

유도 전동기의 공극 페미언스 매트릭스 구성을 위한 연구

최재영* 이은웅* 임수생* 정증호** 우성봉* 임용빈*
 충남대* 서초전자공고**

A Study of forming matrix for the air gap permeance in induction machines

Jae-Young Choi* · Eun-Woong Lee* · Su-Saeng Lim* · Jong-Ho Jeong** · Sung-Bong Woo* · Yong-bin Lim*
 Chungnam National University* · Seocho Electronics Technical High School**

Abstract - 유도기의 과도 상태를 해석하기 위해 시간 차분 유한요소법 대신 자기 등가 회로법을 적용하기 위한 연구가 있어왔다. 이 방법은 기기의 각 부분을 자기적 회로로 변환하여 해석하는 것으로 계산 시간이 짧고 정확한 장점이 있다. 이 방법으로 해석하기 위해서는 기기의 각 부분을 자기적 요소로 바꾸어야 하고, 에너지 변환이 일어나는 공극을 페미언스로 나타내야 한다. 따라서 이 논문에서는 먼저 자기 등가 회로법으로 해석할 수 있도록 공극 페미언스로 구성되는 매트릭스를 제시하여, 차후 시스템 매트릭스를 구성할 때 사용코자 한다.

극 모형에 따른 것이기에, 자기 등가 회로로 적절하게 표현하는 것에 대한 중요성을 쉽게 깨달을 수 있다. 전기기기의 공극에서 자기적 등가위면은 고정자와 회전자 치의 윗부분이다. 등가위면에서 자속이 흘러나오고 고정자와 회전자 치의 위치에 따라서 공극 페미언스가 달라진다. 따라서, 고정자 치와 회전자 치의 치폭이 같은 경우와 다른 경우에 있어서 각각 페미언스 변화를 구하고자 한다. 이 해석에서 고정자와 회전자의 치 수가 같다고 가정하였다.

1. 서 론

전기 기기 이론에 대해 지난 몇 십 년동안은 과도 상태와 정상 상태 동작을 계산하기 위해 폭넓게 컴퓨터를 적용함으로써 그 특징을 기술하였다. 기기의 기본적인 역학 모델은, 고정자와 회전자 사이의 토오크가 단지 자속과 전류에 의해서 발생하는 동안에, 자기 에너지 전부가 공극에 저장되는 전기 기계적 시스템으로 묘사된다. 이러한 모델의 일반화는 고정자와 회전자 치들의 수와 모양, 고정자 권선들의 영향 뿐만 아니라, 기기가 운동하는 동안의 자속, 전류, 속도, 토오크 곡선 등을 계산할 수 있게 한다. 이 자기 등가 회로법의 언어는 인덕턴스가 아니라, 자기 저항의 역수인 페미언스이다. 기기의 각 부분은 기하학적인 면에 의해 의존하는 페미언스 값으로 나타내어지고, 기저력 소스와 함께 자기 등가 회로법을 구성하게 된다. 특히 회전자가 회전하면서 자속 통로의 치수가 변하게 됨으로써, 고정자에 대한 공극에서의 페미언스가 변하게 된다. 공극에서의 페미언스가 중요한 의미를 갖는 이유는 토오크와 힘이 바로 이것에 의존한다는 것이다. 즉, 전기-기계적 에너지 변환이 단지 공극에서 발생한다.

이러한 이유로 본 논문에서는 공극 페미언스에 대한 해석을 통해 공극 페미언스 매트릭스를 구성하고자 한다. 이 공극 페미언스 매트릭스는 기기에 대한 자기 등가 회로 모델을 해석하는데 적용되기 때문에 더욱 중요하다고 할 수 있다.

2. 본 론

2.1 시변 주기적 공극 페미언스

공극에서 치수가 변하는 자속 통로는 시변 주기적인 페미언스를 가진다. 왜냐하면 자속 통로가 기하학적인 모형을 가지면서 기기가 움직임에 따라 고정자 치와 회전자 치의 위치가 다르기 때문에 시변 주기적 공극 페미언스를 가지게 된다. 특히 전기 기기에 있어서 고정자 대 회전자의 변위각과 공극이 관련된다. 에너지 변환이 단지 공극에서 일어나는 이유로 공극은 기기의 가장 중요한 부분이 되고, 이 때문에 지금까지 Carter 계수 보정에 의해 평활 공극으로 해석하던 공극 페미언스가 아니라 시간에 따라 변위하는 회전자와 이루는 실제적인 공

2.1.1 해석 모델

그림 1과 그림 2는 두 해석모델을 나타내었다.

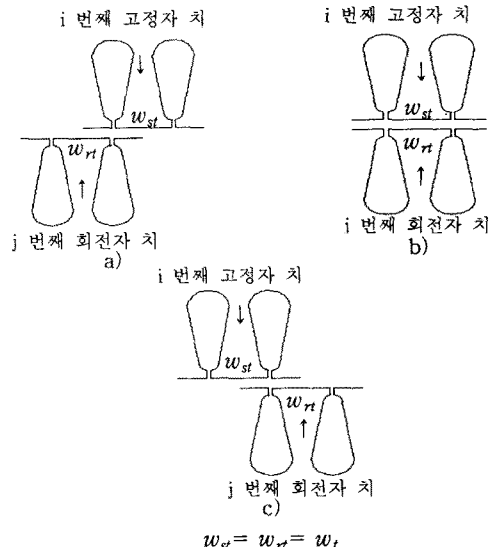


그림 1. 치폭이 같은 모델

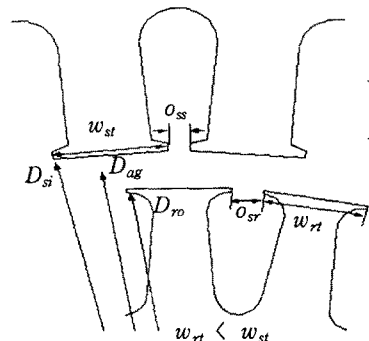


그림 2. 치폭이 다른 모델

2.1.2 공극 퍼미언스

고정자의 치의 수를 N_s , 회전자의 치의 수를 N_r 이라 할 때, 공극 퍼미언스의 수는 N_s 와 N_r 의 곱이 된다. 어떤 회전자의 위치에서 하나의 고정자 치가 단지 몇 개의 회전자 치들과 마주보거나 그 반대로 되는데 이러한 사실의 결과로써, 퍼미언스의 대부분은 0일 것이다.

i 번째 고정자 치와 j 번째 회전자 치 사이의 자위차가 γ 이고 이 자속 통로에 흐르는 자속을 ϕ 라 할 때, 그 관계를 식 (1)과 같이 나타낸다.

$$G_{i,j} = \frac{\phi}{F} \quad (1)$$

또한 이것은 식(2)에서 나타내듯, 회전자의 기계각 γ 에 대한 함수이다. 그림 1에서와 같이 만일 고정자와 회전자 치들이 공극에서 같은 폭을 갖는다면, $G_{i,j}$ 는 식(2)과 같이 표현된다.

$$G_{i,j} = G_{\max} \frac{1 + \cos \frac{\pi}{\gamma_i} \gamma}{2} \quad \text{for } 0 \leq \gamma \leq \gamma_i$$

$$= 0 \quad \text{for } \gamma_i \leq \gamma \leq 2\pi - \gamma_i$$

$$= G_{\max} \frac{1 + \cos \frac{\pi}{\gamma_i} (\gamma - 2\pi)}{2} \quad \text{for } 2\pi - \gamma_i \leq \gamma \leq 2\pi$$

(2)

여기서 γ_i 는 치폭을 라디언으로 나타낸 것이다.

식(2)에 의해 i 번째 고정자 치와 j 번째 회전자 치에 대한 퍼미언스 $G_{i,j}$ 가 구해진다. 치들이 그림 1의 a)와 c)의 위치에 있을 때, i 번째 고정자 치의 자속은 j 번째 회전자 치로 흐르지 않을 것이다. 이러한 위치에 있는 치들간은 일반적으로 다른 자기 포텐셜에 있다. 따라서 0과 같은 퍼미언스 $G_{i,j}$ 는 그들 사이의 자속 흐름을 0으로 만들 것이다. 치들이 b) 위치에 있을 때, i 번째 고정자 치로부터의 모든 자속이 j 번째 회전자 치로 흐르고 퍼미언스 $G_{i,j}$ 는 최대가 된다.

고로 식(2)에서 퍼미언스의 최대값 G_{\max} 는 식(3)같이 표현된다.

$$G_{\max} = \mu_0 \frac{l w_i}{\delta} \quad (3)$$

여기서 l : 기기의 길이
 w_i : 공극에서의 치폭
 δ : 공극 길이

i 번째 고정자 치와 j 번째 회전자 치에 대한 공극 퍼미언스 $G_{i,j}$ 를 가시적으로 표현한 것이 그림 3이다.

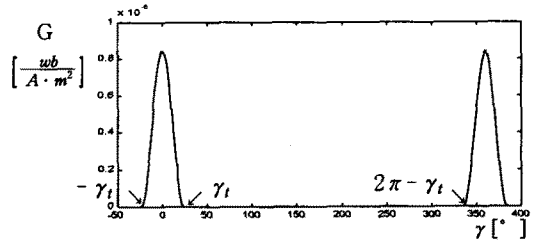


그림 3. 같은 치폭을 가진 고정자와 회전자 사이의 공극 퍼미언스

그림 2에서와 같이 고정자와 회전자의 치폭이 서로 다를 경우의 공극 퍼미언스의 변화는 그림 1과 다르다.

이 경우 공극 퍼미언스의 최대값(G_{\max})은 같은 치폭을 가진 경우에 비해 작지만 일정 간격 동안에 그대로 유지한다. 이것은 일정한 자속이 i 번째 고정자 치에서 j 번째 회전자 치로 흐르는 것을 나타낸다. 그림 2와 같이 고정자와 회전자가 서로 다른 치폭을 갖는 경우 퍼미언스 $G_{i,j}$ 는 식(4)와 같이 표현된다.

$$G_{i,j} = G_{\max} \quad \text{for } 0 \leq \gamma \leq \gamma_i$$

$$\text{and } 2\pi - \gamma_i \leq \gamma \leq 2\pi$$

$$= G_{\max} \frac{1 + \cos \pi \frac{\gamma - \gamma_i}{\gamma_i - \gamma_i}}{2}$$

for $\gamma_i \leq \gamma \leq \gamma_i$

$$= G_{\max} \frac{1 + \cos \pi \frac{\gamma - 2\pi + \gamma_i}{\gamma_i - \gamma_i}}{2}$$

for $2\pi - \gamma_i \leq \gamma \leq 2\pi - \gamma_i$

$$= 0 \quad \text{for } \gamma_i \leq \gamma \leq 2\pi - \gamma_i$$

(4)

식(4)에서 변위각 γ_i 와 γ_i 는 식(5), (6)으로 나타낸다.

$$\gamma_i = \frac{w_{st} - w_{rt}}{D_{ag}} \quad (5)$$

$$\gamma_i = \frac{w_{st} + w_{rt} + o_{ss} + o_{sr}}{D_{ag}} \quad (6)$$

$$D_{ag} = \frac{D_{si} + D_{ro}}{2} \quad (7)$$

여기서 w_{st} : 고정자 치폭
 w_{rt} : 회전자 치폭
 o_{ss} : 고정자 슬롯 개구부 폭
 o_{sr} : 회전자 슬롯 개구부 폭
 D_{si} : 고정자 내경
 D_{ro} : 회전자 외경
 D_{ag} : 공극의 평균 직경

이 경우 최대 퍼미언스 G_{max} 는 식(8)과 같다.

$$G_{max} = \mu_0 \frac{l w_{rl}}{\delta} \quad (8)$$

그림 4는 그림 2의 경우에, 하나의 고정자 치와 회전자 치에 대한 공극 퍼미언스를 가시화한 것이다.

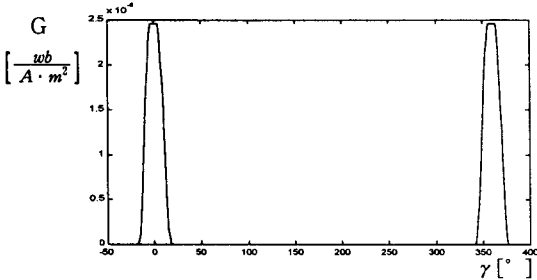


그림 4. 서로 다른 치폭을 가진 고정자와 회전자 사이의 공극 퍼미언스

2.2 공극 퍼미언스 매트릭스

고정자의 치의 수를 N_s , 회전자의 치의 수를 N_r 이면, 공극 퍼미언스의 수는 $N_s N_r$ 이 되고, $N_s \times N_r$ 행렬 매트릭스를 얻을 수 있다. i 번째 고정자 치와 j 번째 회전자 치에 대한 퍼미언스 매트릭스 구성은 식(9)와 같다.

$$G_{i,j} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & \cdot & \cdot & \cdot & G_{1,N_r} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & \cdot & \cdot & \cdot & G_{2,N_r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ G_{N_s,1} & G_{N_s,2} & \cdot & \cdot & \cdot & G_{N_s,N_r} \end{bmatrix} \quad (9)$$

그림 5는 같은 치폭을 갖는 경우, 고정자치가 12개 일 때 회전자가 이동하면서 회전자의 첫 번째 치에 대한 고정자 치들의 공극 퍼미언스 변화를 나타낸 것이다.

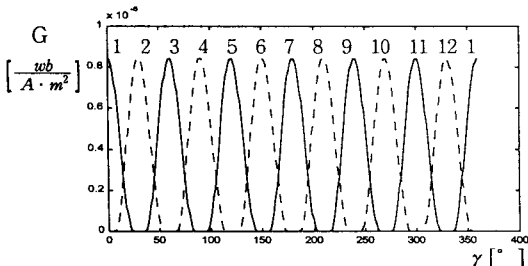


그림 5. 같은 치폭을 가진 경우, 첫 번째 회전자 치에 대한 고정자 치들의 공극 퍼미언스 변화

- 1: $G_{1,1}$ 퍼미언스 2: $G_{2,1}$ 퍼미언스 3: $G_{3,1}$ 퍼미언스
- 4: $G_{4,1}$ 퍼미언스 5: $G_{5,1}$ 퍼미언스 6: $G_{6,1}$ 퍼미언스
- 7: $G_{7,1}$ 퍼미언스 8: $G_{8,1}$ 퍼미언스 9: $G_{9,1}$ 퍼미언스
- 10: $G_{10,1}$ 퍼미언스 11: $G_{11,1}$ 퍼미언스 12: $G_{12,1}$ 퍼미언스

하나의 회전자 치에 대한 고정자 치들의 퍼미언스들은

일정한 간격(슬롯 피치)을 두고 뒤져서 나타남을 알 수 있다. 그림 1에서 회전자가 변위하면서 회전자의 첫 번째 치가 고정자의 첫 번째 치와 마주보게 될 때 그림 5의 퍼미언스 $G_{1,1}$ 이 나타나게 되며, $G_{1,1}$ 이 감소하는 동안 회전자의 첫 번째 치가 고정자의 두 번째 치와 마주보면서 $G_{2,1}$ 이 나타나게 된다. 다시 말해 두 개(1과 2)의 그래프가 겹치는 부분은 하나의 회전자 치가 두 개의 고정자 치와 마주보게 될 때를 나타내는 것이다. γ 가 $10^\circ \sim 20^\circ$ 에서 $G_{1,1}$ 과 $G_{2,1}$ 의 값이 동시에 존재하고 나머지 퍼미언스들은 0을 나타낸다. 또한 γ 가 $40^\circ \sim 50^\circ$ 에서는 $G_{2,1}$ 과 $G_{3,1}$ 의 값이 동시에 나타나고 나머지 퍼미언스들은 0이 된다.

그림 6은 치폭이 서로 다른 경우, 회전자의 첫 번째 치에 대한 고정자 치들의 공극 퍼미언스 변화를 나타낸 것이다.

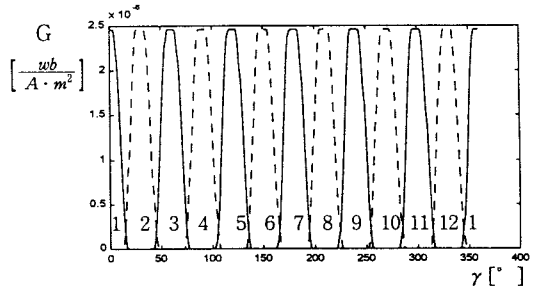


그림 6. 다른 치폭을 가진 경우, 하나의 회전자 치에 대한 고정자 치들의 공극 퍼미언스 변화

- 1: $G_{1,1}$ 퍼미언스 2: $G_{2,1}$ 퍼미언스 3: $G_{3,1}$ 퍼미언스
- 4: $G_{4,1}$ 퍼미언스 5: $G_{5,1}$ 퍼미언스 6: $G_{6,1}$ 퍼미언스
- 7: $G_{7,1}$ 퍼미언스 8: $G_{8,1}$ 퍼미언스 9: $G_{9,1}$ 퍼미언스
- 10: $G_{10,1}$ 퍼미언스 11: $G_{11,1}$ 퍼미언스 12: $G_{12,1}$ 퍼미언스

그림 6과 그림 5사이를 살펴 볼 때, 다른점을 발견할 수 있다. 그림 5는 두 개의 그래프가 겹치는 구간이 길게 나타났지만 그림 6은 겹치는 구간이 그림 5에 비해 짧게 나타났다. 이것은 회전자의 치폭이 고정자의 치폭에 비해 작기 때문에 나타나 현상이다. 그러나 회전자의 치폭이 더 작고 회전자 치의 개수가 더 많아진다면, 한 변위각에 대해서 하나의 고정자 치에 대한 회전자 치들의 퍼미언스들이 동시에 더 많이 나타나게 된다.

3. 결 론

유도 전동기의 토오크와 출력 발생의 파라미터인 공극 퍼미언스는 등가회로 해석에서 시스템 매트릭스 안의 중요한 요소이다. 그래서 공극 퍼미언스를 매트릭스로 구성하였다. 해석 결과, 공극 퍼미언스 매트릭스 요소는 회전자의 변위각에 따라 대부분이 0으로 되고 회전자 치와 고정자 치가 마주 보는 몇 부분에서만 값이 나타남을 확인하였다. 그러니까 비록 행렬요소의 수는 많더라도 값을 갖는 퍼미언스 요소는 몇 되지 않는다. 이렇게 구성한 공극 퍼미언스 매트릭스는 차후 시스템 매트릭스에 적용되어 시스템을 해석하는데 중요한 역할을 한다.

(참 고 문 헌)

- [1] H Buchholz: Elektrische und magnetische Potentialfelder, Springer-Verlag, Berlin, Goettingen, Heidelberg, 1957
- [2] V. Ostovic: Dynamics of Saturated Electric Machines, Springer Verlag, New York, 1989