

유한요소법에 의한 농형유도전동기 d-q등가모델의 회로정수 산출

최 종 선 · 구 태 만
울산대학교 전기전자 및 자동화공학부

Calculation of Equivalent d-q Model Parameters of
A Squirrel Cage Induction Motor Using Finite Element Method

Chong Sun. Choi · Tae Man. Koo
School of Elec. Eng., University of Ulsan

Abstract - This paper presents a method for determining of the equivalent d-q model parameters of three-phase squirrel cage induction motors. The method is based on the use of a finite-element field calculation which enables the precise slot geometry to be modelled accurately, and includes the effects of magnetic saturation of iron core. The proposed method can reduce computational costs compared with the method that needs the iterative field analysis to obtain the impedance. It is verified that the circuit inductances are shown as functions of the current.

d-q 변환에 의해 고정자의 3상 전류는 다음과 같이 d-q 전류로 변환된다.

$$\begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기에서 θ 는 d축과 고정자축의 전기적인 사이각이다. 그리고 회전자의 유도전류를 d-q전류로 나타내면 다음과 같다[4].

$$\begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_1 & \cos \delta_2 & \dots & \cos \delta_n \\ \sin \delta_1 & \sin \delta_2 & \dots & \sin \delta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

이 때 δ 는 전기각으로 나타낸 각 회전자 도체와 d축과의 공간적인 사이각이다. 회전자 전류는 한 극에 대해 π [rad]의 전기각을 가진다.

1. 서 론

전동기의 특성은 공극에 발생하는 자계와 밀접한 관계가 있다. 따라서 전동기 특성 해석의 정확도는 전동기 내부의 자장 분포를 얼마나 정확하게 해석하느냐에 달려 있다. 유도전동기의 특성해석법으로는 집중회로정수해석법의 하나인 자기동가회로법이 오래 전부터 사용되어 오고 있고, 1980년대 이후 컴퓨터의 비약적인 발전에 따라 분포정수해석법의 일종인 유한요소법이 사용되기 시작하였다.

자기동가회로법은 자성재료의 성질, 전동기의 기하학적 구조, 권선의 분포 등에 많은 가정을 두지만, 유한요소법은 실제의 형상 및 재료의 특성을 최대한 반영할 수 있으므로 보다 정확한 결과를 얻을 수 있다. 그러나 유한요소법에 의한 특성해석은 비교적 많은 시간이 필요하다[1]. 그래서 설계 및 특성해석의 용이성 및 특성해석시간의 절약을 위해 전기동가회로에 의한 특성해석이 많이 이용된다.

본 논문에서는 전기동가회로정수를 구하기 위해, 유한요소법에 의해 이상적인 가상실험이 가능하다는 점[2]을 착안하여 농형유도전동기를 동특성 해석모델인 d-q등가모델에 적용하여 d-q등가회로의 회로정수를 구하였다.

일반적인 회로의 구성시, 기기의 각 회로정수는 고정된 값으로 간주하였으나, 인덕턴스의 경우 자기포화현상에 의해 그 값이 전압 및 전류의 크기에 따라 변화할 수 있으며, 회전자저항도 표피효과에 의하여 변할 수 있다. 따라서 고정된 회로정수를 사용할 경우 이러한 회로정수의 변화 때문에 기동시 또는 속도의 변화시와 같은 과도 상태에서 시스템에 문제를 일으키거나 큰 오차를 발생시킬 수 있다[3]. 이에 본 논문에서는 전류의 변화에 의한 각 회로정수의 변화도 함께 분석하였다.

2.1 고정자입력전류

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta - 120^\circ) \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.2 회전자입력전류

회전자 도체 간격을 전기각으로 나타내면 $\alpha = \frac{P}{2} \frac{2\pi}{N_p}$ [rad]이다. 여기서 P는 극수이다.

따라서 d축과 각 도체 사이의 간격을 전기각으로 나타내면 다음과 같다.

$$\delta_n = (\delta_i + \alpha \cdot (n-1)) \text{ [rad]} \quad (4)$$

여기서 δ_1 는 첫 번째 회전자 도체와 d축과의 전기각이다. 어떤 시점에서 각 회전자 도체에 흐르는 전류는 정현함수의 분포를 가지므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \\ \cos(\phi + \alpha) \\ \vdots \\ \cos(\phi + \alpha(n-1)) \end{bmatrix} i \\ = \begin{bmatrix} i \cos \phi \cos 0 - i \sin \phi \sin 0 \\ i \cos \phi \cos \alpha - i \sin \phi \sin \alpha \\ \vdots \\ i \cos \phi \cos(\alpha(n-1)) - i \sin \phi \sin(\alpha(n-1)) \end{bmatrix} \quad (5)$$

2. d-q변환

d-q모델 적용시 d-q전류를 흘려야 하는데 d-q전류는 변환된 가상의 전류이므로 다음과 같이 실제의 3상전류로 변환한다.

따라서 회전자에서의 d-q전류는 식 (5)를 식 (2)에 대입

하면 다음과 같다.

$$i_{dr} = \sum_{j=1}^n \cos \delta_j i \left(\cos \phi \cos(\alpha \times (j-1)) - \sin \phi \sin(\alpha \times (j-1)) \right) \quad (6)$$

$$i_{qr} = \sum_{j=1}^n \sin \delta_j i \left(\cos \phi \cos(\alpha \times (j-1)) - \sin \phi \sin(\alpha \times (j-1)) \right) \quad (7)$$

식 (6)과 (7)의 연립방정식으로부터 $i \cos \phi$, $i \sin \phi$ 를 구하면, 각 회전자 도체에 흐르는 전류는 식 (5)에 의하여 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$i_n = i \cos \phi \cos(\alpha(n-1)) - i \sin \phi \sin(\alpha(n-1)) \quad (8)$$

3. 회로정수산출

회로정수 산출 방법은 다음과 같다. 첫째, 기기 내부의 자계의 포화상태를 고려하기 위해 일정크기의 3상 전류를 인가하고, 2차원 유한요소법에 의하여 비선형 자계해석을 수행한다. 여기에서 구한 결과의 각 요소 자기저항률은 이후부터 이 전류에 의한 해석에서 고정된 값으로 사용한다. 둘째, 등가회로의 각 인덕턴스값을 구하기 위해 어느 한쪽의 권선에만 d-q전류가 흐르도록 한다. 즉 고정자와 회전자권선은 교대로 개방상태로 두어 서로 영향을 주지 않도록 한다. 이 때 유한요소법정식의 자기저항률은 앞에서 구한 값으로 고정된 후 단위전류를 입력한 선형 자계 방정식을 해석하여 벡터포텐셜을 구하고, 이 값을 이용하여 각 회로정수를 구한다. 셋째, 회전자측의 각 회로정수와 입력값을 고정자측으로 환산하기 위해 유효권수비를 구한다. 유효권수비는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$k = \sqrt{\frac{L_s}{L_r}} \quad (9)$$

마지막으로 식 (9)의 유효권수비를 이용하여 회전자측 회로정수를 고정자 측으로 환산한다.

3.1 자기인덕턴스

고정자 또는 회전자 권선의 자기인덕턴스는 각 권선의 입력전류에 의해 계산할 수 있다. 전류를 입력하지 않는 권선의 전류값은 0으로 설정하여야한다. 전동기에 저장된 에너지에 대한 관계식에서 다음과 같이 자기인덕턴스를 구할 수 있다.

저장된 자기에너지는 다음에 의하여 구할 수 있다.

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} \, dV = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \, dV \quad (10)$$

여기서 적분영역은 전동기의 전체 체적을 나타낸다. 따라서 인덕턴스와 자기에너지의 관계식에 의해 다음과 같이 구할 수 있다.

$$L_s = \frac{2W_m}{i_s^2} \quad (12)$$

$$L_r = \frac{2W_m}{i_r^2} \quad (13)$$

3.2 상호인덕턴스

고정자 측에서 본 상호인덕턴스는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_s = \frac{\lambda_{sr}}{i_r'} \quad (14)$$

$$\lambda_{sr} = l \int A \left[\frac{J_s}{i_s'} \right] dS \quad (15)$$

여기서, λ_{sr} 은 회전자전류에 의한 고정자권선의 쇄교자속이고 l 은 기기철심의 축방향길이이다.

식 (15)을 식 (14)에 대입하면 고정자 측에서 본 상호인덕턴스를 구할 수 있다.

$$M_s = \frac{l}{i_r'} \int A \left[\frac{J_s}{i_s'} \right] dS \quad (16)$$

이 때 고정자권선의 흐르는 전류 i_s' 는, i_s 에 의해 발생하는 벡터포텐셜의 크기가 무시할 수 있을 정도로 작아야 한다. 이 때 i_r' 은 고정자 측으로 환산한 회전자전류이다. 회전자측에서 본 상호인덕턴스는 다음과 같다,

$$M_r = \frac{l}{i_s'} \int A \left[\frac{J_r}{i_r'} \right] dS \quad (17)$$

여기서 i_s' 는 회전자측으로 환산한 고정자전류이다.

3.3 누설인덕턴스

고정자와 회전자 누설인덕턴스는 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$L_{\sigma s} = L_s - M_s \quad (18)$$

$$L_{\sigma r} = L_r - M_r \quad (19)$$

3.4 회전자저항

2차원 유한요소해석의 경우 엔드링을 고려할 수 없으므로 엔드링부분을 회전자도체의 도전율에 반영하여 계산하였다. 엔드링저항에 의한 효과를 포함한 2차측 도체 1개의 새로운 저항률 ρ 의 값은 다음과 같다[5].

$$\rho = \rho_0 + \frac{S_b}{l_b} \frac{2\rho l_r Z_2}{(P\pi)^2 S_r} \quad (20)$$

여기서 ρ_0 는 본래의 회전자도체 저항률이다.

또한, 식 (2)에 의해 회전자에서의 d-q전류는 각 회전자 도체에 분포하는 전류의 합으로 정의된다. 그러므로 d-q 축으로 변환한 회전자 전류의 도체면적은 하나의 슬롯면적의 $\frac{N_b}{P}$ 배를 갖게 될 것이다. 따라서 저항률은 면적에 반비례하므로

$$\rho' = \rho \times \frac{P}{N_b} \quad (21)$$

로 변화시켜야 할 것이다.

회전자도체에서의 저항손 W_{loss} 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$W_{loss} = I \int \frac{I^2}{\sigma'} dS \quad (22)$$

여기서 도전을 σ' 은 $\sigma' = \frac{1}{\rho}$ 이다.

회전자 도체의 저항은 이 저항손을 등가저항으로 환산하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_r = \frac{W_{loss}}{I_r^2} \quad (23)$$

4. 해석모델 및 해석결과의 고찰

본 연구에 사용된 농형유도전동기 사양은 표 1과 같다.

표 1. 해석 유도전동기의 사양

출 렵	3.7 [KW]	극 수	4
주 파 수	50 [Hz]	정 격 전 압	200 [V]
고정자슬롯수	36	회전자슬롯수	45
고정자 외경	220 [mm]	축 경	35 [mm]
고정자 내경	130 [mm]	공 극	0.45 [mm]

본 논문에서 사용한 방법에 의해 구한 정격시의 회로정수를 표 2에 나타내었다.

표 2. d-q등가모델의 회로정수

parameter	FEM
R_s	N. A
R_r	0.325 [Ω]
M	1.017×10^{-1} [H]
L_{ls}	2.237×10^{-3} [H]
L_{lr}	2.237×10^{-3} [H]

N. A - Not Available

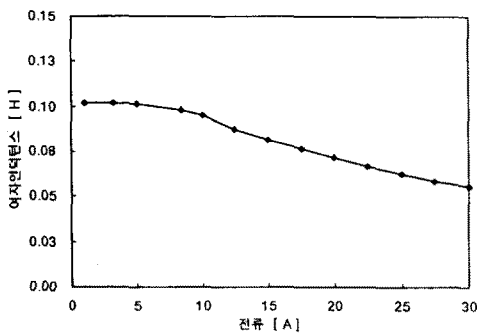


그림 1. 전류에 대한 상호인덕턴스의 변화

그림 1은 전류크기의 변화에 따른 상호인덕턴스의 변화를 나타낸 것이다. 그림 1에서 정격여자전류(3.2 [A])에서 0.102 H이고, 정격여자전류의 약 5배의 전류가 흐를 때 상호인덕턴스는 약 20%가 감소되었다. 이는 철심에서의 자기포화현상에 기인한 것으로 사료된다. 따라서 상호인덕턴스 산출의 경우 자기포화를 반드시 고려해야

함을 보여주고 있다.

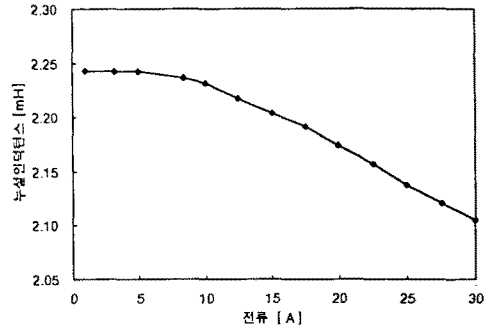


그림 2. 전류에 대한 누설인덕턴스의 변화

그림 2는 전류크기의 변화에 따른 누설인덕턴스의 변화를 나타내었다. 이 경우도 상호인덕턴스의 변화와 비슷한 양상을 보인다. 이것은 누설인덕턴스의 경우에도 상호인덕턴스와 마찬가지로 철심의 포화현상이 영향을 미치는 것으로 사료된다. 정격전류시(8.43 [A])의 누설인덕턴스는 2.237 [mH]이며, 정격전류의 0.6배의 전류가 흐를 때에는 약 0.3%의 증가가 있으며 정격전류의 약 2.5배가 흘렀을 때 약 3%가 감소하였다.

회전자저항의 경우 전류의 변화에 따른 저항값의 변화가 거의 없었다. 이는 표피효과를 고려하지 않을 경우 저항값은 전류의 크기에 영향을 받지 않기 때문이다.

5. 결 론

본 논문에서는 유한요소법에 의해 농형유도전동기의 d-q등가모델의 회로정수를 구하는 한 방법을 제시하였다. 제안한 방법은 3상회로를 d-q회로로 변환하여 계산함으로써 회로정수를 산출하는 과정에서 기존의 반복계산을 통하여 임피던스를 구하는 방법에 비해 수식의 변화 없이 유한요소해석에서 구한 벡터포텐셜을 바로 이용할 수 있다는 장점이 있다. 해석모델에서 누설인덕턴스와 상호인덕턴스는 전류가 증가함에 따라 감소함을 확인할 수 있었다. 그러므로 유도전동기의 특성해석이나 유도전동기를 포함하는 시스템 해석에서 이러한 회로정수의 변화를 고려해야 할 것으로 사료된다.

[참 고 문 헌]

- [1] S. Williamson, M.J.Robinson, "Calculation of cage induction motor equivalent circuit parameters using finite elements", IEE PROCEEDINGS-B, vol 138, no 5, pp264-276, September 1991
- [2] Liuchen Chang, "An Improved FE Inductance Calculation for Electrical Machines", IEEE trans. Magn., vol 32, no. 4, pp 3237-3245, July 1996
- [3] R. Krishnan and F.C.Doran, "Study of Parameter Sensitivity in High Performance Inverter-Fed Induction Motor Drive Systems", IEEE-IAS Annu. Meet. Conf. Rec, Oct. 1984, pp.510-524
- [4] D. Dolinar, R. De Weerd, R. Belmans, E. M. Freeman, "Calculation of two-axis inductance motor model parameter using finite elements", IEEE Trans. Energy Conversion, vol 12, no 2, pp133-142, June 1997
- [5] 하경호, 홍정표, 김규탁, 임태빈, "엔드링을 고려한 농형유도전동기의 2차원 유한요소해석", 대한전기학회, vol 48, no 2, pp49-55, 1999.