

냉각재 순환펌프용 유도전동기의 진동 해석

홍승수\*, 구대현\*, 강도현\*, 허형\*\*  
 한국전기연구소\*, 한국원자력연구소\*\*

Vibration Analysis of Induction Motor for Main Coolant Pump

Seung-soo Hong\*, Dae-hyun Koo\*, Do-hyun Kang\*, Hyung Huh\*\*  
 K.E.R.I.\*, K.A.E.R.I.\*\*

**Abstract** - This paper describes the general formulation for free vibration analysis of rotor by the transfer matrix method. For solving structural dynamics problems, it is used the transfer matrix method. The rotor of the induction motor for main coolant pump is regarded as a distributed mass system.

1. 서 론

진동 문제에 있어서 엄밀하게 해를 구할수 있는 경우는 극히 제한되어 있어서 실제계의 진동문제에 대해서는 수치적인 해석법을 주로 이용한다. 탄성 회전축계의 위험속도와 동적응답을 결정하기 위해 지금까지 사용되고 있는 해법 중에는 Dunkerley의 공식, Rayleigh법, 행렬반복법 등이 있다. 하지만, 이러한 고전적인 방법은 극히 단순한 계 외에는 이용되지 않고, 일반적으로 복잡한 회전축계의 진동해석에는 유한요소법(Finite Element Method) 또는 전달행렬법(Transfer Matrix Method)이 널리 이용되고 있다.

전달행렬법은 비틀림진동에 관한 Holzer법, 보의 굽힘진동에 관한 Myklestad법 등에서 그 기본개념이 제안되어 50년대 후반 서독의 3개의 공과대학에서 서로 독자적으로 여러 구조물의 동적해석에 관한 응용연구가 수행되므로서 일반화된 방법으로 연속보, 터빈-발전기의 회전축, 내연기관의 크랭크축 등의 직선형 및 분지형 구조물 등의 정적 혹은 동적해석에 광범위하게 적용할 수 있는 강력한 구조해석 기법이다.

전달행렬법은 복잡한 선형 탄성계를 몇 개의 요소로 분할하고 각 요소간의 특성을 행렬로서 표시하여 이들 행렬의 곱을 계산하여 계 전체의 특성을 나타내는 행렬을 구하고, 양단의 경계조건을 이용하여 계의 진동특성을 구하는 방법이다. 이 방법은 행렬의 연산을 이용하기 때문에 계산수법은 기계적으로 이루어진다. 따라서, 컴퓨터에 의한 프로그래밍도 비교적 용이하고, 응용범위가 넓은 이점이 있으며, PC의 이용에 적합한 구조해석 기

법으로 널리 이용되고 있다. 본 연구에서는 전달행렬법에 대한 소개를 하고, 냉각재 순환펌프용 canned-motor를 모델링하여 수치계산 결과를 나타내었다.

2. 본 론

2.1 개요

냉각재 순환펌프용으로 사용될 전동기는 구조가 간단하고 유지보수가 불필요한 유도전동기가 채택되었으며 고정자와 회전자를 얇은 Can으로 밀봉시킨 Canned-motor이다. 이러한 Canned-motor의 구조상의 특이점은 전동기 회전자와 동력전달의 회전축과는 일체형으로 설계, 제작이 되었기 때문에 동력전달을 위한 다른 연결부위가 필요없다는 점이다. 냉각재 순환펌프의 저온 운전모드에서 요구되는 전동기의 회전수는 900 [RPM]이며, 고온 운전모드에서 요구되는 전동기의 회전수는 3600 [RPM]이다.

회전축은 2개의 저널 베어링과 1개의 mechanical seal로 지지되어 있다. 이들 베어링은 윤활유를 사용하지 않고 원자로 내부를 순환하는 일차냉각수를 윤활재로 사용하기 때문에 베어링의 재질은 고온과 고압에 견디면서 윤활작용을 하는 흑연-실리콘 재질을 사용한다[1].

2.2 전달행렬법 [2]

대상으로 하는 탄성계를 그림 2와 같이  $n$  개의 기본 요소로 분할하였을 때, 그 기본요소의 양단의 물리 상태를 규정하는 양은 내력(Internal Force)과 그에 대응하는 변위(Displacement)이다.  $i$ 번째 요소의 우단인  $i$ 점의 변위와 내력을 나열하여 열 벡터로 표시한 것이  $i$ 점에서의 상태량 벡터(State Vector)이다.

정적 또는 동적 특성을 가지는 기본요소  $i$ 는 분할점  $i-1$ 점에서의 상태량을  $i$ 점에서의 상태량으로 전달하는 데, 이것이 선형계라면 이 관계는 다음 식의 형태로 표

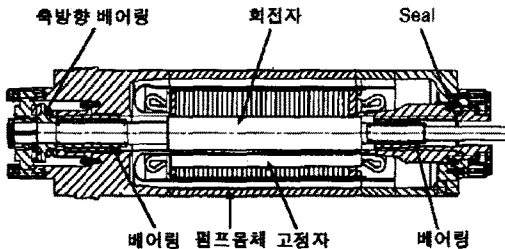


그림 1 냉각재 순환펌프용 유도전동기

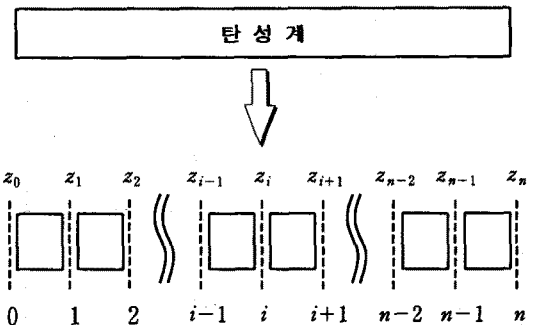


그림 2 전달행렬법의 기본 개념도

시할 수 있다.

$$z_i = T_i z_{i-1} \quad (1)$$

$$\text{여기서, } T_i = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & t_{1m} \\ t_{21} & t_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & t_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{m1} & t_{m2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & t_{mm} \end{bmatrix}_i$$

는  $i-1$  점의 상태량 벡터  $z_{i-1}$  을  $i$  점에 전달하는 역할의 정방행렬이고, 전달행렬(Transfer Matrix)이라 한다. 또한, 전달행렬은 격간 전달행렬(Field Transfer Matrix 또는 Field Matrix)과 격점 전달행렬(Point Transfer Matrix 또는 Point Matrix)로 나눌 수 있다.

격간 전달행렬은 기본 요소가 길이를 가진 탄성체인 경우의 양단  $i-1$  점과  $i$  점의 상태량 벡터를 연결하는 것으로서

$$z_i = F_i z_{i-1} \quad (2)$$

과 같이 표현할 수 있다. 한편 격점 전달행렬은 절점이 기본 요소인 경우, 절점  $i$  점의 좌측과 우측의 전달특성을 표현하는 것으로서 좌측을 L, 우측을 R의 첨자로서 나타내면 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$z_i^R = P_i z_i^L \quad (3)$$

식 (1), (2) 및 (3) 등을 전달행렬(Transfer Matrix) 또는 전달방정식(Transfer Equation)이라 한다.

만일, 기본요소에 대한 전달행렬이 구해진다면, 자유진동의 경우는 계의 고유진동수와 진동모드가, 강제진동에 대해서는 계의 정상상태 응답이 각각 어떻게 될 것인가를 결정할 수 있다. 일반적으로 다수의 기본요소가 연결되어 있는 복잡한 진동계를 고려하면 각 기본요소마다의 전달방정식은

$$z_1 = T_1 z_0$$

$$z_2 = T_2 z_1$$

⋮

$$z_n = T_n z_{n-1}$$

이다. 식 (4)는 다음 식과 같이

$$z_n = T_n T_{n-1} \cdots T_2 T_1 z_0 \quad (5)$$

로 고쳐 쓸 수 있다. 그러므로, 계의 좌단(절점 0)과 우단(절점  $n$ )의 각 상태량 벡터를 결합한 전달행렬을  $T$ 라 하면

$$z_n = T z_0 \quad (6)$$

$$T = T_n T_{n-1} \cdots T_2 T_1 \quad (7)$$

이 된다. 결국 계 전체로서의 전달행렬  $T$ 는 각 요소의 전달행렬을  $n$  번째의 것이 선두에 오도록 순서대로 나열하여 전부 곱하면 된다.

계의 좌단과 우단의 상태를 규정하는 전달방정식은 식 (6)이지만, 이것을 구체적으로 나타내면 다음 식과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \zeta_m \\ 1 \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdot & \cdot & t_{1m} & f_1 \\ t_{21} & t_{22} & \cdot & \cdot & t_{2m} & f_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{m1} & t_{m2} & \cdot & \cdot & t_{mm} & f_m \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \zeta_m \\ 1 \end{bmatrix}_0 \quad (7)$$

상태량 벡터는 내력과 이것에 대응하는 변위로 구성되고, 좌단과 우단에서의 경계조건에 의해 상태량의 개수  $m$  개중의 반은 0으로 규정된다. 결국, 양단에서  $m/2$  이 미지량으로 남게 되는 것을 알 수 있다. 예를 들면 좌단의 미지량은 상태량 벡터의 짝수 행의 것, 우단에서는

홀수 행으로 가정하면 식 (7)은

$$\begin{bmatrix} \zeta_1 \\ 0 \\ \zeta_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \zeta_{m-1} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdot & \cdot & t_{1m} & f_1 \\ t_{21} & t_{22} & \cdot & \cdot & t_{2m} & f_2 \\ t_{31} & t_{32} & \cdot & \cdot & t_{3m} & f_3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{m-1,1} & t_{m-1,2} & \cdot & \cdot & t_{m-1,m} & f_{m-1} \\ t_{m1} & t_{m2} & \cdot & \cdot & t_{mm} & f_m \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \zeta_2 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ \zeta_m \\ 1 \end{bmatrix}_0 \quad (8)$$

과 같이 된다. 좌단과 우단의 각각의 상태량벡터 중에서 0으로 놓여있는 곳이 경계조건에 의해 이미 규정된 것이다. 식 (8)에서 우단의 상태량 벡터 중 0이 들어있는 행만을 추출하여 정리하면,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} t_{22} & t_{24} & \cdot & \cdot & t_{2m} & f_2 \\ t_{42} & t_{44} & \cdot & \cdot & t_{4m} & f_4 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{m2} & t_{m4} & \cdot & \cdot & t_{mm} & f_m \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_2 \\ \zeta_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \zeta_m \\ 1 \end{bmatrix}_0 \quad (9)$$

이 되고, 좌단 (0점)의 미지량  $\zeta_2, \zeta_4, \dots, \zeta_m$  에 대한 연립방정식이 세워진다. 식 (9)를 변형하면 다음 식 (10)과 같이 되며 이는 또 다음 식 (11)로도 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} t_{22} & t_{24} & \cdot & \cdot & t_{2m} \\ t_{42} & t_{44} & \cdot & \cdot & t_{4m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{m2} & t_{m4} & \cdot & \cdot & t_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_2 \\ \zeta_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \zeta_m \end{bmatrix}_n = - \begin{bmatrix} f_2 \\ f_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_m \end{bmatrix}_0 \quad (10)$$

$$T' z_0' = -f' \quad (11)$$

이와 같이 양단의 경계조건을 적용하면 좌단의 미지 상태량에 관한 연립방정식이 얻어지는 것을 알 수 있다. 자유진동을 해석하는 경우에는 기진력은 고려하지 않아도 되기 때문에

$$f = 0 \quad (12)$$

이다. 그러므로 식 (11)은

$$T' z_0' = 0 \quad (13)$$

이 된다. 위 식이 해를 가지기 위해서는  $z_0' \neq 0$  이기 때문에  $T'$ 의 행렬식이 0이어야 한다. 즉,

$$|T'| = 0 \quad (14)$$

이다.

자유진동 해석의 경우 전달행렬의 요소  $t_{ij}$ 는 미지의 각 진동수  $\omega$ 의 함수이기 때문에  $|T'|$ 도 또한  $\omega$ 가 된다. 즉, 식 (14)는 진동수 방정식이고, 그 해가 계의 고유진동수가 된다.

그리고, 좌단의 미지량을 결정하기 위해서는, 자유진동해석의 경우 식 (14)에 의해 고유진동수  $\omega_n$ 이 구해지면 좌단의 미지량은 다음과 같이 결정된다. 식 (13)에 있어서 좌단의 미지량 중에서 어느 한 개를 1로 가정한다. 예를 들어,  $\lambda_m$ 을 1로 가정하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \zeta_2 \\ \zeta_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \zeta_{m-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{22} & t_{24} & \cdot & \cdot & t_{2,m-2} \\ t_{42} & t_{44} & \cdot & \cdot & t_{4,m-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{m-2,2} & t_{m-2,4} & \cdot & \cdot & t_{m-2,m-2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} t_{2,m} \\ t_{4,m} \\ \cdot \\ \cdot \\ t_{m-2,m} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$t_{ij}$ 는 이미 구해진  $\omega_n$ 에 대한 함수이기 때문에 위 식에 의해  $\zeta_m$  이외의 미지량이  $\zeta_m$ 에 대한 비(比)로서 구해진다. 이 결과 좌단의 상태량이 전부 기지의 값이 된다.

또한, 강제진동을 해석하는 경우는 강제항  $f$ 는 0이 아니고, 또한 전달행렬의 요소  $t_{ij}$ 는 강제변위나 기진력

진동수의 함수로서 모두 기지이기 때문에 좌단의 미지량  $z_0'$ 는 식 (11)에 의해 다음과 같이 모두 결정된다.

$$z_0' = -T^{-1}f' \quad (16)$$

이상과 같이 계의 좌단의 상태량 벡터가 결정되면 임의의 분할점  $i$ 에 대한 상태량벡터는 다음 식

$$z_i = T_i T_{i-1} \dots T_2 T_1 z_0 \quad (17)$$

에 의해 구할 수 있다.

### 2.3 회전자의 굽힘진동 해석

Canned-motor 회전자는 원형단면의 직경과 길이가 각각 다른 분포질량 직선보로 모델링하였다. 편의상 계의 전단력과 모멘트, 외력 등 힘 벡터가 불연속인 점이 반드시 절점(node)이 되도록 축을 분할하고, 분할된 축의 기본 요소를 부재(Element)라고 한다.

해석대상계의  $i$ 번째 절점의 상태벡터는 식 (18)과 같이 표현한다. 여기서,  $y$ 는 처짐량,  $\theta$ 는 처짐각,  $M$ 은 모우먼트,  $N$ 은 전단력을 나타낸다. 그리고,  $i$ 번째 축 요소 양단의 상태벡터의 관계는 이미 잘 알려져 있으며, 이들 요소가 오일러 보(Euler Beam)인 경우에는 식 (19)와 같이 주어진다.

$$z = \{-y, \theta, M, N\}_i^t \quad (18)$$

$$z_i = F_i z_{i-1} = \begin{bmatrix} c_0 & lc_1 & ac_2 & alc_3 \\ \beta^4 c_3/l & c_0 & ac_1/l & ac_2 \\ \beta^4 c_2/a & \beta^4 lc_3/a & c_0 & lc_1 \\ \beta^4 c_1/al & \beta^4 c_2/a & \beta^4 c_3/l & c_0 \end{bmatrix} z_{i-1}$$

$$c_0 = (\cosh \beta + \cos \beta)/2, \quad c_1 = (\sinh \beta + \sin \beta)/2\beta$$

$$c_2 = (\cosh \beta - \cos \beta)/2\beta^2, \quad c_3 = (\sinh \beta - \sin \beta)/2\beta^3$$

$$a = l^2/EI, \quad \beta^4 = \mu\omega^2 l^4/EI \quad (19)$$

여기서,  $EI$ ,  $\mu$ ,  $l$ 은 굽힘강성, 선밀도 및 길이이고,  $\omega$ 는 위험회전수이다.

또한, 절점  $i$ 에 집중질량, 관성 모멘트, 기초지지 스프링이 있을 경우에는 전단력과 굽힘 모멘트가 불연속이 된다. 따라서, 힘의 평형관계로부터 격점 전달행렬을 식 (20)과 같이 구할 수 있다.

$$z_i = P_i z_{i-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & J\omega^2 + \hat{k} & 1 & 0 \\ m\omega^2 - k & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} z_{i-1} \quad (20)$$

여기서,  $m$ ,  $J$ 는 집중질량과 관성 모멘트,  $k$ ,  $\hat{k}$ 는 기초 지지 전달 스프링과 회전 스프링을 나타낸다.

식 (18), (19), (20)을 식 (1)~(17)의 전달행렬법의 과정을 수행하면 굽힘진동에 대한 위험회전수, 진동 모드, 주파수 응답 등을 알아낼 수 있다.

### 2.4 수치계산

그림 1에 보여진 해석 모델에 대해 자유진동해석을 수행하였다. 여기서는 Journal Bearing과 Mechanical Seal에 대해 단순지지 조건을 부여했고, 그 위치는 등가적으로 선정하여 결정하였으며, 이에 대응하는 스프링 상수 값으로  $k=10^{10} N/m$ 를 대입하였고, 3차까지의 고유진동수와 고유진동형을 구하여 그림 3에 나타내었다. 해석대상 진동기의 운전은 3600 [RPM] 이내에서 이루어지고, 1차 위험속도는 15374 [RPM] 이므로 진동기의 전자기력에 의한 기진력 Harmonics의 영향을

무시한다면 설계된 Canned-motor의 회전체 구조는 사용속도 영역내에서 안정하다고 볼 수 있다.

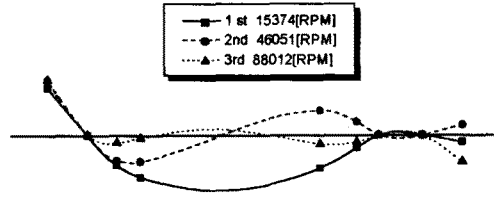


그림 3 고유진동수와 고유진동형

구조물의 운전조건에 따라 계의 위험 회전수가 변할 수가 있다. 그 요인으로 베어링의 수명, 회전자의 진폭의 증가, mechanical seal의 마모 등은 위험 회전수의 변화를 가져오기 때문에 지지강성의 변화에 대한 고유진동수의 변화를 살펴볼 필요가 있어 그림 4에 나타내었다. 전동기는 3600 [RPM] 이내에서 운전되므로 제작시의 오차를 고려하더라도 베어링 및 seal의 강성을  $10^7 [N/m]$  이상이 되도록 설계해야 한다.

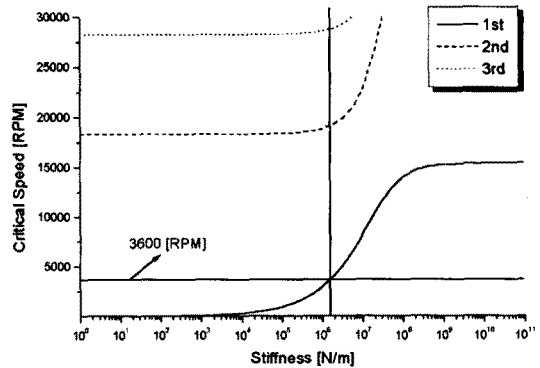


그림 4 지지강성의 변화에 대한 위험회전수의 변화

## 3. 결 론

본 논문에서는 전달행렬법에 대한 간략한 소개를 했고, 수치실험 결과를 나타내었다. 전달행렬법의 알고리즘은 대단히 쉽고, 응용범위가 넓으며, 빠른 계산속도와 높은 신뢰성을 제공하는 편리하면서도 강력한 해석기법이다. 또한, 전동기와 같은 직선형 구조물의 동적해석에 유용하고 특수목적용 소프트웨어로의 개발이 용이하다.

또한, 회전기계를 개발하는 설계자는 여러 가지 요인에 의해 빈번한 설계변경이 발생하고 이에 대한 신속한 대처를 필요로 하는데, 전달행렬법은 이를 충분히 만족시켜 줄 것이라 생각한다.

본 논문에서는 여러 이유로 인해 진동실험을 행하지 못하였는데, 다음 기회에 실험을 통한 전달행렬법의 유용성, 다양한 설계로의 응용 등을 보고하기로 하겠다.

### [참고 문헌]

- [1] 구대형 외 5인, "일체형 원자로 냉각재 순환펌프의 전동기 설계 및 해석", 대한전기학회 하계학술대회 논문집(A), pp.228~231, 1998.
- [2] Pestel, E. C., Leckie, F. A., "Matrix Method in Elastomechanics", McGraw-Hill