

초전도 전자석의 저장에너지 최대화를 위한 최적설계

김창욱*, 이향범, *박일한
 송실대학교 전기공학과, 성균관대학교 전기 전자 컴퓨터 공학부*

Design Optimization of Superconducting Magnet for Maximum Energy Storage

Chang-wook Kim, Hyang-beom Lee and *Il-han Park
 Dept. of Electrical Eng., Soongsil University
 School of Electrical and Computer Eng., Sungkyunkwan University*

Abstract - In this paper, a shape optimization algorithm of superconducting magnet using finite element method is presented. Since the superconductor loses its superconductivity over the critical magnetic field and critical current density, this material property should be taken into account in the design process. Trial and error approach of repeating the change of the design variables costs much time and it sometimes does not guarantee an optimal design. This paper presents a systematic and efficient design algorithm for the superconducting magnet. We employ the sensitivity analysis based on finite element formulation. As for optimization algorithm, the inequality constraint for the superconducting state is removed by modifying the objective function and the nonlinear equality constraint of constant volume is satisfied by the gradient projection method. This design algorithm is applied to an optimal design problem of a solenoid air-cored superconducting magnet that has a design objective of the maximum energy storage.

법을 이용하였다[1][2]. 최적설계과정에서 초전도 임계 곡선을 고려하기 위한 알고리즘을 제안하여 솔레노이드 초전도 전자석의 저장에너지 최대화를 위한 형상최적설계를 수행하였다. 본 논문에서 이용한 솔레노이드 초전도 전자석의 형상최적설계문제에서는 자기저장에너지와 직접적인 관련이 있는 초전도 전자석의 체적을 각 최적설계과정에서 일정하게 유지되도록 구속조건으로 설정하였다. 초전도 전자석의 체적일정구속조건을 만족하는 최적설계를 찾기 위하여 최대경사도를 구속조건면으로 투영시켜 설계변수의 이동방향을 결정하는 경사도 투영법을 최적설계방법으로 사용하였다[4].

2. 솔레노이드 초전도 전자석의 설계

본 논문에서 이용한 솔레노이드 초전도 전자석은 그림 1과 같이 표현된다. 수치적인 모델의 경우 형상대칭성을 이용하여 1사분면만을 사용하였다. 초전도 전자석의 최적설계를 수행하기 위하여 이용한 설계변수는 초전도 전자석의 외경 P_1 과 높이 P_2 와 내경 P_3 이다.

1. 서 론

최근의 새로운 고온 초전도체의 개발로 인하여 초전도체의 응용범위가 광범위해지고 있으며 이로 인하여 각종 초전도 기기의 정확한 해석방법과 설계기법들이 연구되고 있다. 본 논문에서는 유한요소법과 민감도해석을 이용한 초전도 전자석의 최적설계알고리즘을 제안하였다. 초전도체는 임계자속밀도와 임계전류밀도로 이루어진 임계곡선이하에서만 초전도 상태가 유지되므로 초전도 기기의 설계시 이 초전도 임계곡선을 반드시 고려해야한다 [3]. 초전도 임계곡선을 초전도 기기의 설계시 고려하는 방법으로는 실험에 의하여 얻어진 데이터를 이용하는 방법과 시행착오적인 방법이 있다. 시행착오적인 방법의 경우 설계자가 초전도 기기를 설계한 후 각종 수치해석 방법등을 이용하여 초전도 기기의 초전도 상태와 성능을 평가하는 방법이다. 그러나 이와 같은 방법은 반복적인 설계변경과정속에서 초전도 기기의 성능을 평가하여 최종적인 설계를 찾기 때문에 상당한 시간이 소요되며 최종설계의 최적설계여부를 보장하지 못하게 된다.

본 논문에서는 초전도 전자석의 저장에너지 최대화를 위한 최적설계 알고리즘을 솔레노이드 초전도 전자석에 적용하여 검증하였다. 초전도 전자석의 초전도 상태와 성능을 평가하기 위하여 유한요소법을 이용하였으며 최적설계를 찾기 위하여 유한요소법에 기초한 민감도 해석

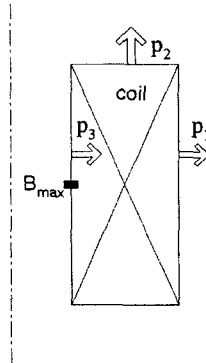


그림 1 솔레노이드 초전도 전자석

본 논문의 초전도 전자석 최적설계문제는 2가지 구속조건을 갖고 있다. 첫 번째 구속조건은 초전도 전자석의 자기저장에너지와 밀접한 관련을 갖는 초전도 전자석의 체적일정구속조건이다. 이 구속조건은 각각의 최적설계과정에서 초전도 전자석 초기형상의 체적을 유지하는 것으로서 다음 식(1)과 같이 표현된다.

$$g(p) = \pi \cdot (P_1^2 - P_3^2) \cdot P_2 = C \quad (1)$$

여기서 C는 초전도 전자석 초기형상의 체적이다. 두 번째 구속조건은 임계자속밀도와 임계전류밀도로 이루어진 초전도 임계곡선 구속조건으로서 그림 2와 같이

표현된다. 초전도 전자석의 초전도 상태가 유지되려면 초전도 전자석에 인가된 최대전류밀도와 초전도 전자석 내의 최대자속밀도로 이루어진 동작점이 반드시 초전도 임계곡선 J_c - B_c 아래부분에 존재하여야 한다

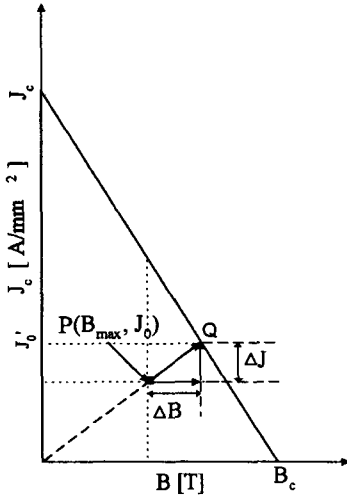


그림 2 초전도 임계곡선

솔레노이드 초전도 전자석의 자기저장에너지가 최대인 형상을 설계하는 것이 목적이므로 저장가능한 최대 자기 저장에너지를 목적함수로 정의하였다. 초전도 전자석내에 전류밀도 J_0 가 인가된 경우 초전도 전자석의 최대자속밀도는 그림 1과 같이 솔레노이드 내부의 중심에 위치하며 초전도 전자석의 동작점은 그림 2의 임계곡선 아래부분 $P(B_{max}, J_0)$ 로서 표현되며 이때의 자기저장에너지는 다음 식으로 표현된다.

$$W = \frac{1}{2} \int_v A \cdot J_0 dv \quad (2)$$

여기서 A 는 자기벡터포텐셜이다.

본 논문에서 초전도 임계곡선을 고려한 최적설계를 수행하기 위하여 제안한 알고리즘은 전류밀도와 자속밀도와와의 선형적인 관계를 이용하는 것으로서 다음과 같다. 그림 2에서 초전도 전자석의 전류밀도를 J_0 에서 J_0' 까지 증가시켜도 초전도 전자석의 동작점은 초전도 임계곡선상에 위치하여 초전도체의 초전도 상태에는 영향을 주지 않으며 또한 이때에 초전도 전자석의 자기저장에너지는 최대가 된다. 여기서 J_0' 는 다음 식으로 표현된다.

$$J_0' = J_0 + \Delta J = \alpha \cdot J_0 \quad (3)$$

$$\alpha = \left(\frac{B_c \cdot J_c}{B_{max} \cdot J_c + B_c \cdot J_0} \right) \quad (4)$$

초전도 전자석의 저장가능한 최대자기저장에너지는 전류밀도가 J_0 에서 J_0' 까지 증가했을때이며 다음 식으로 표현된다.

$$W' = \alpha^2 \cdot W \quad (5)$$

따라서 본 논문에서의 목적함수는 다음식으로 표현된다.

$$W' = \frac{1}{2} \alpha^2 \int_v A \cdot J_0 dv \quad (6)$$

3. 설계민감도와 최적설계

정자계를 표현하는 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times (\nabla \times A) = J_s \quad (7)$$

여기서 μ 는 투자율, A 는 자기벡터 포텐셜, J_s 는 전류 밀도를 나타낸다. 위의 지배방정식을 초전도 전자석 수치해석모델에 적용하여 유한요소법을 적용하면 다음의 자기벡터포텐셜에 대한 방정식이 얻어진다.

$$[K][A] = [Q] \quad (8)$$

여기서 $[K]$ 는 기하하적인 정보, 물질의 특성등이 결합된 시스템 행렬이고, $[A]$ 는 미지의 자기벡터 포텐셜, $[Q]$ 는 구동전류벡터를 나타낸다.

초전도 전자석의 최적설계를 위한 설계변수의 변화에 대한 최대자기저장에너지의 변화율인 민감도 해석은 다음 식으로 계산된다.

$$\begin{aligned} \frac{dW'}{d[p]} &= \frac{d\alpha^2}{d[p]} \cdot W + \alpha^2 \cdot \frac{dW}{d[p]} \\ &= -2 \cdot \frac{(B_c^2 \cdot J_c^2 \cdot W)}{(B_{max} J_c + B_c J_0)^3} \cdot \frac{dB_{max}}{d[p]} \\ &\quad + \alpha^2 \left(\frac{\partial W}{\partial [p]} + \frac{1}{2} [\tilde{A}]^T \frac{\partial}{\partial [p]} ([Q] - [K][A]) \right) \quad (9) \end{aligned}$$

여기서 $[p]$ 는 설계변수 벡터이다. 위 식(9)의 우변 첫 항은 초전도 임계곡선을 고려하기 위하여 제안한 알고리즘에 의하여 생성된 항이며 둘째항은 자기저장에너지의 변화율을 계산한 항이다.

유한요소법은 해석대상모델을 절점에 의하여 이산화하여 해석하므로 설계변수가 절점이 아닌 그림 1과 같이 정의된 경우 민감도 해석을 수행하기 위하여 각 절점과 설계변수의 매개화가 필요하다. 본 논문에서는 민감도 해석을 위하여 다음의 식을 이용하여 설계변수와 절점의 매개화를 수행하였다.

$$\frac{d}{dp_i} = \sum_{j=1}^n \left[\frac{dr_j}{dp_i} \cdot \frac{d}{dr_j} + \frac{dz_j}{dp_i} \cdot \frac{d}{dz_j} \right] \quad (10)$$

여기서 p_i 는 i 번째 설계변수이며 r_j, z_j 는 i 번째 설계변수에 속해있는 j 번째 절점이다.

본 논문에서는 첫 번째 구속조건인 체적일정구속조건을 고려한 최적설계를 수행하기 위하여 경사도 투영법을 이용하였다. 전기기기의 최적설계시 주로 사용하는 최대경사도법은 설계변수의 이동방향 결정시 위 식에서 계산한 민감도 자체를 이용하여 설계변수의 이동방향을 결정하게 된다. 그러나 구속조건을 갖는 최적설계문제에서 최대경사도법을 이용하면 구속조건을 만족시키지 못하는 설계를 얻게 되므로 이용할 수 없다. 경사도 투영법은 최대경사도를 구속조건면으로 투영시켜서 설계변수의 이동방향을 결정하는 것이다. 그러나 경사도 투영법을 이용하여 설계변수의 이동방향을 결정하더라도 구속조건을 완벽히 만족시키지 못하므로 설계변수를 보정 (restoration move)하는 과정이 필요하다.

4. 수치해석 결과

본 논문에서 수치해석모델로 이용한 Nb-Ti 초전도체의 임계곡선은 다음의 그림3과 같이 표현된다.

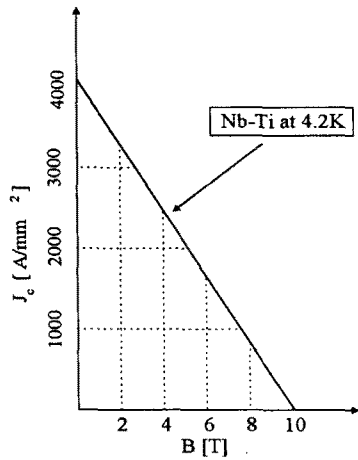
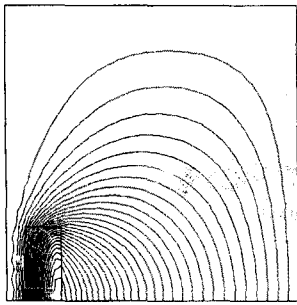
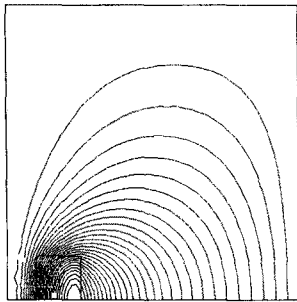


그림 3 Nb-Ti 초전도체의 임계곡선

그림 4(a)는 본 논문에서 수치해석모델로 설정한 초전도 전자석 초기형상의 등포텐셜분포도이며 그림 4(b)는 본 논문에서 제안한 초전도 전자석 최적설계알고리즘을 적용하여 얻은 최종설계형상이다.



(a) 초기형상



(b) 최종형상

그림 4 초전도 전자석의 등포텐셜분포

최적설계과정동안 계산한 초전도 전자석의 최대자기저장에너지의 변화는 그림 5를 이용하여 알 수 있으며 최대자기저장에너지는 최종형상에서 초기형상에 비하여 약 44.2%가 증가하였다. 초전도 전자석의 동작점의 변화는 그림 6으로 알 수 있는데 각 설계과정에서 초전도 전자석내의 최대자속밀도의 경우 반복설계에 따라서 초기에는 급격히 감소하다가 최종단계에 이를수록 증가하였다. 표 1에서는 본 논문에서 제안한 알고리즘을 이용하여 솔레노이드 초전도 전자석의 저장에너지 최대화 설계시 초기형상과 최종형상의 설계변수 및 자기저장에너지의 변화를 정리하였다.

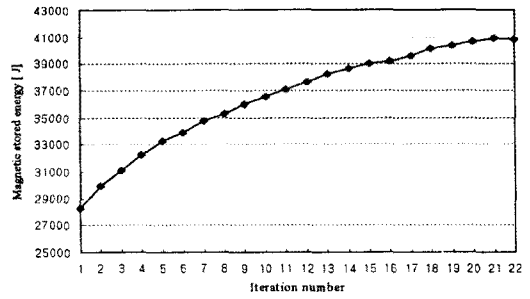


그림 5 초전도전자석의 자기저장에너지 변화

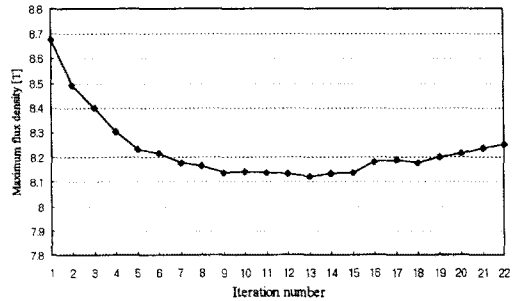


그림 6 초전도 전자석의 최대자속밀도 변화

표 1 초기형상과 최종형상의 비교

	초기형상	최종형상
P_1 [mm]	150	200
P_2 [mm]	200	118
P_3 [mm]	50	79.3
B_{max} [T]	8.67	8.25
J [A/m ²]	8×10^7	8×10^7
Volume [m ³]	1.25×10^{-2}	1.25×10^{-2}
W' Energy [J]	28234.57	40817.13

[참 고 문 헌]

- [1] S. Gitosusastro, J.L. Coulomb and J.C. Sabonnadiere, "Performance derivative calculations and optimization process," *IEEE Trans. On Magnetics*, Vol.25, pp.2834-2839, July 1989
- [2] Il-han park, Beom-taek Lee, and Song-yop Hann, "Design sensitivity analysis for nonlinear magnetostatic problems using finite element method," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol.28, pp.1533-1536, March 1992
- [3] D. Bruce Montgomery, *Solenoid Magnet Design*, Robert E. Krieger Publishing, New York, 1980
- [4] R.T. Haftka, Z. Gurdal, *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, 1992