

중첩 격자계를 이용한 동익과 정익의 상호작용이 있는 익렬 유동해석

정 영 래*, 박 원 규**, 이 상 욱***

Numerical Simulation of Cascade Flows with Rotor-Stator Interaction Using the Multiblocked Grid

Y. R. Jung*, W. G. Park**, S. W. Lee***

Key Words: Rotor-Stator interaction(정익동익 상호작용), Navier-Stokes equations(나비에스톡스 방정식), Multiblocked Grid(중첩격자계), Cubic-splind interpolation(Cubic-spline 보간), Time averaged pressure coefficient(시간평균 압력계수)

ABSTRACT

The numerical procedure has been developed for simulating incompressible viscous flow around a turbine stage with rotor-stator interaction. This study solves 2-D unsteady incompressible Navier-Stokes equations on a non-orthogonal curvilinear coordinate system. The Marker-and-Cell concept is applied to efficiently solve continuity equation. To impose an accurate boundary condition, O-H multiblocked grid system is generated. O-type grid and H-type grid is generated near and outer rotor-stator. The cubic-spline interpolation is applied to handle a relative motion of a rotor to the stator. Turbulent flows have been modeled by the Baldwin-Lomax turbulent model. To validate present procedure, the time averaged pressure coefficients around the rotor and stator are compared with experiment and a good agreement obtained.

1. 서 론

회전운동을 동반한 유체기계내의 유동은 매우 복잡한 특징을 가지며 해석이 매우 곤란한 분야에 속한다. 매우 큰 비틀림각 및 낮은 가로-세로비의 날개 형상, 날개간의 근접성, 매우 큰 회전속도 등의 터빈 형상에 의해 아주 복잡한 3차원 유동이 발생한다. 그러나

터빈 익렬에 대한 유동해석은 터빈의 효율, 진동, 피로파괴, 터빈소음 등의 정확한 예측을 위하여 필수적이다. 터빈의 익렬은 동익과 정익으로 구성되는데, 특히 동익의 경우는 주기적인 비정상상태로 거동함으로써 터빈효율에 심각한 영향을 미치게 된다. 따라서 동익과 정익의 상호작용이 고려된 익렬주위 유동에 정확한 해석이 요구된다. 터빈의 동익과 정익의 상호작용에 관한 연구는 실험적인 어려움으로 인해 주로 수치적인 방법에 의해 연구되어왔으나, 근래에는 Dring[1], Yamamoto[2], Nishiyama[3] 등에 의해 실험적인 방법이 사용되고 있다. 수치적인 방법으로는

* 부산대학교 대학원 기계공학과

** 정희원, 부산대학교 기계기술연구소(기계공학부)

*** 국방과학연구소(진해)

Lakshminarayana[4], 박원규[5], 이동호[6] 등에 의해 수행되었다.

본 연구에서는 2차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 사용하여 동익과 정익의 상호작용을 고려한 익렬주위의 유동 계산을 수행하였다. 계산을 위한 격자계는 정확한 경계조건 부여를 위해 동익과 정익의 표면근방에는 O형의 격자계를 구성하고 O형 격자계 외부에는 H형 격자계를 사용하는 중첩격자계를 사용하였다.

2. 본 론

2.1 지배방정식 및 수치적 기법

본 연구에서 사용한 지배방정식은 2차원 비정상 상태의 비압축성 Navier-Stokes 방정식으로 이를 무차원화한후 일반화된 곡선 좌표계로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(E - E_v) + \frac{\partial}{\partial \eta}(F - F_v) = 0 \quad (1)$$

여기서, q 는 p, u, v 를 포함하는 유동 벡터이며 E, F 는 대류항이며 E_v, F_v 는 점성항이다. 운동량 방정식을 시간행진방법을 이용하여 유한차분화시키고 뉴턴 반복법을 적용시킨 다음, $\bar{E}, \bar{F}, \bar{E}_v, \bar{F}_v$ 를 'n+1' 시간과 'k' 반복횟수에 대해 부분적으로 선형화를 시키면

$$\left(\frac{I}{\Delta \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \bar{A} + \frac{\partial}{\partial \eta} \bar{B} \right) \Delta \bar{q} = \omega \bar{R}^{n+1,k} \quad (2)$$

여기서, $\Delta \bar{q} = \bar{q}^{n+1,k+1} - \bar{q}^{n+1,k}$ 를 의미하고, ω 는 완화계수이며 \bar{A}, \bar{B} 는 flux Jacobian 행렬이다. 또한 $\bar{R}^{n+1,k}$ 는 잔류 벡터로 불리며 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{R}^{n+1,k} = -\frac{1}{\Delta \tau} (\bar{q}^{n+1,k} - \bar{q}^n)$$

$$\begin{aligned} & -(\delta_\xi \bar{E}^{n+1,k+1} + \delta_\eta \bar{F}^{n+1,k+1}) \\ & -(\delta_\xi \bar{E}_v^{n+1,k+1} + \delta_\eta \bar{F}_v^{n+1,k+1}) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 만약 $\Delta \bar{q}$ 가 0(zero)으로 간다면, 잔류벡터 $\bar{R}^{n+1,k}$ 즉, 비정상 운동량방정식이 정확히 만족됨을 알 수 있고, 그 해는 ω 와 A, B에 독립적임을 알 수 있다. 연속방정식은 비압축성 유동 해석을 효율적으로 수행하기 위해 Marker-And-Cell의 개념[7]을 다음과 같이 이용하였다.

$$p^{n+1,k+1} - p^{n+1,k} \equiv \Delta p = -\beta(\nabla \cdot V) \quad (4)$$

여기서, β 는 완화계수이다. 식(3)과 식(5)를 서로 연결시켜 $\Delta q = (\Delta p, \Delta u, \Delta v)$ 에 대해 다시쓰면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$[M] \Delta q = R \quad (5)$$

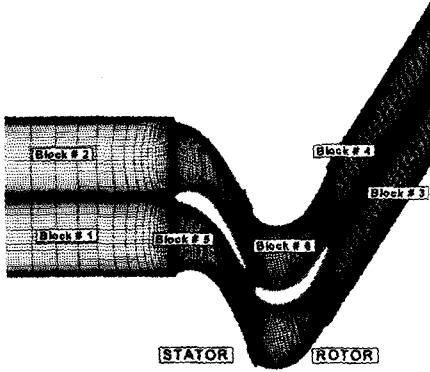
대류항은 QUICK[8]방법을 이용하여 유한차분화시켰으며, 점성항은 공간적 중앙차분화를 이용하였다. 그리고 연속방정식은 중앙차분을 이용하여 본 알고리즘의 안정화를 위해 4차의 인공감쇠항을 첨가하였다. 난류모델은 Baldwin-Lomax 난류모델[9]을 사용하였다.

2.2 경계조건

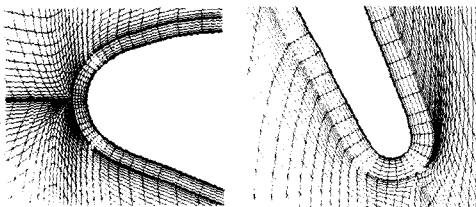
본 연구에서는 정익과 동익 각각에 대해 유입경계조건으로 압력과 속도를 주었으며, 유출경계조건으로는 압력과 속도에 대해 외삽하였다. 그리고 정익과 동익의 표면에는 점착조건과 표면의 법선 압력구배가 영(zero)인 조건을 주었고, 격자의 상면과 하면에서는 주기적인 조건을 사용하였다. 또한 정익의 유출면과 동익의 유입면에 대해 cubic spline 보간을 사용하여 속도와 압력을 계산하였다.

2.3 정익과 동익 형상 및 격자계

본 연구에서 사용된 정익과 동익은 Dring[1]에 의해 실험이 수행된 모델을 사용하였다. 레이놀



(a) The grid system around a cascade



(b) L.E. of stator (c) T.E. of stator

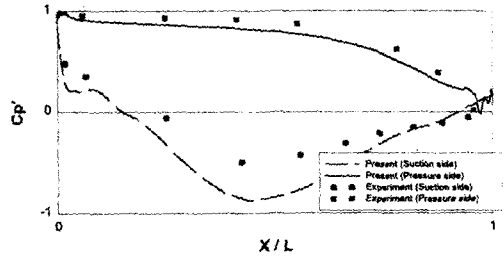
Fig.1 Stator and Rotor configuration

조수는 동익에 대해 5.9×10^5 이며 정익과 동익의 축방향 간격은 정익과 동익의 평균 축방향 코드길이의 15%로 하였다. 동익의 회전속도는 정익에 대한 유입류 속도의 0.641로 하였다.

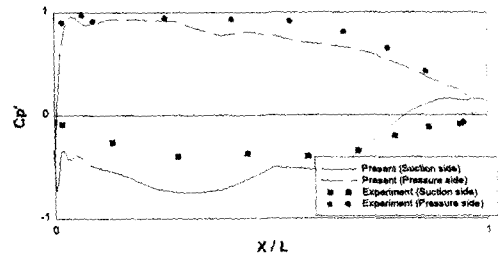
본 연구에서는 정확한 경계조건 부여를 위해 정익과 동익의 근방에는 O형의 격자계를 생성하였고 O형 격자계의 외곽에는 H형의 격자계를 구성하는 중첩격자계를 구성하였다. 정익과 동익 각각에 대해 1개의 O형 격자 (101×10)와 2개의 H형 격자 (81×51)를 구성하였으며 격자생성을 위해 Steger[10]에 의해 제안된 자동적인 조밀격자생성이 가능한 타원형 격자생성법을 사용하였다. 생성된 격자와 정익 및 동익의 형상은 Fig.1에 나타내었다.

3. 결과 및 고찰

본 연구에서는 정익과 동익의 상대운동을 효율적으로 계산하도록 개발된 정익과 동익의 경계면



(a) Stator pressure distribution



(b) Rotor pressure distribution

Fig.2 Time-averaged pressure coefficient

처리 알고리즘과 유동계산용 프로그램의 검증을 위해 동일한 조건과 동일한 형상의 정익과 동익에 대해 실험된 결과[1]와 비교하였다. 실험과의 비교를 위해 정익이 피치를 1 회전하는 시간동안의 시간평균한 압력계수를 계산하여 Fig.2에서 비교하였다. 여기서 사용된 압력계수는 $Cp' = (P - P_{T.E.}) / (P_{T.L.E.} - P_{T.E.})$ 로 정의되고 $P_{T.E.}$ 는 trailing edge에서의 정압을 의미하고, $P_{T.L.E.}$ 는 leading edge에서의 전압을 의미한다. 본 연구에서 계산된 압력계수는 실험결과[1]에 비해 정익과 동익 모두 pressure side에서의 압력분포는 잘 일치하지만 suction side에서 다소 차이를 보였다.

본 연구에서 계산된 익렬 경로상의 속도벡터는 동익의 위치에 따라 아주 상이한 거동을 보이는 데, 특히 동익이 피치의 5/6를 통과하는 시점에서는 동익과 정익의 상호작용이 가장 강하게 발생되고 있다. 이러한 현상은 정익과 동익의 간격이 아주 작기 때문에, 정익에서 가속된 유동이 동익에 의해 절단되기 직전에 정익과 동익이 이루는 틈새에 의해 노즐과 같은 효과를 주기 때문

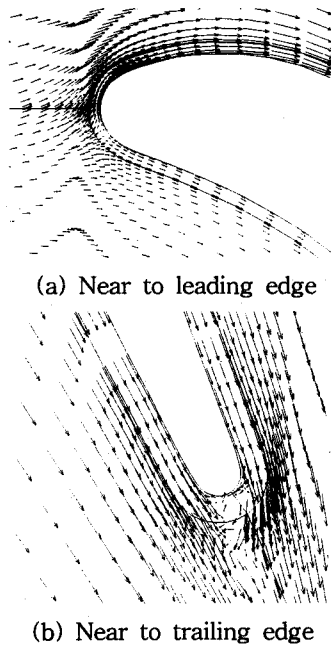


Fig.3 Velocity vectors at stator(5/6 pitch)

이다. 본 연구에서는 정익과 동익의 축방향 간격이 동익과 정익의 평균 축방향 코드의 15%로 대단히 작은 값이기 때문에 아주 빠른 유동이 동익의 suction side에 발생하였다. 이 때의 정익과 동익에 대한 leading edge와 trailing edge에서의 속도벡터를 Fig.3과 Fig.4에 나타내었다.

Fig.5와 Fig.6은 정익과 동익의 상호작용에 의한 동익의 거동변화를 관찰하기 위해, 동익의 피치를 6등분하여 각각의 위치에서의 등압력선도와 속도벡터를 나타낸 것이다. 전체적인 등압력선도는 정익의 선두부 부근에서 정체압력이 발생하고, 발생된 정체압력은 pressure side를 따라서는 완만하게 회복되는 반면 suction side를 따라서는 빠르게 회복되면서 속도의 가속이 이루어진다. 정익을 타고 흘러온 유동은 후미부에서 약한 박리가 발생되고 곧바로 동익으로 유입된다. 따라서 동익의 선두부 부근에서 역시 정체점이 발생되고, 정익의 suction side를 타고 가속된 유동은 동익의 suction side에서 더욱 빠르게 가속이 이루어진다. 이러한 속도의 가속으로 인해 suction side에서는 낮은 압력이 발생되고 pressure side에서는 높은 압력이 발생됨으로 동익은 pressure

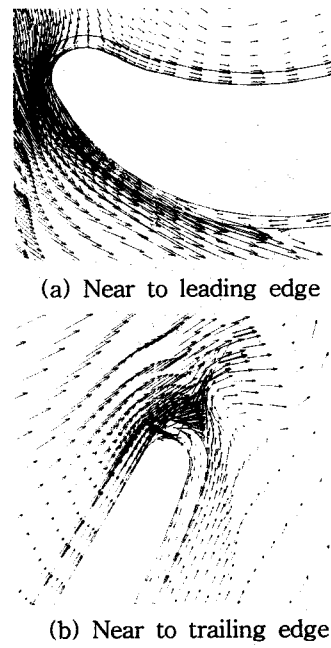


Fig.4 Velocity vectors at rotor(5/6 pitch)

side에서 suction side 방향으로 회전을 하게 된다. 동익이 회전하여 정익의 후미와 동익의 선두부가 가까워질수록 노즐효과가 커져서 동익의 suction side에서의 압력구배가 강하게 나타난다. 이러한 현상은 Fig.6의 속도벡터를 통해서 보다 잘 관찰된다. 정익의 후미부와 동익의 선두부가 근접되는 4/6피치부터 동익의 suction side에서의 가속이 이루어지고 5/6피치에서 가장 강해진다. 5/6피치이후 6/6피치까지 속도를 점차로 약해져 동익의 후미유동에 큰 와동을 일으킨다.

4. 결 론

본 연구에서는 2차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 사용하여 동익과 정익의 상호작용을 고려한 익렬주위의 유동 계산을 수행하였다. 계산을 위한 격자계는 동익과 정익의 표면근방에는 O형의 격자계를 구성하고 외부에는 H형 격자계를 구성하는 중첩격자계를 사용하였다. 정익과 동익의 상호작용과 비정상상태 거동해석을 위해 정익과 동익의 경계면에서는 cubic spline 보간을 사용하여 물리량을 계산하였다. 본 연구에서 적

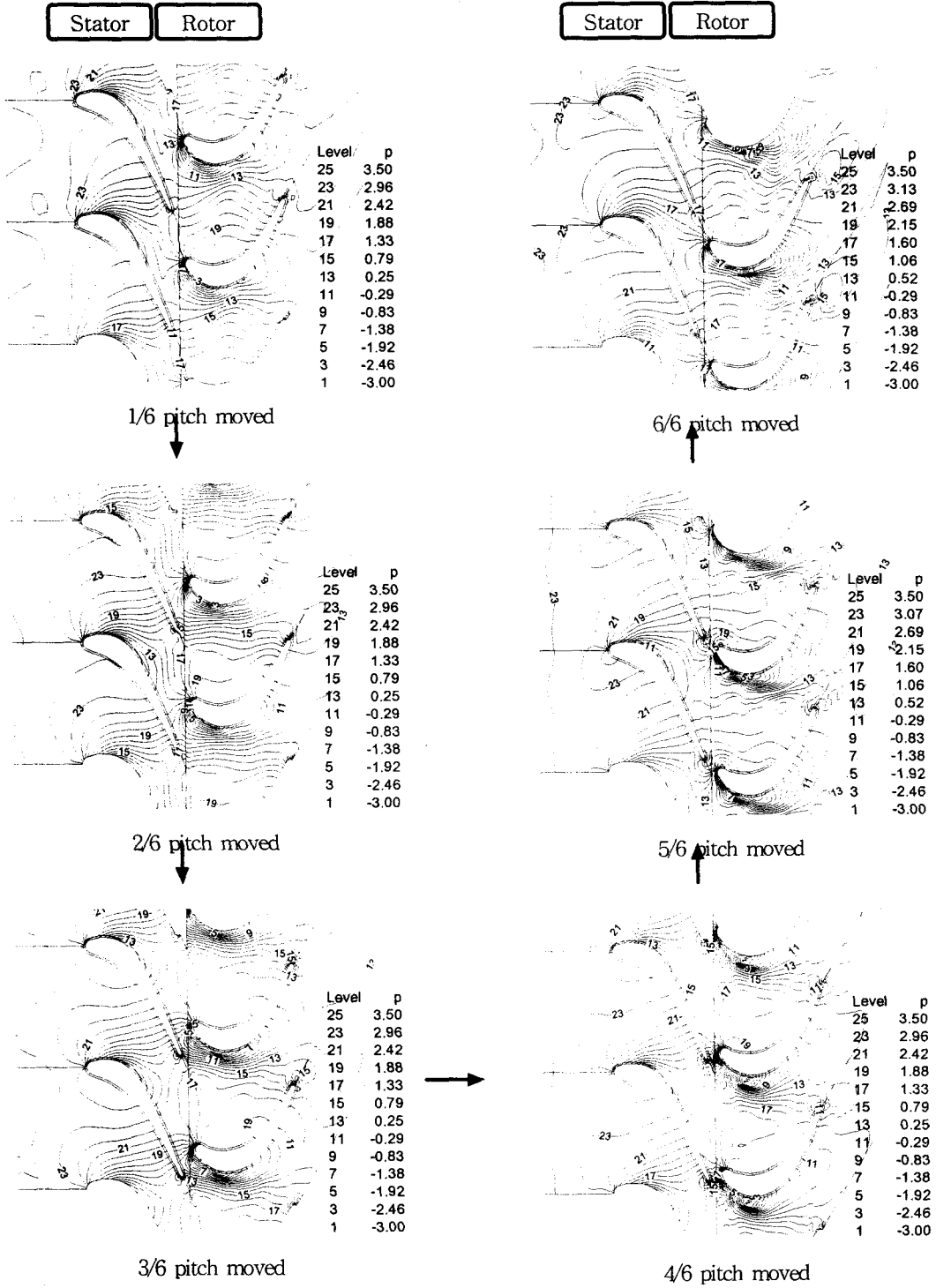


Fig.5 Unsteady velocity vectors

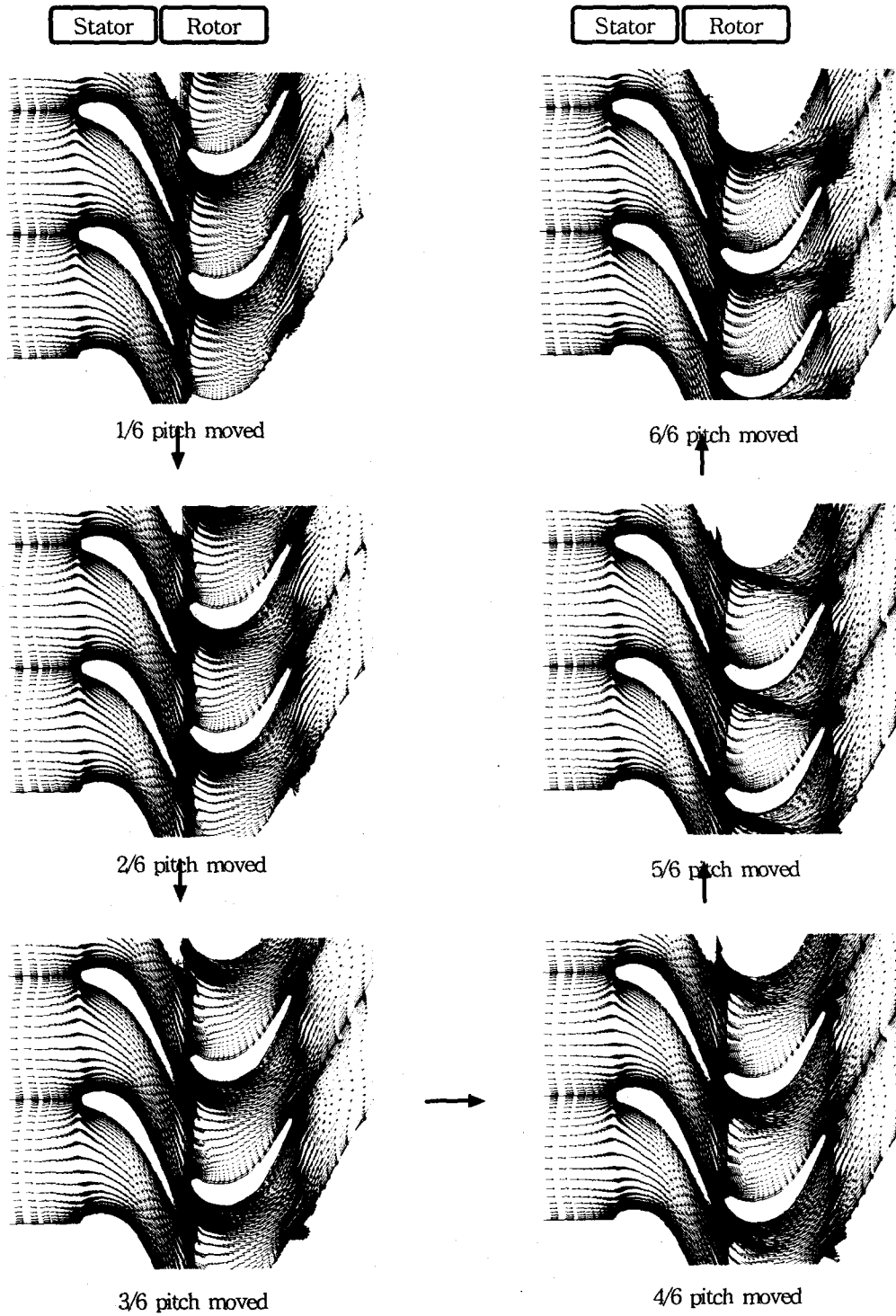


Fig.6 Unsteady pressure contours

용된 경계면 처리기법을 타당성 검증을 위해 정익과 동익에 대한 비정상상태 시간평균 압력계수를 계산하여 실험결과와 비교하여 비교적 일치하는 결과를 얻었다. 그리고 동익과 정익의 강한 상호작용을 유발시키기 위해서 정익과 동익의 축방향 간격을 정익과 동익의 평균 코드 길이의 15%에 해당하는 극한조건을 사용하였다. 본 연구에서의 결과로 정익과 동익이 근접할 때 강한 속도의 가속이 이루어짐을 관찰하였다. 차후로 동익과 정익의 간격과 동익의 피치길이 변화에 따른 정익과 동익의 상호작용에 관한 연구가 수행되어야 할 것이다.

참고 문헌

- [1] Dring, R. P., Joslyn, H. D., Hardin, L. W., and Wagner, J. H., "Turbine Rotor-Stator Interaction," *Journal of Engineering for Power*, Vol. 104, 1982, pp. 729-742.
- [2] Yamamoto, A., Murao, R., Suzuki, Y., and Aoi, Y., "A Quasi-Unsteady Study on Wake Interaction of Turbine Stator and Rotor Cascades," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 117, 1995, pp. 553-561.
- [3] Nishiyama, T., "Unsteady Flows and Forces by Turbine Rotor-Stator Interactions," *JSME International Journal*, Vol. 33, No. 1. 1990, pp. 1-10.
- [4] Lakshminarayana, B. and Yu, W. S., "Numerical Simulation of the Effects of Rotor-Stator Spacing and Wake/Blade Count Ratio on Turbomachinery Unsteady Flows," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 117, 1995, pp. 639-646.
- [5] Park, W.G., Kim, H. W., Jung, Y. R., Kim, K. S., and Park, E. D., "Unsteady Incompressible Turbulent Flow Simulation of the Rotor-Stator Configuration," *Proceeding of the 6th International symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*, Vol.2, 1996, pp. 257-267.
- [6] Kim, S. T. and Lee, D. H., "Analysis of Unsteady Transonic Stator/Rotor Interaction Using Patched and Chimera Grid System," *Proceeding of the 6th International symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*, Vol.2, 1996, pp. 238-247.
- [7] Vecelli, J. A., "A Method for Including Arbitrary External Boundaries in the MAC Incompressible Fluid Computing Technique," *Journal of Computational Physics*, Vol. 4, 1969, pp. 543-551.
- [8] Leonard, B. P., "A Stable and Accurate Convective Modeling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.19, 1979, pp.59-98.
- [9] Baldwin, B. S. and Lomax, H., "Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," *AIAA Paper* 79-257, 1978.
- [10] Steger, J. L. and Sorenson, R. L., "Automatic Mesh-Point Clustering Near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Partial Differential Equation," *Journal of Computational Physics*, Vol. 33, 1979, pp. 405-410.