빛살가르개 출력 빛의 광자수 분포

Photon Number Distributions of Output Fields from a Beam Splitter

김영철, 노재우, 김기식
인하대학교 물리학과
yckim@physics.inha.ac.kr

빛살가르개의 한 입력구로 수상태의 빛이 입사하고 다른 입력구로 임의의 빛이 입사하는 경우, 빛살가르개의 두 출력구에서의 차 광자수 확률(difference probability)과 결합 광자수 확률(joint probability)을 조사하였다. (그림1) 특히 50:50 빛살가르개의 경우, 두 입사 빛 중 수상태에 있는 빛의 광자수가 홀수 일 때, 두 출력구에서 같은 수의 광자가 발견될 확률은 다른 입사 빛에 상관없이 항상 0이 된다.

위상 공간에서 빛살가르개를 통과한 출력 빛의 밀도 연산자는

$$\hat{\rho}_{out} = \int\int \phi_1(v_1)\phi_2(v_2)|tv_1 + r'v_2, rv_1 + t'v_2\rangle\langle tv_1 + r'v_2, rv_1 + t'v_2| d^2v_1 d^2v_2 \tag{1}$$

으로 쓰여진다. 여기서 비대칭 빛살가르개를 고려하였고, 입력구에 따라 t와 r은 입사구 1에 대한 빛살가르개의 투과계수와 반사계수를 나타내고, t'과 r'은 입사구 2에 대한 투과계수와 반사계수를 나타낸다. $\phi_1(v_1)$과 $\phi_2(v_2)$는 두 입사 빛의 준확률밀도인 P-함수이다.

수상태의 빛 $\hat{\rho}_2 = |n\rangle\langle n|$이 입사구 2로 입사하고 임의의 한 빛이 다른 입사구 1로 입사하는 경우, 수상태의 빛에 대한 P-함수 표현 [1]

$$\phi_2(v_2) = \frac{e^{|v_2|^2}}{n!} \frac{\partial^{2n}}{\partial v_2^{*n} \partial v_2^n} \delta^{(2)}(v_2) \tag{2}$$

를 이용하여, 두 출력구에서 광자수 n_3와 n_4가 발견될 결합 광자수 확률은

$$P_{n_3, n_4} = \frac{{}_N C_{n_3}}{{}_N C_n} \left| \sum_{k=0}^{n} r'^k t'^{(n-k)} t^{(n_3-k)} r^{(n_4-n+k)} \; {}_{n_3}C_k \; {}_{n_4}C_{(n-k)} \right|^2 \langle N-n| \hat{\rho}_1 |N-n\rangle \tag{3}$$

로 구할 수 있다. 여기서 $N = n_3 + n_4$이고, $\langle N-n| \hat{\rho}_1 |N-n\rangle$는 입력구 1로 입사하는 빛이 $N-n$개의 광자를 포함할 확률이다. 합에 기여하는 각 항은 출력구 3에서 n_3개의 광자를, 그리고 출력구 4에서 n_4개의 광자를 검출할 확률 진폭이다. 즉 입력구 2에서 k개의 광자가 반사되어 출력구 3으로 가고 $n-k$의 광자는 투과되어 출력구 4로 가며, 입력구 1에서 n_3-k개의 광자는 투과하여 출력구 3으로 가고 n_4-n+k개의 광자는 반사하여 출력구 4로 갈 확률 진폭이다.

차 광자수 확률은

$$P(n_{34}|n) = \sum_{n_4=0}^{\infty} \frac{{}_N C_{n_{34}+n_4}}{{}_N C_n} \left| \sum_{k=0}^{n} r'^k t'^{(n-k)} t^{(n_{34}+n_4-k)} r^{(n_4-n+k)} \; {}_{(n_{34}+n_4)}C_k \; {}_{n_4}C_{(n-k)} \right|^2 \tag{4}$$

으로 주어진다. 결합 광자수 확률과는 달리 차 광자수 확률은 입력구 1로 입사하는 빛의 모든 확률로부터 영향을 받는다. 입력구 1로 입사하는 빛이 차단되어 입력구 2로 수상태의 빛만이 입사하는 경우, 차 광자수 확률은

$$P(n_{34}|n)=\frac{n!}{\left(\frac{n-n_{34}}{2}\right)!\left(\frac{n+n_{34}}{2}\right)!}T^{\left(\frac{n-n_{34}}{2}\right)}R^{\left(\frac{n+n_{34}}{2}\right)} \tag{5}$$

이 된다. 단일 입사 빛에 대해서 빛살가르개의 역할은 광자를 무작위로 분배하는 것이다. n이 홀수인 경우는 $P(0|n)$이 항상 0이 되는데 이는 광자가 쪼개질 수 없기 때문이다.

50:50인 빛살가르개의 경우, 차 광자수 확률은

$$P(n_{34}|n)=\sum_{n_4=0}^{\infty}\frac{{}_NC_{n_{34}+n_4}}{{}_NC_n}\left(\frac{1}{2}\right)^{n_4+n_{34}+n}\left|\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\,{}_{(n_{34}+n_4)}C_k\,{}_{n_4}C_{(n-k)}\right|^2 \times\langle n_{34}+2n_4-n|\,\hat{\rho}_1\,|n_{34}+2n_4-n\rangle \tag{6}$$

이 된다. 특히 n이 홀수이면

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\,{}_{n_4}C_k\,{}_{n_4}C_{(n-k)}=0 \tag{7}$$

이므로 $P(0|n)$은 입사구 2로 어떤 빛이 입사하는가에 관계없이 항상 0이다. 이는 다광자 간섭 효과에 의한 것이다.[2]

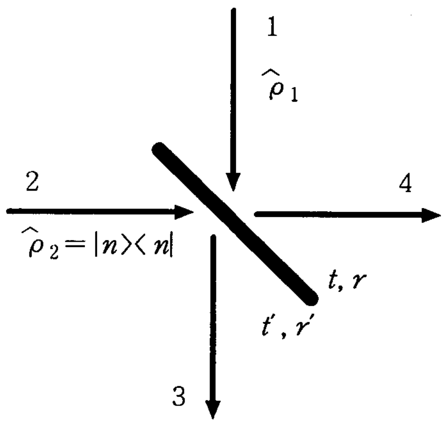

그림 1. 빛살가르개

1. L. Mandel and E. Wolf, "Coherence and Quantum Optics" Cambridge University Press (1995)
2. A. Kuzmich, D. Branning, L. Mandel, and A. Walmsley, J. Mod. Opt. *45* 2233 (1998)