

## 주파수 의존적인 회로상수를 이용한 시변자장 시스템의 과도상태 해석

최명준, 이세희, 박일한  
성균관대학교 전기전자컴퓨터 공학부

### Transient Analysis of Magnetodynamic Systems Using Frequency-dependent Circuit Parameters

Myung-jun Choi, Se-hee Lee, Il-han Park  
School of Electrical and Computer Eng., Sungkyunkwan University

**Abstract** - This paper presents an efficient method for analysis of magnetodynamic system using frequency-dependent parameters. In equivalent electric circuit of linear magnetodynamic system, parameters of inductance and resistance are not constant since they vary with its driving frequency. Once frequency-dependent parameters of equivalent electric circuit for a given system are extracted, they can be used to analyze various characteristics of system. We use the Fourier transform, the high-order sensitivity method and Taylor series in order to efficiently extract the frequency-dependent parameters of magnetodynamic system. The proposed algorithm is applied to an induction heating system to validate its numerical efficiency.

다[1,2,4]. 그리고 나서 이 회로상수들을 이용하여 전자기 시스템의 특성을 해석해 보았다. 이 해석알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 유도가열 모델에 적용하였다.

## 2. 시변자장 시스템의 등가회로 해석

그림1 처럼 시변자장 시스템에서는, 입력전압이 비정현적이거나 과도상태일 경우에는 주파수에 따라 회로상수들이 항상 일정하지 않고 변화하기 때문에 그림2와 같은 일정한 인덕턴스와 저항을 가지는 하나의 등가전기회로를 가지고서는 시스템을 정확히 해석할 수가 없을 것이다. 그래서 우선 본 논문에서는 그림1과 같은 시변자장 시스템에서의 주파수 의존적인 회로상수들을 도출하기 위하여 장 이론 방정식을 통한 전압-전류관계의 선형성을 보이고 그 주파수 의존적인 회로상수들을 가진 그림2와 비슷한 유형인 등가전기회로로 나타내려고 한다.

## 1. 서론

전기기기의 정확한 해석을 하기 위해서, 분포정수 개념의 유한요소법과 같은 수치해석 방법들이 사용되어진다. 그러나, 입력파형의 다른 구동조건에 대해서는 각 구동조건에 따른 계산이 필요하게 된다. 한편, 전자기 시스템에 대한 등가회로 상수들은 그 시스템의 특성을 해석하기가 매우 편리하기 때문에 그 회로상수들을 각 구동조건에 따라 도출해 놓으면 시스템의 어떠한 입력파형에 대해서도 적용하기가 간편할 것이다[1]. 정자장 시스템에서는 인덕턴스나 저항과 같은 등가회로 상수들은 일정한 상수이다. 그러나 시변자장 시스템에서는 그런 회로상수들은 항상 일정하지 않고 전원의 구동 주파수에 의존적으로 변하게 된다. 그래서 우리는 주파수 의존적인 파라미터들을 가진 전기회로에 대한 다음과 같은 질문을 가질 수 있을 것이다: 그 전기회로가 비선형인가?

첫눈에 보기에 주파수에 따라 그 회로상수들이 일정하지 않고 시스템의 구동전원의 주파수에 따라 변하기 때문에 그 등가전기회로가 비선형인 것처럼 보일 것이다. 그러나, 만약 그 전기회로가 비선형이라면 우리는 다음과 같은 반박을 할 것이다: 선형물질의 시변자장 시스템이 전자기학적인 장 방정식의 관점에서 선형시스템인 반면에, 그 등가회로는 선형이 아니고 비선형인가?

본 논문에서는 일정한 투자율과 도전율을 가진 시변자장 시스템의 등가회로가 장 변수들에 의한 전압과 전류사이의 관계를 고찰함으로써 선형이라는 것을 보일려고 한다. 그 등가전기회로가 선형이라면, 우리가 시스템의 최종출력을 얻기 위하여 일반적으로 사용하는 중첩의 원리를 사용할 수 있다. 그리고 정확한 계산과 계산시간을 줄이기 위하여 푸리에 변환과 고차 주파수 민감도를 이용하여 주파수 의존적인 회로상수들을 도출하려고 한

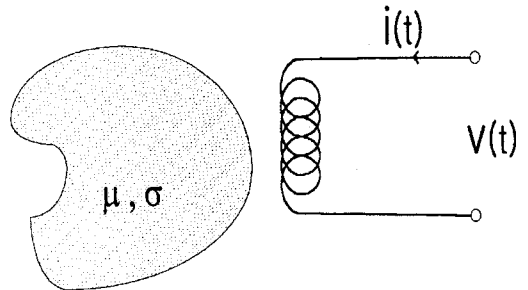


그림 1 시변자장 시스템

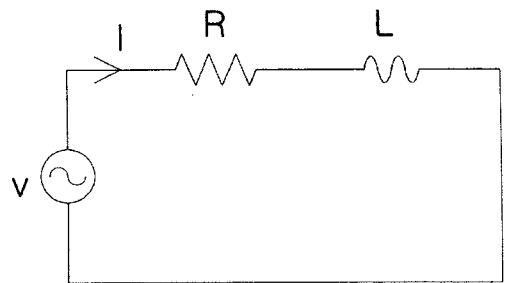


그림 2 등가전기 회로

시변자장 시스템에서, 전류밀도와 자기벡터포텐셜 A는 다음과 같은 식으로 선형적으로 표현되어진다.

$$\left(\frac{1}{\mu} \nabla^2 + \sigma \frac{\partial}{\partial t}\right) A_1 = J_1, \left(\frac{1}{\mu} \nabla^2 + \sigma \frac{\partial}{\partial t}\right) A_2 = J_2 \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{\mu} \nabla^2 + \sigma \frac{\partial}{\partial t}\right) (A_1 + A_2) = J_1 + J_2 \quad (2)$$

여기서,  $\sigma$ 와  $\mu$ 는 일정한 상수이고, 전원코일에서의 전류밀도는 균일하다고 가정한다. 그리고 코일에서 유기되는 전압과 자기벡터포텐셜 A사이의 선형성은 다음과 같은 식으로 나타내어 질 수 있다.

$$V_1 = \int_c \frac{\partial A_1}{\partial t} dl, \quad V_2 = \int_c \frac{\partial A_2}{\partial t} dl \quad (3)$$

$$V_1 + V_2 = \int_c \frac{\partial}{\partial t} (A_1 + A_2) dl \quad (4)$$

여기서, c는 코일의 경로이다.

이 두 선형관계에 의해서, 본 논문에서는 전압이 자기벡터포텐셜 A에 의하여 전류에 대하여 선형적이라는 것을 알 수가 있다. 그러나 전자기시스템의 도전율과 투자율이 비선형이라면 위와 같은 선형성을 보장할 수 없을것이지만, 물질의 도전율과 투자율이 선형이라면 식(2)와(4)의 선형성은 당연한 결과이다. 그러므로 하나의 입력전원은 다양한 성분들로 분리되어 질 수 있으며, 이렇게 분리된 각 입력성분으로부터 구해진 출력값들은 전체적인 시스템의 출력을 얻기 위하여 중첩되어져도 아무런 문제가 없다. 만약 전자기시스템에 대한 등가전기회로가 선형적이지 아니하면 중첩할 수가 없지만 등가전기회로의 선형성이 보장이 된다면 중첩하는 것은 아무런 문제가 될 것이 없다. 임의의 파형의 구동전압은 푸리에 변환을 사용함으로써 각기 다른 주파수 성분들로 분리되어 질 수 있다[2]. 그리고 나서 각 주파수에 대한 출력전류들은 구동주파수와 일치하는 회로상수들을 가지는 각각의 등가전기회로를 가지고 해석할 수 있다. 각 등가전기회로는 단지 전원이 하나의 주파수를 가지기 때문에 교류회로이론의 페이지를 사용함으로써 쉽게 해석되어 질 수 있다. 인덕턴스와 저항과 같은 회로상수들은 수치해석방법인 유한요소법을 이용하여 도출하였다. 유한요소법은 각기 다른 주파수에서의 회로상수들을 도출하는데 쉽게 사용되어진다. 그러나 입력전압의 주파수 범위가 광범위하다면, 모든 주파수에 대한 응답들을 유한요소법을 이용하여 얻기 위해서는 많은 계산시간이 필요하게 된다. 그래서 본 논문에서는 이와 같은 많은 계산시간을 줄이기 위하여 주파수에 대한 변화율, 즉 민감도를 이용하여 각기 다른 주파수에서의 출력값들을 구한다. 그러나 정확한 계산을 하기 위하여 고차 주파수 민감도 방법을 사용하였다. 이와 같은 방법으로 주파수 의존적인 회로상수들이 도출되어지면 이 회로상수들은 전자기시스템의 어떠한 입력파형에 대해서도 쉽게 적용되어 질 수 있다. 등가전기회로를 사용하여 시스템의 특성을 해석하는 것은 상당히 편리하다. 그래서 본 논문에서 제안하는 식(1)~(4)에서 보이는 것처럼 전자기시스템의 구성물질이 선형이라면 주파수 의존적인 회로상수들을 가진 등가전기회로도 선형일 것이다. 그러므로 이 등가전기회로를 이용하면, 전자기시스템의 해석에 상당한 편리를 제공할 수 있을 것이라고 사료된다. 또한 등가회로를 이용하여 시스템의 제어를 하는 분야에도 상당한 도움이 될 것이다. 보통 시스템을 제어하는 분야에서는 등가회로의 회로상수들을 주파수에 따라 변하는 것은 무시한 채 항상 일정한 상수로서 간주하고 시스템의 특성 해석을 한다. 그러면 시스템의 정확한 해석이라고 말할 수 없을 것이다. 이러한 분야에서도 본 논문에서 주파수에 따라 변하는 회로상수들을 이용하면 비교적 정확한 해석에 도움이 될 것이라고 생각된다.

### 3. 수치해석 예

본 논문에서 제안된 해석 알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 유도가열 문제를 수치적으로 다루었다. 수치해석 모델은 그림3과 같이, 여자코일의 입력전압은 그림4(a)처럼 초기시간 t=0이후부터 정현적인 파형이다. 그리고 입력전압의 실효치는 380[V]이며 구동 기본주파수는 1000[Hz]이다. 그림4(a)의 입력전압의 파형은 시스템의 시정수를 고려하여 그림4(b)처럼 변형되어 질 수 있다[2]. 변형을 하는 이유는 전자기시스템의 과도상태를 해석하기 위해서이다. 이와 같은 변형된 파형은 푸리에 급수로 전개되어 질 수 있다. 푸리에 급수로 전개되면 각기 다른 주파수의 성분들로 분리되어 진다. 그림5에서 보이는 것처럼 각 주파수에 대한 인덕턴스와 저항과 같은 회로상수들이 유한요소법에 근거한 고차 주파수 민감도를 사용하여 효율적으로 계산되어 졌다. 그림5에서 알 수 있듯이 인덕턴스는 주파수에 따라 감소하고, 저항은 증가한다. 각 주파수에 대한 출력전류들은 복소수 변수의 페이지 해석에 의하여 계산되어졌고 그 전류들은 그림6(b)와 같은 시스템의 전체적인 전류를 얻기 위하여 중첩되어 졌다. 이때 만약 등가회로가 선형이 아니라면 중첩을 할 수 없을 것이다. 그러나 앞에서 언급하였듯이 시스템을 구성하는 물질 상수들이 선형이라면, 비록 회로상수들이 주파수에 따라 항상 일정하지 않고 변할지라도 그 등가회로는 선형일 것이다. 그러므로 시스템의 전체적인 전류를 얻기 위하여 중첩되어져도 아무런 문제가 없을 것이다. 그림6(a)의 출력전류는 시간차분 유한요소법을 이용하여 구한 것이다. 두 출력전류들을 비교하여 본 결과 거의 일치한다는 것을 알 수 있다. 본 논문에서 제안한 해석 알고리즘은 시간차분 유한요소법을 사용하는 것보다 많은 계산시간을 줄일 수 있으며, 각 주파수에 대한 회로상수들을 이용하여 등가전기회로를 구성함으로써, 전자기시스템의 특성 해석에 상당히 편리하게 사용되어 질 수 있다.

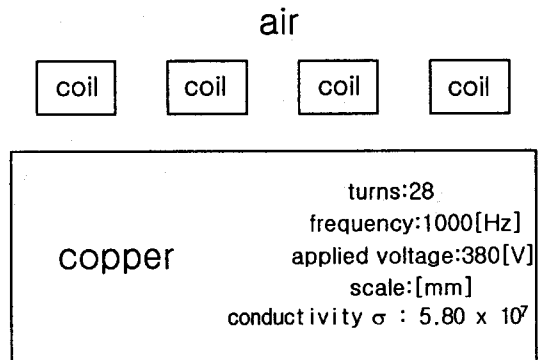
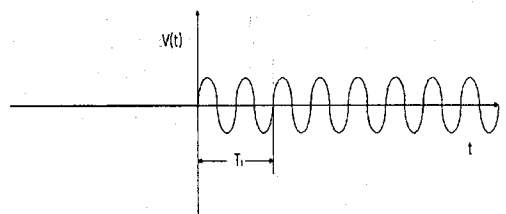
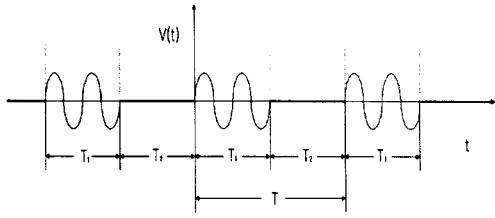


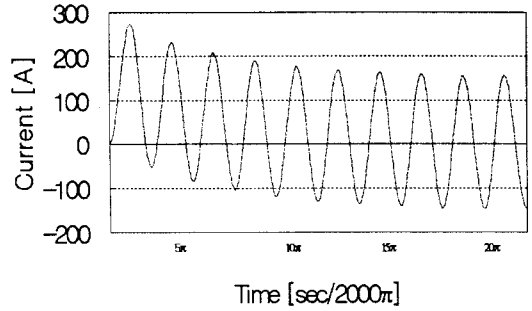
그림 3 유도가열 모델



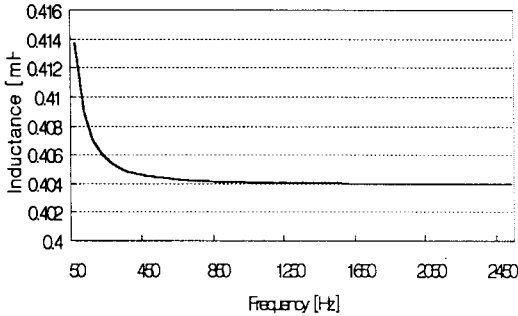
(a) 입력파형



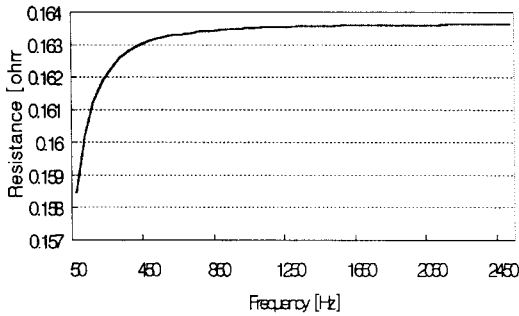
(b) 변형된 입력파형  
그림 4 정현적인 입력파형 ( $t > 0$ )



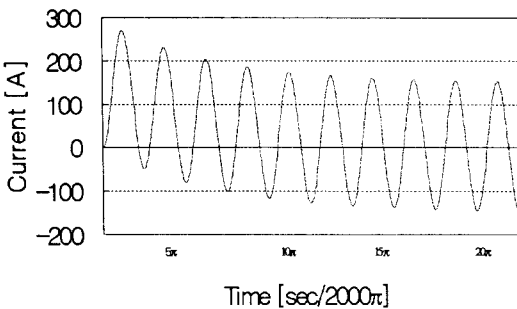
(b) 제안된 방법  
그림 6 두 방법에 의한 전류응답 비교



(a) 인덕턴스



(b) 저항  
그림 5 주파수에 대한 회로상수의 변화



(a) 시간차분 유한요소법

#### 4. 결론

본 논문에서는 분포정수 개념인 유한요소법을 이용하여 시변자장 시스템에서의 전자기시스템에 대한 등가전기회로의 주파수 의존적인 회로상수를 도출한 후, 그 회로상수들을 이용하여 전자기시스템을 해석하는 방법을 제안한다. 그리고 시간차분 유한요소법을 이용하여 구한 출력전류를 본 논문에서 제안하는 방법으로 구한 출력전류와 비교해 보았다. 두 출력전류값들이 거의 일치한다는 것을 알 수 있다. 전자기시스템의 주파수 의존적인 회로상수들을 도출해 놓으면 시스템의 어떠한 입력형태에 대해서도 편리하게 적용될 수 있다. 그러므로써 전자기시스템의 해석을 등가회로로서 쉽게 해석할 수 있다.

#### [참고문헌]

- [1] P.Petin, J.L.Coulomb and Ph.Conraux, "High Derivatives for Fast Sensitivity Analysis in Linear Magnetodynamics," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol.33, No.2, pp.1149-1154, March 1997
- [2] Myung-jun Choi and Il-han Park, "Transient Analysis of Magnetodynamic Systems Using Fourier Transform and Frequency Sensitivity," *Proceeding of CEFC'98, Arizona, USA*, pp.447
- [3] Seaway Jan and Zoltan Cendes, "Fast Transient Simulation of Eddy Current Interconnection Effects Using Reduced Order Model," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol.34, No.5, pp.2656-2659, September 1998
- [4] Il-han Park and Myung-jun Choi, "High-Order Frequency Sensitivity for Nonsinusoidal Steady state Analysis in Linear Magnetodynamics," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol.34, No.5, pp.2555-2558, September 1998