

PWM 인버터로 구동되는 전기기기의 유한요소 해석시 계산

관한 연구

정인성\*, 현동석  
한양대학교 전기공학과

A Study on the Reduction of Computation Time in Finite Element Analysis of Electric Machines Driven by PWM Inverters

In-Soung Jung\*, and Dong-Seok Hyun  
Dept. of Electrical Engineering, Hanyang University

**Abstract** - This paper presents an efficient analysis method using time-stepping finite element method for electric machines driven by pulse width modulation (PWM) inverter. In the method, the value of time-step is changed according to the PWM logic of inverter, and the calculation time can be reduced while maintaining analysis accuracy. Using the method, the dynamic characteristics of a permanent magnet linear synchronous motor (PMLSM) driven by PWM inverter are analyzed.

밀도,  $J_m$ 은 영구자석의 등가자화전류밀도를 나타낸다. Galerkin법을 사용하여 시스템 방정식을 구하면 식 (2)와 같이 표현된다.

$$[S]\{A\} + [C]\frac{d}{dt}\{A\} + [Q]\{I\} - \{M\} = \{0\} \quad (2)$$

회로방정식은 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{V\} = [R]\{I\} + [L_e]\frac{d}{dt}\{I\} + [G]\frac{d}{dt}\{A\} \quad (3)$$

시간 미분항에 대하여 후퇴차분법을 적용하면 전체 시스템 방정식은 식(4)와 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} [S] + \frac{1}{\Delta t}[C] & [Q] \\ -[G] & -[R]\Delta t - [L_e] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^{t+\Delta t} \\ I^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta t}[C] & 0 \\ -[G] & -[L_e] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^t \\ I^t \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -M^{t+\Delta t} \\ -\Delta t V^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

1. 서 론

전기기기의 특성 개선을 위하여 과도특성 해석기법에 관한 많은 연구가 진행, 보고되고 있으며, 방법에 따라 해석의 정밀도와 해석시간이 많은 차이가 나게 된다. 이러한 방법들중 하나로 유한요소법 등 수치적 기법으로 기기의 회로정수들을 정밀히 해석하여 등가회로를 구성한 후 이를 통하여 과도특성을 해석하는 방법이 있으나 [1], 시간에 따른 기기의 국부적인 파라미터값들을 알 수 없으며 와전류, 자성체의 포화특성 등을 정확히 고려하기가 어렵다는 등의 단점을 가지고 있다. 따라서 현재에는 유한요소법과 회로방정식을 결합하고 시간차분법을 사용하여 직접 수치적으로 과도특성을 해석하는 연구가 활발히 진행되고 있다 [2], [3].

근래에는 전력전자 기술의 발달로 많은 전기기기들이 PWM 인버터로 구동되고 있다. 이렇게 인버터로 구동되는 기기의 경우 전류, 발생력 등에 대한 고조파 성분들이 기기의 특성에 많은 영향을 주게 되므로 이를 고려한 해석이 요구된다. 그러나 유한요소법 등 수치해석을 통하여 과도특성을 알아보려 하는 경우 인버터에 의한 전압파형을 모델링하기 위하여 시간차분 간격을 매우 작게 설정해야 하고 이 때문에 해석시간이 매우 길어지는 단점이 존재하게 된다. 본 논문에서는 인버터로 구동되는 전기기기의 수치해석시 계산시간이 길어지는 단점을 보완하기 위하여 인버터의 전압 출력파형에 따라 수치해석상의 시간차분 간격을 변화시켜가며 해석하는 기법을 제시, 본 방법이 해석의 정밀성은 그대로 유지하면서 계산의 반복회수를 획기적으로 줄일 수 있음을 보이고자 한다.

2. 해석 방법

2.1 시간차분 유한요소법

2차원 해석을 위한 특성방정식은 식(1)과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = \sigma \frac{dA}{dt} - J_0 - J_m \quad (1)$$

여기서,  $A$ 는 자기벡터 포텐셜의  $z$ 방향 성분,  $\mu$ 는 재질의 투자율,  $\sigma$ 는 도전율,  $J_0$ 는 권선에 인가되는 전류

2.2 PWM 인버터의 모델링

전압형 인버터는 그 변조 방법에 따라 정현파 PWM (SPWM) 인버터와 공간 벡터 PWM (SVPWM) 인버터로 나눌 수 있다.

그림 1은 SPWM 인버터에서의 출력전압 파형의 발생 원리를 나타내고 있다. 그림 1에서  $v_A^*$ ,  $v_B^*$ ,  $v_C^*$ 은 출력하고자 하는 각 상의 정현파 전압지령치이며  $v_{mi}$ 는 PWM 방생을 위한 삼각파 전압파형으로, 각 상의 PWM 출력 전압은 이 두가지 파형의 비교에 의하여 만들어지게 된다.

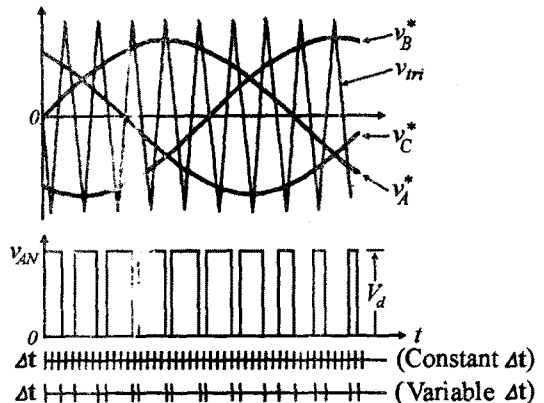


그림 1. SPWM 인버터에서의 PWM 파형 및 유한요소 해석시의 시간차분 간격의 설정

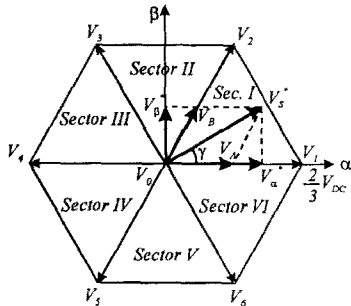
그림 2는 SVPWM 인버터의 공간 전압 벡터와 출력 파형을 나타내고 있다. 인버터를 구성하는 6개의 스위칭 소자들의 도통 상태에 따라 공간 전압 벡터는 6개의 유효 전압 벡터와 2개의 무효 전압 벡터로 구분되며, 6개의 유효 전압 벡터는 그림 2(a)와 같이 육각형을 형성하게 되고 2개의 무효 전압 벡터는 육각형의 중심에 위치하게 된다. 이러한 인버터의 8개 동작 모드로 표현된 공간 전압 벡터는 출력하고자 하는 전압 벡터  $V_s^*$ 가 위치한 삼각형의 두 변에 해당하는 전압 벡터를 시간적 벡터 합성으로 유효 벡터를 구성하고, 이 두 전압 벡터의 인가 시간의 합을 샘플링 주기  $T_s$ 에서 뺀 나머지 시간동안 영전압 벡터를 인가하는 방법에 의하여 실제 구현된다 [4]. 이렇게 원하는 전압 벡터  $V_s^*$ 를 구현하기 위한 스위칭 타임  $t_0, t_A, t_B, t_7$ 은 SVPWM 인버터의 내부 제어기에서  $T_s$ 의 주기를 가지는 매 샘플링 타임마다 식(5)~식(7)에 의해 계산된다.

$$t_A = \frac{\sqrt{3} T_s}{V_{DC}} \left\{ V_a^* \sin\left(\frac{n}{3}\pi\right) - V_b^* \cos\left(\frac{n}{3}\pi\right) \right\} \quad (5)$$

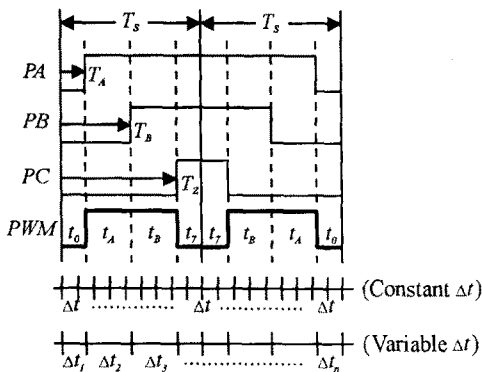
$$t_B = \frac{\sqrt{3} T_s}{V_{DC}} \left\{ V_b^* \cos\left(\frac{n-1}{3}\pi\right) - V_a^* \sin\left(\frac{n-1}{3}\pi\right) \right\} \quad (6)$$

$$t_0 = t_7 = \frac{T_s - (t_A + t_B)}{2} \quad (7)$$

여기서  $V_{DC}$ 는 DC 링크단의 전압,  $V_a^*, V_b^*$ 는  $V_s^*$ 의  $\alpha, \beta$ 축 성분,  $n$ 은 기준 전압벡터가 존재하는 섹터의 번호를 나타낸다.



(a) 공간 벡터에 의한 기준 전압 벡터



(b) 출력전압 파형 및 시간차분 간격

그림 2. SVPWM 인버터에서의 PWM 파형 및 유한 요소 해석시의 시간차분 간격의 설정

이상 살펴본 바와 같이 인버터의 출력전압 파형은 펄스 폭이 계속 변하므로 유한요소 해석시 인버터의 출력전압파형을 올바르게 묘사하려면 시간차분 간격을 매우 작게 설정하여야 한다. 이는 매우 오랜 계산시간을 초래하여 인버터로 구동되는 전기기에 시간차분 유한요소법을 적용하는데 큰 어려움으로 작용한다. 따라서 본 논문에서는 시간차분 간격을 일정하게 잡지 않고 인버터의 PWM 로직에 따라 변화시켜가며 해석하는 방법을 제시한다. 본 방법은 해석상의 시간 스텝을 인버터 스위칭의 on/off 스위칭이 발생한 시점에서 다음 on/off 스위칭이 일어나는 시점으로 계속 변화시켜 가며 해석하는 것으로, 이러한 방법은 인버터의 펄스폭이 매우 작기 때문에 그 동안의 전류는 선형적으로 변화한다고 가정할 수 있으며 해석시 다음 on/off 스위칭의 발생 시점을 계산할 수 있기 때문에 가능하다. 그림 3은 SVPWM 인버터로 구동되는 기기의 유한요소 해석상의 순서도를 나타내고 있다. 그림 2(b)에서 알 수 있듯이 인버터 내부의 한 샘플링 주기 내에서 4번의 유한요소 해석이 수행되어지고 있다. SPWM 인버터로 구동되는 기기의 해석시에는 유한요소 해석상의 각 시간 스텝에서 스위칭의 다음 on/off 시점을 계산하면 된다.

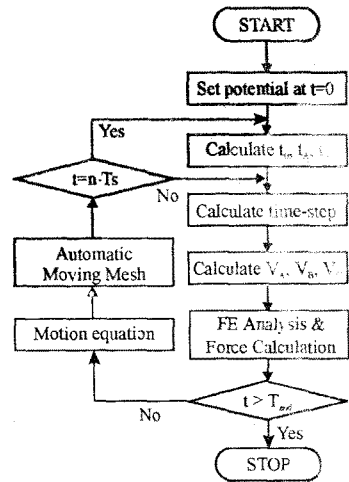


그림 3. 해석의 순서도

### 3. 해석결과 및 분석

본 논문에서는 영구자석형 선형동기전동기(PMLSM)를 대상으로 하여 시간차분 유한요소 해석을 수행하였다. 그림 4는 PMLSM의 개략도를 나타내고 있으며 그 사양을 표 1에 나타내었다.

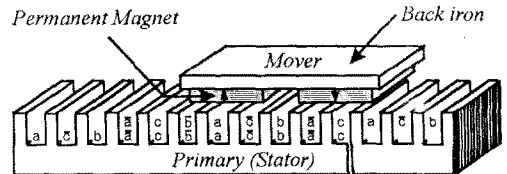


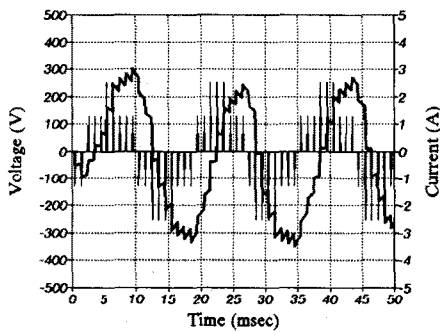
그림 4. PMLSM의 개략도

표 1. 해석모델의 사양

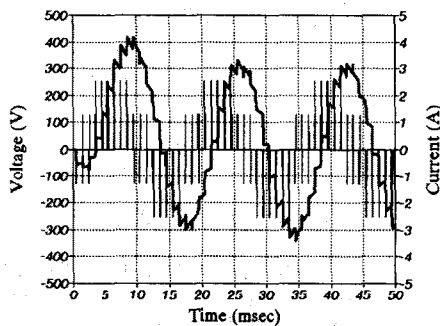
고정자		영구자석	
극간격	30(mm)	폭,높이,길이	:21,8,60(mm)
슬롯피치	10(mm)	장류자속밀도	1.15 {T}
적층폭	60(mm)	자극 수	:2(극)
단면수	40(턴)	공극	3(mm)

그림 5는 해석방법의 타당성을 검증하기 위한 해석의 일례를 나타내고 있다. 해석시 인버터는 SVPWM 방식으로 모델링하였으며, 인버터 출력전압의 기본 주파수는 60 [Hz], 인버터의 내부 샘플링 주기는 1 [msec]로 설정하였다. 그림 5(a)와 (b)는 일정 시간스텝 해석시의 결과로, (a)의 경우 불충분한 시간스텝으로 인하여 해석결과가 (b)와 많이 다름을 알 수 있다. 그림 5(c)는 제안된 방법의 해석결과로서 적은 계산량으로도 그림 5(b)와 같은 결과를 나타내고 있음을 알 수 있다.

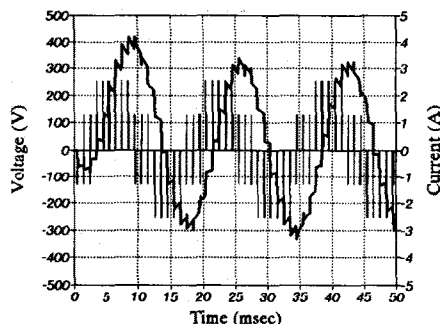
그림 6과 그림 7은 SVPWM 인버터로 구동되는 PMLSM의 3상 전류파형 및 속도, 변위에 대한 해석결과로서, 출력전압의 최대치는 30 [V], 주파수는 6 [Hz], 내부 샘플링 주기는 1[msec]인 경우이다. 구동 초기에는 이동자의 큰 오실레이션에 의해 전류파형이 많이 왜곡되고 있으며, 이후 점차로 일정 속도로 수렴해감을 알 수 있다.



(a) 일정 시간스텝 ( $\Delta t = T_s/10$ , iteration=500)



(b) 일정 시간스텝 ( $\Delta t = T_s/100$ , iteration=5000)



(c) 가변 시간스텝 ( $\Delta t =$  가변, iteration=196)

그림 5. 전압 및 전류 파형의 일례

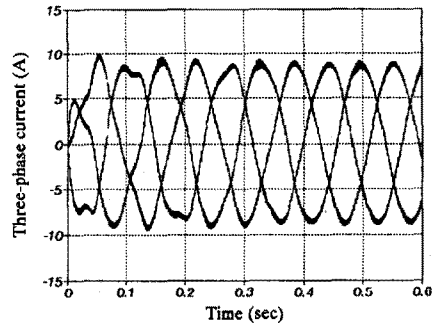


그림 6. 전류파형의 해석결과

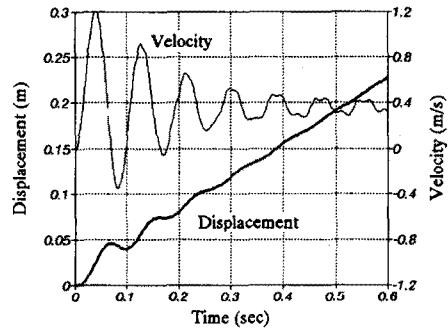


그림 7. 속도 및 변위의 해석결과

#### 4. 결 론

본 논문에서는 SPWM 또는 SVPWM 인버터로 구동되는 전기기기의 시간차분 유한요소 해석시 인버터 출력전압의 효과적인 모델링을 위하여 시간차분 간격을 변화시키는 방법을 제시하였다. 해석의 일례로 SVPWM 인버터로 구동되는 PMLSM의 동특성을 해석하였으며, 제시한 방법을 사용함으로써 인버터 출력전압을 정확히 모델링 하면서도 해석에 소요되는 시간을 획기적으로 줄일 수 있었다.

본 방법은 유도 전동기 등 PWM 인버터로 구동되는 전기기기의 정밀 해석시 유용하게 이용될 수 있으리라 판단되며, 향후 페루프 전류제어로 구동되는 전기기기의 해석시에 본 기법을 적용하기 위한 연구가 진행될 예정이다.

#### [참 고 문 헌]

- [1] O. Ichinokura, et al, Analysis of dynamic characteristics of switched reluctance motor based on SPICE, *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 34, No. 4, pp. 2147-2149, 1998.
- [2] K. Kurihara, Asynchronous performance analysis of permanent magnet synchronous motors including space harmonics, *Proceedings of ICEM*, pp. 245-250, 1996.
- [3] S. B. Yoon, I. S. Jung, K. C. Kim and D. S. Hyun, Dynamic analysis of a reciprocation linear actuator for gas compression using finite element method, *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 33, No. 5, pp. 4113-4115, 1997.
- [4] H. van der Broeck, H. C. Skudelny and G. V. Stanke, Analysis and realization of a pulse width modulator based on voltage space vectors, *IEEE Trans. on Ind. Applicat.*, Vol. IA-24, No. 1, pp. 142-150, 1988.