

시뮬레이티드 어닐링(SA)을 이용한 열차최적제어 알고리즘의 구현

한 성호, 백 종현, 이수길, 변윤섭, 안태기, 온정근, 박현준, 전영재, 김재철  
한국철도기술연구원, 숭실대학교

Implementation of Optimal Train control algorithm using Simulated Annealing

Seong-ho Han, Jong-Hyen Baek, Su-Gil Lee, Yun-Sub Byen, Tae-ki An, Jeung-Geun Ohn, Hyun Young-Jae Jeon\*, Jae-Chul Kim\*

Korea Railroad Research Institute, \*Soongsil University

**Abstract** - This paper shows the form of the optimal solution and how to minimize energy of train driving control using SA(simulated annealing). In this paper, we consider the case where a train is to be driven by automatic operation mode along a non-constant gradient, curve and with speed limits. Using the combinational optimal technique, SA, we constructed optimal train driving strategy.

리즘은 다른 최적화 기법과 비교하여 좋은 해를 제공해 주지만 계산 시간이 너무 걸린다는 단점이 있다[5]. 본 논문은 다소 계산시간이 소요되더라도 전역 최소해의 탐색이 뛰어난 시뮬레이티드 어닐링기법을 적용하여 에너지 최소화를 위한 운행모드 전환점을 구성하였으며 아울러 알고리즘의 계산시간을 줄이는 방안을 구현하였다.

2. SA를 이용한 에너지 소비의 최소화 문제

2.1 문제의 정의

1. 서 론

열차 최적운전제어 기술은 저크한계, 주어진 운행시간, 열차저항 및 견인력/제동력 등을 고려하여 열차운행에 따른 에너지 소비의 최소화를 목적으로 한다. 최근 도시철도 차량은 향상된 실시간 제어 시스템 설계 기술에 힘입어 자동/무인운전 기술을 도입하여 운행하고 있다. 이와 관련되는 차상제어장치로는 ATO(automatic train operation), TCMS(train control and monitoring system), ATC(automatic train control)가 있다. ATO장치는 열차의 가·감속제어 및 정밀정차제어를 수행하여 자동운전을 가능하게 하며 ATC는 궤도로부터 수신되는 속도코드를 이용하여 열차의 충돌과 탈선을 방지한다. TCMS는 차량의 주요 장치와의 인터페이스를 통해 제어 및 감시를 하며 차상검사 및 고장을 분석한다. 특히 ATC, ATO와 직렬 인터페이스를 통해 역행지령 및 제동지령을 내려 실질적인 열차 추진제어를 수행한다. 또한 ATO는 ATC로부터 전송되는 제한속도를 기준으로 목표속도를 설정하게 되며 열차의 성능요구조건인 저크한계, 가/감속도 한계, 견인력/제동 성능에 따라 추종제어를 한다.

열차 운행 속도 프로파일은 고정된 궤세에 따라 주어지는 ATC 제한속도와 주어진 주행시간을 만족하면서 역간 거리사이에서 적절한 역행, 타행, 제동 모드를 반복적으로 전환하여 다양한 형태의 프로파일을 생성한다. 역행모드에서는 열차 추진을 위해 인버터와 전동기에서 에너지 소비가 발생하고, 제동모드에서는 전동기로부터 회생 에너지를 발생하여 가선으로 되돌려 준다. 타행모드에서는 에너지와 관계없이 관성에 따라 운행하므로 에너지의 소비나 생산이 발생하지 않는다. 따라서 에너지비용은 타행모드에서 역행모드로 전환하는 경우에만 주로 에너지소비가 발생하게 되며 타행과 제동모드 구간은 무시할 수 있다. 특히 에너지의 최소화를 위해서는 타행모드의 적절한 사용이 중요하며 트랙 및 차량운전 조건을 고려한 최적의 운행모드 전환점을 찾는 것이 관심사항이다. 그림 1은 운행모드 전환점을 4로 설정하였을 경우 각 구간별 속도 프로파일을 나타낸 것이다. 임의의 전환점은 거리로서  $x_1, x_2, x_3, x_4$ 가 되며  $(0, x_1)$ 과  $(x_2, x_3)$ 는 역행구간,  $(x_1, x_2)$ 과  $(x_3, x_4)$ 는 타행구간,  $(x_4, x)$ 는 역 정차를 위한 제동구간이다.

에너지 소비의 최소화를 위한 최적운전제어기술은 운행모드 즉 역행, 제동, 타행의 적절한 운영 전략을 세우는 문제이다. 따라서 도시철도차량의 경우 전기에너지를 공급원으로 사용하기 때문에 이 문제는 주어진 운행시간을 만족하면서 적절한 타행(coasting)운전 시점을 결정함으로써 에너지를 줄일 수 있는 속도 프로파일을 설정하는 것이 주요 관건이다.

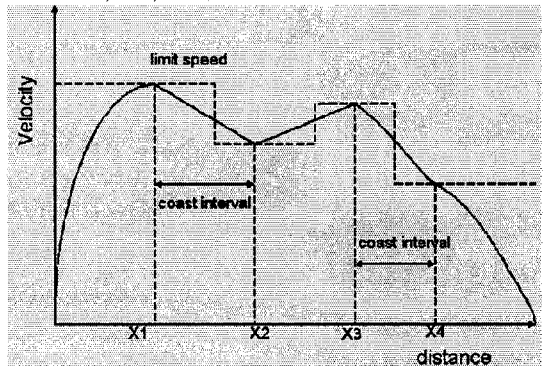


그림 1. 운행모드 전환점 설정에 따른 속도프로파일

2.2 제약조건을 고려한 목적함수

이 문제는 제약조건을 갖는 조합적인 최적화 문제로 해석되며 다양한 지역해(local minimum)가 존재하므로 전역적인 해의 탐색을 통해 최적해를 얻을 수 있다. 최근 이러한 전역 해의 보장성에 대한 문제점을 해결하기 위한 시도로써 시뮬레이티드 어닐링과 유전알고리즘이 많이 이용되고 있다. 이 분야의 연구로는 P. G Howlett[1]와 P. J Pudney[2]가 에너지 함수를 Lagrangean 함수로 정의하여 Kuhn-Tucker조건을 적용하였으며, Yasunobu.S는 운전자의 경험적인 지식을 토대로 퍼지알고리즘을 구현하였다. 또한 Chang.C.S와 Sim.S.S[3]는 유전알고리즘을 적용한바 있으나 퍼지제어는 경험적인 요소를 반영한다는 점이 불확실하며 유전 알고리즘은 뛰어난 전역 탐색 능력으로 전역 최소에 가까운 해를 제공해주지만 국소 탐색 능력이 떨어져 해의 질이 다소 떨어지는 문제가 있다[4]. 반면 시뮬레이티드 어닐링 알고

열차 운행모드의 전환점을  $n$ 으로 설정할 경우 열차운전에 소비되는 에너지는 주어진 운행모드에 따른 주행 소요시간( $T$ )과 이때의 에너지 소비함수( $E_n$ )로 식(1)과 같이 정의한다.

$$J(\Delta x) = \sum_{k=0}^n E_c \Delta t_k \quad (1)$$

계약조건으로는 식(2)와 같이 각 구간의 거리( $\Delta x$ )의 합과 전체운행거리( $X$ )가 같아야하며, 구간별 주행소요시간( $\Delta t$ )의 합이 요구되는 예정 운행시간( $T$ )을 초과하지 않도록 식(3)을 만족해야 한다. 또한 열차속도( $V$ )는 식(4)와 같이 ATC 제한속도( $M$ )한계 초과할 수 없다.

$$X = \sum_{k=0}^n \Delta x_k \quad (2)$$

$$T \geq \sum_{k=0}^n \Delta t_k \quad (3)$$

$$V \leq M \quad (4)$$

역행모드시 발생하는 에너지 소비함수( $E_c$ )는 식(5)로 정의되며 이때 전동기 입력에너지( $P$ )는 식(6)으로 표현된다.

$$E_c = \frac{P \times n \times \Delta t}{\eta_{INV} \cdot 1000 \cdot 3600} \quad [kWh] \quad (5)$$

여기서,  $n$  : 견인전동기 수,  $\Delta t$  : 소요시간,  $\eta_{INV}$  : 인버터 효율이다.

$$P = \frac{TE \times W/n \times V \times 9.81}{\eta_{Gear} \times \eta_{Motor} \times \cos \theta_{Motor}} \quad [kW] \quad (6)$$

여기서,  $TE$  : 견인력[kg/ton],  $W$  : 질량[ton],  $\eta_{Gear}$  : 전동기 기어 효율,  $\eta_{Motor}$  : 전동기 효율,  $\cos \theta_{Motor}$  : 전동기 역율이다.

## 2.2 시물레이티드 어닐링 알고리즘

시물레이티드 어닐링기법은 금속의 담금질 과정과 최적화 문제의 유사성을 이용하여, 조합적인 최적화 문제를 해결하는 방법이다. 문제의 해 값은 상태의 에너지와 같으며 제어상수( $C_p$ )는 담금질 과정에서 온도의 역할을 한다. 그림 2는 여러 개의 지역 해와 한 개의 전역 해를 갖는 경우 탐색공간에서의 해의 이동을 표현한 것이다.

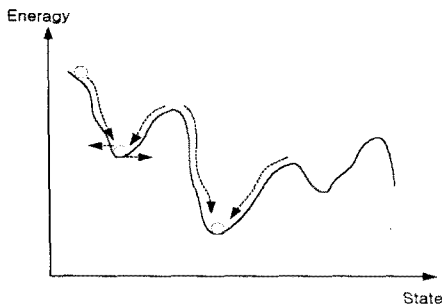


그림 2. 상태이동에 따른 에너지 표현도

이 방법은 간단히 말해 랜덤하게 가능한 후보 해를 선택하고 해의 근사 값을 얻는 것이며 상태의 이동은 에너지가 작아지거나 에너지 변화( $\Delta E$ )가 증가할 때  $\exp(-\Delta E/C_p) \geq U(0,1)$ 를 만족하면 수행된다. 온도가 높을 때는 모든 가능한 에너지 상태들의 확률이 거의 동일하지만 온도가 점점 낮아지므로 높은 에너지 상태가 나타날 확률은 거의 0에 가까

워 지고 낮은 에너지 상태들이 나타날 확률은 상대적으로 1에 가깝게 된다. 이러한 특성을 이용하여 높은 온도부터 시작하여 천천히 온도를 내리면서 알고리즘을 수행하면 전역해를 얻을 수 있게 된다. 일반적인 시물레이티드 어닐링 기법의 알고리즘은 다음과 같다.

- 단계 1 :  $k=0$ 으로 놓고, 어떤 해를 받아들이는 확률이 1에 가깝도록 충분히 높게하기 위해  $C_p = C_{p0}$ 을 초기화한다.
- 단계 2 : 목적함수 값  $E_k$ 를 갖는  $X_k$ 를 초기 가능해로 놓는다.
- 단계 3 : 후보 해  $X_j$ 를 생성하고, 목적함수 값을  $E_j$ 로 놓는다.
- 단계 4 :  $E_j \leq E_k$ 이면, 후보 해를 받아들이고  $X_k = X_j$ 로 놓고 단계 5로 간다. 그렇지 않고  $\exp[(E_k - E_j)/C_p] \geq U(0,1)$ 이면  $X_k = X_j$ 으로 놓고 단계 5로 간다. 나머지는 단계 2로 간다.
- 단계 5 : 평형상태가 만족되면 단계 6으로 가고 그렇지 않으면 단계 3, 4를 수행한다.
- 단계 6 : 종료 조건이 만족되면 종료하고 그렇지 않으면 온도  $C_{pk}$ 를 줄이고 단계 2로 간다.

## 2.3 어닐링 스케줄의 설계

SA알고리즘의 주요 관심사항은 수많은 해의 탐색 공간에서 전역 해의 근사값을 효율적으로 찾을 수 있도록 좋은 규칙을 만드는 것과 최적 해를 찾기 위한 시간의 단축화 문제이다. 가능한 짧은 시간에 전역 해의 근사 값에 접근하기 위해 어닐링 스케줄의 지정은 매우 중요하다. 일반적으로 어닐링 스케줄은 초기 온도, 온도 감소, 최종 온도, 평형 상태 등을 지정한다.

### 1) 초기 온도

초기 온도의 설정은 모든 후보해로의 이동이 허용될 수 있도록 충분히 높게 잡아주어야 한다. 어떤 상태에서 근사값을 생성했을 때 이후 후보 해로 허용하는 비율을 허용 비율(accept ratio)이라 하며 초기 온도는 허용 비율이 1에 가깝도록 설정해야 한다. 본 논문에서는 일반적인 방법으로 초기 허용 비율에 도달할 때까지 온도에 계속 상수를 곱해 온도를 올리도록 하여 초기 온도를 설정하였다.

### 2) 마코프 체인(Markov Chain)의 길이

마코프 체인의 길이는 시물레이티드 어닐링 내부 루프의 횟수로서 주어진 온도에서 안정 상태가 될 때까지의 반복 횟수를 말한다. 일반적으로 마코프 체인의 길이가 길면 보다 좋은 해를 얻을 수 있지만 같은 시간일 경우 마코프 체인의 길이를 늘리는 것보다 온도의 감소율을 작게 하는 것이 바람직하다. 본 논문에서는 마코프 체인의 길이를 100으로 설정하였다.

### 3) 온도 감소

온도의 감소를 위한 냉각 스케줄은 온도 감소율에 관한 사항이며 일반적으로 너무 급격하게 감소시킬 경우 평형상태에 도달하지 못하게 되어 최적 해를 찾을 수 없으며, 이와는 반대로 너무 느리게 감소시키면 시간이 오래 걸리는 문제가 있다. 일반적으로 이전온도에 0.85~0.99 사이의 값을 곱해서 감소시키나 본 논문에서는 허용 비율과 목적함수의 평균값 변화에 따라 허용 비율이 높을 때는 작게 하고 허용 비율이 낮거나 목적함수의 평균값이 크게 떨어질 때는 지역 최소에 머무르는 것을 피하기 위해 높은 값으로 조정하였다.

### 4) 수렴조건

수렴조건은 알고리즘의 중단 조건으로 이론적으로는 온도가 0에 수렴하는 곳에서 끝나야 하지만 일반적으로 낮은 온도에서 보내는 시간이 너무 많기 때문에 마코프 체인이 끝나는 곳에서 목적함수 값을 비교하여 특정한 횟수만큼 변화가 없으면 끝나는 중단 조건을 많이 사용한다.

본 논문에서는 10회 이상 연속으로 반복해도 온도에 따른 목적 함수의 평균값이 변하지 않거나 지정한 반복횟수를 만족하면 프로그램을 끝내도록 하였다.

### 2.4 SA를 이용한 제안된 알고리즘 절차

본 논문은 열차 에너지 소모의 최소화를 위한 운행모드 전환점의 구성을 탐색하기 위하여 시뮬레이티드 어닐링 기법을 적용하여 다음과 같이 수행하였다

- 단계 1 : 데이터 입력 및 초기 온도, 마코프 체인의 길이, 랜덤 씨드, 허용 비율 등의 파라메타를 설정한다.
- 단계 2 : 새로운 운행모드 전환점을 생성하고 생성된 전환점중에서 랜덤하게 몇 개를 선택해서 새로운 운행모드 전환점을 생성한다. 에너지 소비함수 값을 계산해서  $f(X_j) < f(X_{opt})$ 이면  $X_{opt} = X_j$ 로 놓는다.
- 단계 3 :  $\Delta X_j$  결정  
운행모드 전환점을 랜덤하게 선택해서 상태를 변화시킨 후 새로운 구성을 생성한다. 새로운  $\Delta X_j$ 가 제약 조건을 위반하면 버리고 단계 7로 간다.
- 단계 4 :  $\Delta f = f(X_j + \Delta X_j) - f(X_j)$  계산  
새롭게 생성한 구성의 목적함수 값에서 이전 구성의 목적함수 값을 뺀다.
- 단계 5 :  $\Delta f < 0$ 이면 단계 7로 가고, 아니면 단계 6으로 간다. 새롭게 생성한 구성의 목적함수 값이 이전 구성의 목적함수 값보다 작을 때는 단계 7로 가서 평형 상태 도달 여부를 확인한다.
- 단계 6 :  $\exp(-\Delta f/C_p) > U(0, 1)$ 이면 단계 7로, 아니면 단계 3으로 간다. 메트로폴리스 기준을 통해 새롭게 생성된 구성을 받아들일 것인지 아닌지를 결정한다.
- 단계 7 : 평형 상태에 도달하면 단계 8로, 아니면 단계 3으로 간다. 새롭게 생성한 구성의 목적함수 값이 감소하거나 목적함수 값이 증가하더라도 새로운 구성이 메트로폴리스 기준에 의해 받아들여지면 평형상태 도달 여부를 확인한다.
- 단계 8 : 현재 온도에서 평형 상태에 도달했으면 온도를 내리고 반복 횟수를 증가시킨다.
- 단계 9 : 수렴 조건을 만족하면 수행을 끝내고 아니면 단계 2로 간다.

### 3. 시뮬레이션 결과

시뮬레이션을 위하여 서울시 지하철노선을 대상으로 임의의 두 역을 선정하였다. 전체 노선 거리는 920m이며 역간 운행 소요시간은 65초이다. 이 구간에서의 폐색구간은 4구간이며 이때 각 구간별 ATC 제한속도(M)와 주행저항식은 표 1과 같다.

표 1 거리에 대한 ATC 제한속도

구분	구간 1	구간 2	구간 3	구간 4
거리[m]	82.0	579.5	799.8	920
제한속도[km/h]	65	80	70	65
주행저항식	$r(V) = 1.867 + 0.0359V + 0.000745$			

이 구간에서의 운행모드 전환점은 4개로 설정하여 시뮬레이션 하였으며 최대 반복횟수를 200으로 하여 펜티엄 133Mhz PC에서 처리하였다. 반복횟수에 따른 온도변화의 추이와 에너지 소비 값의 변동 추이를 그림 2에 나타내었다. 그림에서 반복횟수 130정도에서 전역 최적 해를 찾아내고 있음을 알 수 있으며 이때 온도 값은 1.631를 나타내고 있다. 시뮬레이션 결과로서 초기 상태에서의 상태에 따른 에너

지 값과 최종 얻게된 에너지 최소 값과 최적 운행모드 전환점을 표 2에 나타내었다. 이때 프로그램 계산시간은 26초가 소요되었다.

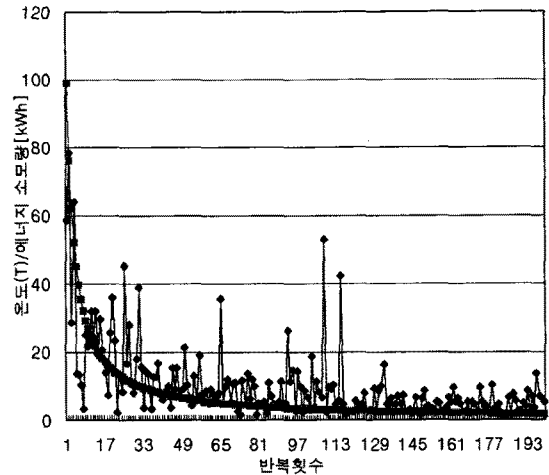


그림 3. 반복횟수에 따른 온도변화와 에너지 추이

표 2. 시뮬레이션 결과

	운행모드 전환점[m]	에너지[kWh]
초기해	$x_1=476, x_2=727,$ $x_3=790, x_4=799$	129.10
전역해	$x_1=8, x_2=233,$ $x_3=242, x_4=386$	1.611

### 4. 결 론

본 연구는 에너지 최소화 문제를 해결하기 위한 최적운전 제어 알고리즘으로서 전역해 탐색 보장이 뛰어난 시뮬레이티드 어닐링 기법을 적용하였다. 제안된 방법은 운행모드의 적절한 전환점을 탐색하여 최적으로전 전략을 세울 수 있으며 ATO의 제어알고리즘에 적용할 수 있다. 유전 알고리즘보다 계산시간은 다소 걸리나 이 알고리즘은 열차 운행시 실시간으로 처리되는 것이 아니고 미리 설정된 운행전략이므로 계산시간보다 타당성 있는 전역 최적해를 얻는 것이 더욱 중요하다. 본 연구의 시뮬레이션을 통해 제안방법의 타당성을 입증할 수 있었으며 향후 많은 사례연구를 통해 실용화를 위한 고려사항을 보완할 것이다.

### (참 고 문 헌)

- [1] Peter Pudney and Phil Howlett, "Optimal Driving Strategies for a Train Journey with Speed Limits", J. Austral. Math. Soc. Ser. B36, pp38-39, 1994
- [2] P.G.Howlett and P.J.Pudney, "Energy-Efficient Train Control", Springer, pp215-228, 1995
- [3] Chang.C.S and Sim.S.S, "Optimising train movements through coast control using genetic algorithms", IEE proc. Electr. Power. Vol.144, No.1, pp65-73,1997.
- [4] D. E. Goldberg, Genetic algorithms in search, optimization and machine learning, Addison-Wesley, 1989.
- [5] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatto, and M. P. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing", Science, Vol. 220, pp. 671-680, May 1983.