

곡선경계를 갖는 철근 콘크리트 이방성 선형판의 해석

An Analysis of the Orthotropic Curved Circular Ring Sector Plates

노 홍 민* · 조 진 구(전남대)

Roh, Hong Min · Cho, Jin Goo

Abstract

In this study, a computer program was developed for analysis of the orthotropic curved ring sector plates. In the developing program, the thin-plate theory and multi-base coordinate system was adopted.

The effects of design factors — boundary conditions, loading conditions, steel ratio, open angle, radius of curvature and relative flexural rigidity between slab and edge-beam — on the behavior of the circular ring sector plates were discussed. Also, the practical limitations was proposed to replace the problem of the orthotropic sector plate by equivalent rectangular plate.

I. 서론

곡선경계를 갖는 이방성 판은 대단히 유연한 형태를 갖기 때문에 각종 공학구조물이나 기계류 — 곡선교의 상판, 슬래브, 스팀 터빈의 격벽 — 등에서 빈번히 사용되고 있다. 이러한 구조체의 광범위한 사용은 이들 구조물에 대한 합리적이고 경제적인 설계가 이루어질 수 있도록 정확한 해석기법에 대한 연구를 촉진하게 되었다. 특히 최근 도시교통의 발달에 수반하여 라멘고가교의 건설과 지형상의 사정에 의해서 곡선교의 건설이 점차 증가되고 있으며, 이들의 상부 판은 모두 철근 콘크리트 선형판과 그것을 지지하는 탄성지지보가 일체로 구성되어 있다.

그러나, 지금까지의 이방성 선형판의 문제에 대한 연구는 굽힘에 대한 정확한 해를 유도하는 것이 복잡하기 때문에 많은 연구가 이루어지지 않았다. 또한, 지금까지 이루어진 대부분의 연구에서는 판을 균질재료로 가정하고 있다. 따라서, 여기서 얻어지는 휨모멘트에 대하여 철근을 배치하면 판의 구조가 달라지며 보다 고차의 부정정 구조가 되는 것을 무시하고 있으므로 진정한 모멘트가 될 수 없다. 즉, 지금까지의 방법에서는 철근과 콘크리트가 일체로써 외력에 저항하는 것을 근본적으로 고려하지 않고 있다. 이러한 점을 감안하여 본 연구에서는 박판이론에 근거한 유한요소법을 사용하여 임의의 곡선경계를 갖는 철근 콘크리트 이방성 선형판의 정적해석을 위한 프로그램을 개발하고, 개발된 프로그램을 적용하여 이방성 선형판의 역학적 특성을 구명하고자 한다. 또한 이방성 선형판의 해석상의 어려움을 고려하여 엄밀해가 알려진 등가의 직각형 판의 해석 문제로 대체시킬 수 있는 설계의 한계를 제안하고자 한다.

II. 해석 방법

1. 기본 가정

유한요소법을 이용하여 Fig. 1과 같은 이방성 선형판을 해석함에 있어서 요소의 정식화에는 다음과 같은 가정이 도입되었다.

가. 판의 재료는 탄성적이다.

나. 판의 수직변형은 작다.

다. 중립면에 수직인 응력은 크기에 관계없이 무시된다.

라. 변형 전 중립면에 수직인 평면은 변형 후에도 평면을 유지하며, 변형 후의 중립면에 수직하다.

2. 유한요소 모델

곡선경계를 갖는 철근 콘크리트 이방성 선형판의 유한요소 해석에서 사용된 유한요소 모델과 강성도행렬은 다음과 같다.

가. 콘크리트 판 요소

이방성 선형판은 Fig. 2와 같은 4-변형 요소로 분할하였다.

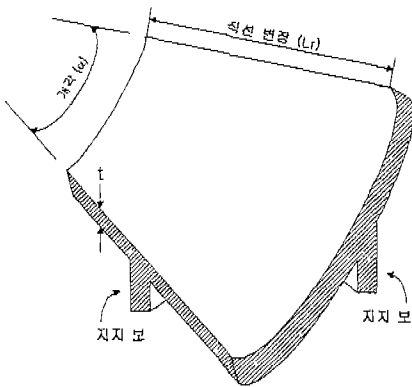


Fig. 1. 이방성 선형판

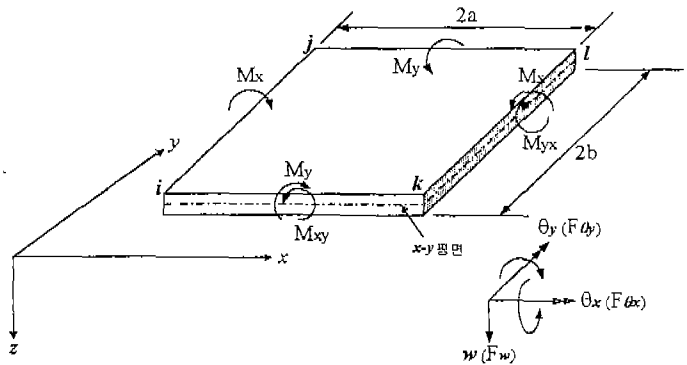


Fig. 2. 4-변형 판-굽힘 요소 및 변위 벡터

나. 보 및 철근 요소

보 및 철근요소는 일반적인 프레임 요소로써 요소의 강성도행렬은 다음과 같다.

$$[K] = \begin{bmatrix} 12EI/L^3 & 0 & 6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 0 & 6EI/L^2 \\ & GJ/L & 0 & 0 & -GJ/L & 0 \\ & & 4EI/L & -6EI/L^2 & 0 & 2EI/L \\ & & & 12EI/L^3 & 0 & -6EI/L^2 \\ & & & & GJ/L & 0 \\ & \text{sym.} & & & & 4EI/L \end{bmatrix}$$

다. 철근 콘크리트 판 요소

본 논문에서는 철근과 콘크리트라는 별개의 재료로써 이루어지는 철근 콘크리트 판 요소를 사용한다. 이 때의 구성법칙은 다음과 같다.

$$[K_{RC}] = [K_C] + [K_S]$$

여기서, $[K_{RC}]$: 철근 콘크리트 판 요소의 강성도행렬

$[K_C]$: 콘크리트 판 요소의 강성도행렬

$[K_S]$: 선요소로서 취급된 철근 요소의 강성도행렬

즉, 콘크리트 판 요소의 강성도행렬 속에 인접한 철근 요소의 강성도행렬을 조립하여 넣음으로써 철근 콘크리트 판 요소의 강성도행렬을 구한다. 이 경우 철근과 콘크리트는 완전히 부착된 것으로서 가정한다.

3. 경계지지 절점의 처리

이방성 선형판의 지지변 특히 곡선변과 같이 모든 지지절점의 회전방향이 서로 상이할 때 경계조건의 도입을 용이하게 하기 위해서 다중기준좌표계의 방법을 채택하였다. 즉, 한 요소의 강성도행렬을 전체좌표계로 변환하는 과정에서 단일기준좌표계를 사용하는 대신에 개개의 절점에서 독립적으로 설정한 기준좌표계를 사용하는 것이다. 즉, 국소좌표계에서의 강성도행렬 ($[k]$)과 기준좌표계에서의 강성도행렬 ($[K]$)은 다음과 같은 관계가 있다.

$$[K] = [T]^T [k] [T]$$

$$\text{여기서, } [T] = \begin{bmatrix} T_i & & & \\ & T_j & & \\ & & T_k & \\ & & & T_l \end{bmatrix}$$

$[T_i]$ 는 요소좌표계와 요소의 임의의 절점에서의 기준좌표계사이의 좌표변환행렬이다.

4. 프로그램의 검증

적절한 요소의 분할을 알아보기 위하여 분할 방법을 달리하고, 그의 결과를 해석해와 비교하면 Fig. 3과 같다. 또한 범용 프로그램인 SAP2000N의 해석결과도 함께 도시하였다. 해석해에로의 수렴성을 볼 때 본 논문에서의 방법이 SAP2000N의 결과보다 더 우수함을 알 수 있다. 또한 본 논문에서 개발된 프로그램의 신뢰도를 검증하기 위하여 선형판의 해석에 적용한 결과를 SAP2000N에 의한 해석결과와 비교한 결과는 Fig. 4와 같다.

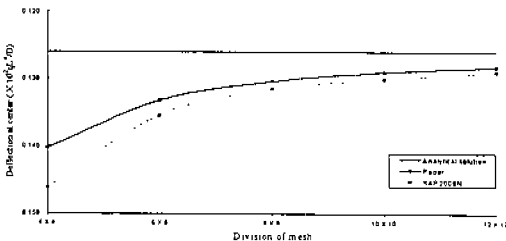


Fig. 3. 요소 분할에 따른 해의 수렴성 검증

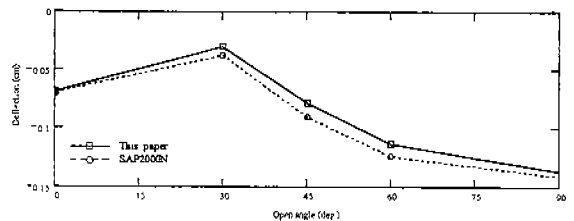


Fig. 4. 해의 신뢰도 검증

III. 해석 예 및 고찰

2장에서 기술한 해석방법 및 해석 절차를 Fig. 5와 같은 철근 콘크리트 이방성 선형판의 해석에 적용하였다.

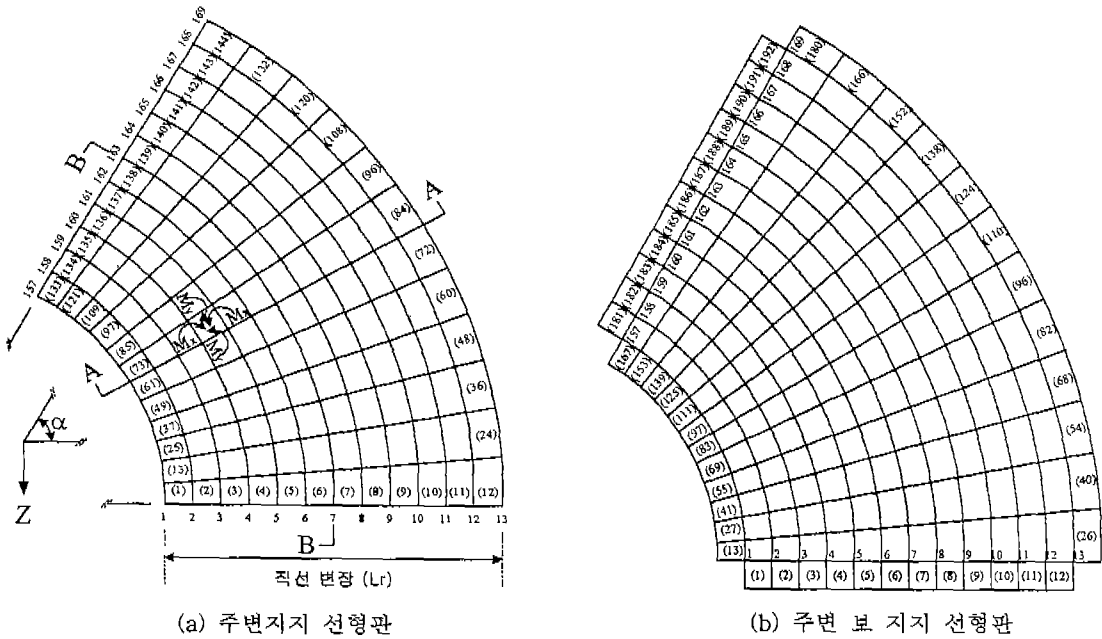
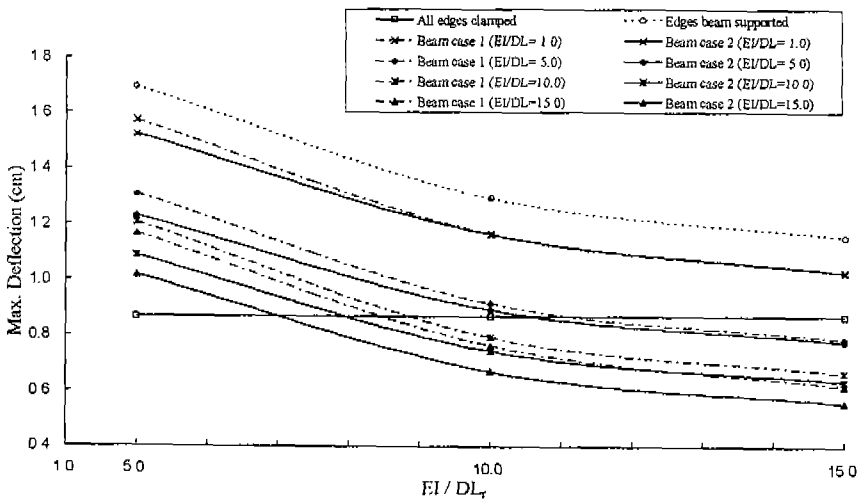


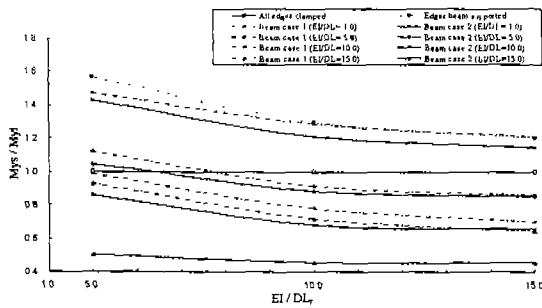
Fig. 5. 해석된 이방성 선형판의 형상 및 요소 분할

1. 판-지지 보의 상대강성의 영향

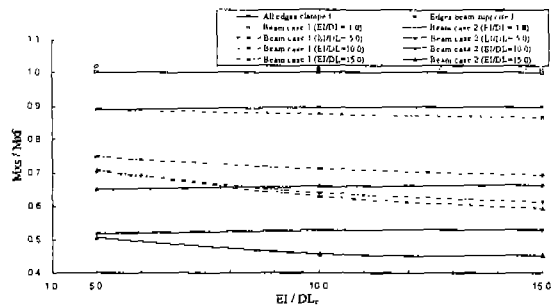
판-지지 보의 상대강성이 선형판의 거동에 미치는 영향은 Fig. 6(a)와 같으며, 이를 4번 고정 판에 대한 모멘트의 비로써 나타내면 Fig. 6의 (b), (c)와 같다.



(a) 판의 최대 처짐



(b) 4변 고정판 모멘트에 대한 선형판 모멘트 비(My)

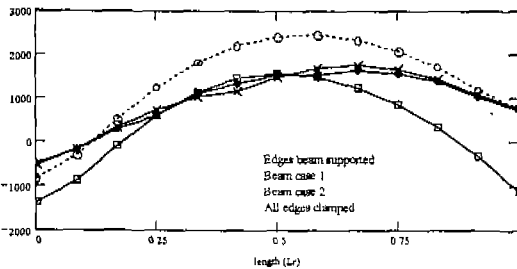


(c) 4변 고정판 모멘트에 대한 선형판 모멘트 비(Mx)

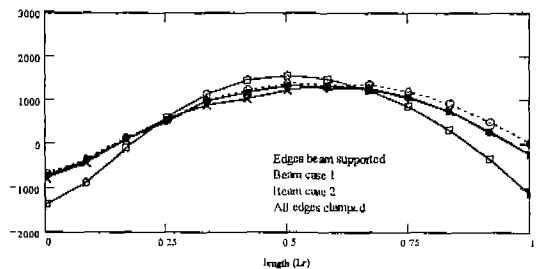
Fig 6. 주변 지지보의 강성에 따른 변위

모든 내측보의 강성 및 설정위치가 거동에 미치는 영향은 외측보의 강성비 (EI/DL_r)가 10.0이상이 되면 현저히 감소하였다. 또한 보의 설치위치에 따른 영향은 외측보의 강성이 클수록 감소하였다. 특히, 내측보의 강성이 적은 경우(본 논문에서의 경우 $EI/DL=1.0$), 외측보의 강성이 10.0이상이면 거의 영향의 차이가 없었다. 그러나, 내측보의 강성이 클수록 내측지지보의 지지방법에 따른 영향은 크게 나타났다.

판 중앙 단면 A-A에서 모멘트의 변화는 Fig. 7과 같다. 외측보의 강성에 따라 외측연에서 정·부의 모멘트가 발생될 수 있으며, 특히 원주방향으로 내측지지보를 배치하였을 경우 내측지지보의 배치방법이 중앙단면의 모멘트의 크기에 미치는 영향은 적게 나타났다.



(a) $EI / DL_r = 5.0$

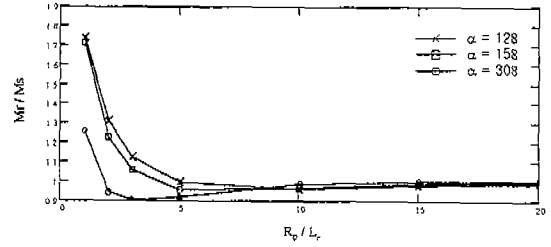
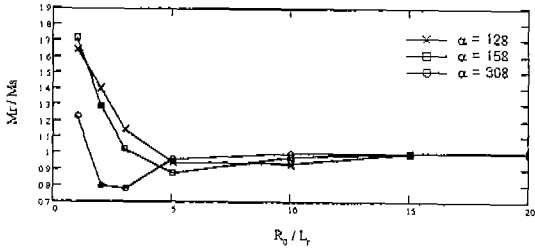
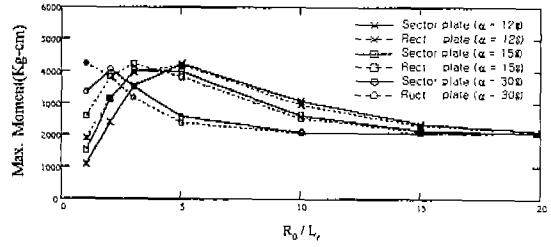
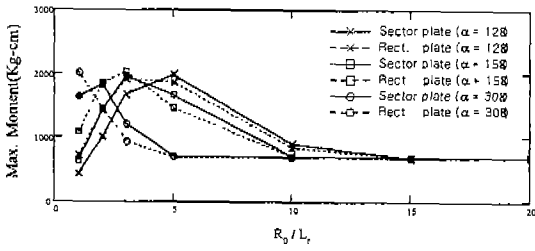


(b) $EI / DL_r = 15.0$

Fig. 7. 주변 지지보의 강성에 따른 중앙 단면 A-A에서의 모멘트(My)

2. 이방성 선형판의 설계 방법의 제안

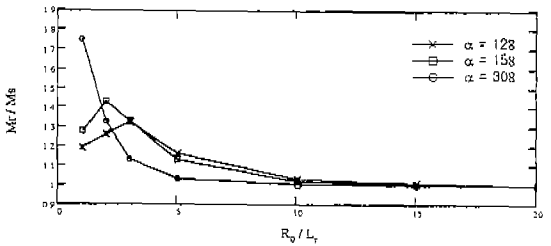
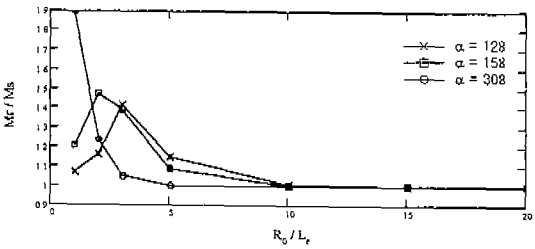
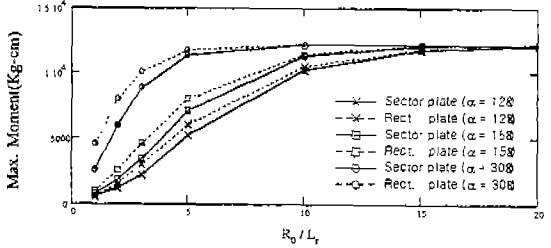
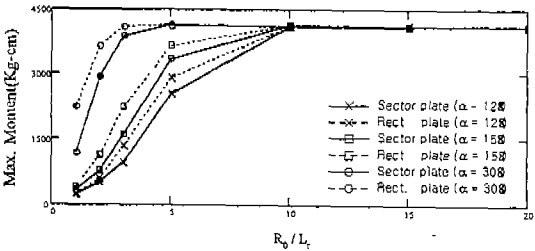
전 절에서 언급된 바와 같이 이방성 선형판은 실제 구조물이나 기계류 등에서 많이 이용되고 있지만, 그 구조의 특성 때문에 해석이 복잡하여 실제 현장에서의 설계에 많은 어려움이 따른다. 이러한 점을 감안하여 본 연구에서는 선형판을 해석해가 널리 알려져 있는 등가의 직4각형 판 - 직선변장판 선형판의 외측곡선변장을 갖는 직4각형판 - 으로 바꾸어 설계가 이루어질 수 있는 한계를 제안하고자 한다. 이를 위하여 경계조건, 개각 및 곡률반경을 설계인자로 하여 선형판과 등가직4각형 판의 해석결과를 비교하면 Fig. 8과 Fig. 9와 같다. 이 때, 개각의 크기는 12° , 15° , 30° 인 경우만 검토하였다.



(a) 4변 고정

(b) 4변 단순지지

Fig. 8. 선형판 vs. 등가직각4각형판의 Y-모멘트 비교



(a) 4변 고정

(b) 4변 단순지지

Fig. 9. 선형판 vs. 등가직각4각형판의 X-모멘트 비교

선형판의 주변지지 조건에 따라 상이하지만 대체적으로 개각이 15° 이하이고 곡률반경/직선 변장비 (R_0/L_r)가 10.0~15.0 이상이면, 등가직각4각형 판으로 해석하여도 큰 차이는 없는 것으로 판단된다. 다만 개각이 30° 인 경우는 등가직각4각형판으로 해석하는 것은 무리가 있는 것으로 사료된다.

IV. 결론

본 연구는 임의의 곡선경계조건을 갖는 철근 콘크리트 이방성 선형판의 합리적인 해석방법을 제안한 것이다. 이를 위하여 곡선경계의 다양한 경계조건을 합리적으로 모사하기 위하여 기준좌표계를 요소의 각 절점에서 독립적으로 설정하는 다중기준좌표계의 방법을 채택하였다.

개발된 프로그램을 적용하여 이방성 선형판의 경계조건, 하중조건, 철근비, 개각의 크기, 곡률반경 및 판-지지 보의 상대강성 등의 설계인자들이 이방성 선형판의 거동에 미치는 영향들을 고찰하였다. 또한 이방성 선형판의 해석의 어려움을 고려하여 엄밀해가 알려진 등가의 직각형 판 - 직선변장과 선형판의 외측곡선변장을 갖는 구형판 - 의 해석문제로 대체시킬 수 있는 설계의 한계를 제시하였다. 또한, 본 논문에서 개발된 프로그램은 이중곡률을 갖는 S-형의 이방성 판의 해석에도 적용될 수 있도록 구성되었다. 따라서, 인터체인지 등에서 건설되는 곡선 교량의 설계에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

Reference

1. Carol Rubin. 'General solution to bending of orthotropic sectors', The J. of Eng. Mech. Vol. 109, No. 1, pp. 168-174, 1983.
2. Cheung M. S., Chan M. Y. T. 'Static and dynamic analysis of thin and thick sectorial plates by the finite strip method', Computers & Structures, Vol. 14, pp. 79-88, 1981.
3. Dey Santi S., Samuel Anbu T. 'Static analysis of orthotropic curved bridge decks', Computers & Structures, Vol. 12, pp. 161-166, 1980.
4. Harik Issam E. 'Analytical solution to orthotropic sector', The J. of Eng. Mech. Vol. 110, No. 4, pp. 554-568, 1984.
5. 임성순, 장승필, '유한요소법을 이용한 나선형 곡선 부재의 정적 해석에 관한 연구', 대한토목학회 논문집, 제 8권, 2호, pp.215-225, 1988.
6. 조진구, '임의의 경계조건을 갖는 철근 콘크리트 선형판의 해석(I)', 한국농공학회지, 제 33권 2호, pp. 61-70, 1991.
7. 조진구, '임의의 경계조건을 갖는 철근 콘크리트 선형판의 해석(II)', 한국농공학회지, 제 34권 1호, pp. 78-86, 1992.
8. 조진구, '탄성적으로 지지된 철근 콘크리트 선형판의 유한요소 해석', 한국농공학회지, 제 35권 1호, pp. 59-66, 1993.