Triangular	6.396	54.233	4
Min-Max+GA (8)	간략	Triangular	12.847437	14.155079	4
		선형	12.318956	13.117280	6
	선형	Triangular	7.087610	32.970261	4
Our model (HCM+GA)	간략	Triangular	0.000209	187.911026	6
	선형	Triangular	12.352221	11.179082	6
Our model (HCM+GA)	간략	Triangular	0.001652	126.912689	6
	선형	Triangular	0.001652	126.912689	6

### 3.2 가스로 공정

제안된 규칙 베이스 퍼지모델링을 Box와 Jenkins가 사용한 가스로 시계열 데이터[3]를 이용하여, 입출력 데이터인 가스 흐름율과 연소된 이산화탄소 농도의 가스로 공정을 퍼지 모델링한다.

표 4는 후반부 구조 1, 2로 구성된 각 모델에 대하여 데이터의 Min-Max를 이용해 퍼지 입력공간의 파라미터 값을 동정한 성능지수와 HCM을 이용하여 퍼지 입력 공간을 나누고, 그것을 초기 값으로 유전자 알고리즘에 의해 파라미터를 동정한 성능지수이다. 하중값을 가진 목적함수에서 6의 선택에 따른 모델의 성능지수는 표 5에 보였다.

표 4. 퍼지모델의 성능지수

모델	간략		선형	
	PI	E_PI	PI	E_PI
Min-Max(rule4)[8]	0.022855	0.335439	0.024739	0.358243
Min-Max(rule6)[8]	0.022648	0.336750	0.020924	0.362482
HCM(rule6)	0.755487	1.439496	0.018101	0.286534
HCM+GA(rule6)	0.022766	0.333393	0.20486	0.364254

표 5. 하중값을 가진 목적함수에 의한 성능지수

입력1	입력2	$\theta$	구조 2	
			PI	E_PI
u(t-3)	y(t-1)	0.0	0.019206	0.272770
		0.25	0.018532	0.267657
		0.4	0.023164	0.271619
		0.5	0.020486	0.264254
		0.6	0.019652	0.272423
		0.75	0.018548	0.268453
		1.0	0.016876	0.271351

최적화 모델로 구조 2에서  $\theta=1.0$ 을 선택하였다. 그림 4는 HCM에 의한 퍼지 입력공간의 분할을 기존의 Min-Max에 의한 분할과 비교하여 보여주고 있으며, 그림 5는 HCM을 초기값으로 한 모델의 최적화된 파라미터를 보여준다.

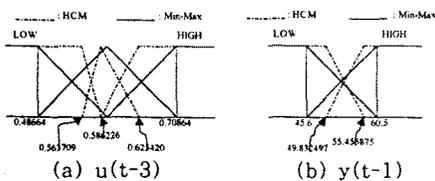


그림 4. 퍼지 입력공간의 분할

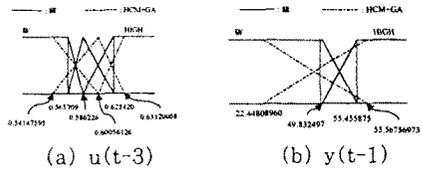


그림 5. 구조2의 동정된 파라미터 ( $\theta=1.0$ )

표 3. 기존 퍼지모델과 동정 예러 비교

모델		PI	E_PI	규칙	
Oh's model (5)	간략	Triangular	0.024	0.328	4
	선형	Triangular	0.022	0.326	4
		Triangular	0.0211	0.364	6
Min-Max+GA (8)	간략	Triangular	0.023456	0.34973	4
	선형	Triangular	0.018809	0.26406	4
Our model (HCM+GA)	간략	Triangular	0.035795	0.289613	4
		Triangular	0.022766	0.333393	6
	선형	Triangular	0.026230	0.272372	4
		Triangular	0.020486	0.264254	6

### 4. 결 론

비선형 공정에 대해 체계적이고 효율적인 모델을 얻기 위한 퍼지 모델을 제안하였다. 제안한 모델은 시뮬레이션에서 볼 수 있듯이 입출력 데이터의 특징을 이용함으로써 복잡하고 비선형이 강한 공정에서 기존의 퍼지 모델들 보다 성능이 향상된 퍼지 모델을 설계할 수 있었고, 인간의 경험적 방법이 아닌 보다 체계적인 방법에 의한 객관적 모델을 획득할 수 있었다. 또한 하중값을 가지는 목적함수에 의해 퍼지모델의 근사화와 일반화 사이에서 최적화에 대한 방향을 제시함으로써 모델의 근사화와 일반화 사이에 상호 연계를 통한 최적화 향상을 위한 방향을 제시하였다.

#### [참고 문헌]

- W. Pedrycz, "Numerical and application aspects of fuzzy relational equations", *Fuzzy Sets Syst.*, Vol. 11, pp.1-18, 1983.
- R.M. Tong, "The evaluation of fuzzy models derived from experimental data", *Fuzzy Sets Syst.*, Vol. 13, pp.1-12, 1980.
- Box and Jenkins, "Time Series Analysis, Forecasting and Control", Holden Day, San Francisco, CA.
- M.A. Ismail, "Soft Clustering Algorithm and Validity of Solutions", *Fuzzy Computing Theory, Hardware and Applications*, edited by M.M. Gupta, North Holland, pp.445-471, 1988.
- S.K. Oh and W. Pedrycz, "Identification of Fuzzy Systems by means of an Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems", *Fuzzy Sets and Syst.*, 1998 (To appear)
- David E. Goldberg, "Genetic Algorithms in search, Optimization & Machine Learning", Addison-wesley.
- Zbigniew Michalewicz, "Genetic Algorithms + Data Structure = Evolution Programs", Springer-Verlag.
- 박병준, 박춘성, 오성권, 김현기, "유전자 알고리즘을 이용한 퍼지 시스템의 최적화", 한국퍼지 및 지능시스템학회 '98 춘계학술대회 학술발표논문집 Vol. 8, No.1, PP.112-115, 1998.