

# FEA 모델을 이용한 굴곡진 보강섬유를 가진 두꺼운 복합재료의 비선형 거동에 관한 연구

이 승 우\*, 전 흥 재\*\*

\*연세대학교 기계설계학과, \*\*연세대학교 기계전자공학부

## Nonlinear Elastic Analysis of Thick Composites with Fiber Waviness Using a FEA Model

Lee, S. W.\* , Chun, H.- J.\*\*

\*Department of Mechanical Design & Production Engineering, Yonsei University,

\*\*School of Electrical & Mechanical Engineering, Yonsei University

Key Words : fiber waviness, thick composites, nonlinear elastic behavior

### Abstract

A FEA model is proposed to study the effects of fiber waviness on tensile/compressive nonlinear behaviors of thick unidirectional composites. In the analyses, both material and geometrical nonlinearities are considered. The predicted results from the FEA model are compared with those obtained from the previous analytical model (thin carpet model). Tensile/compressive tests are also conducted on the specimens with various controlled fiber waviness to obtain the nonlinear behaviors of composites experimentally. The predictions from the FEA model show better agreements with the experiments than those from the analytical model.

### 1. 서 론

큰 하중을 받는 구조재료 사용되는 두꺼운 복합재료는 얇은 복합재료와 달리, 성형과정 중에 적층판 내의 보강섬유가 굴곡을 이루는 초기결함이 발생하게 된다. 이처럼 굴곡진 보강섬유를 가진 두꺼운 복합재료는 보강섬유 굴곡이 변형함에 따라 발생하는 기하학적 비선형 특성과, 복합재료 자체의 재료적 비선형 특성 때문에 인장/압축시 비선형적 거동<sup>(1,2)</sup>을 나타낸다. 이제까지 굴곡진 보강섬유를 가진 복합재료의 연구에서 이 두 가지의 비선형 거동의 원인이 모두 고려된 연구는 전흥재<sup>(3)</sup> 등에 의해 이루어졌다. 층 요소<sup>(4)</sup>를 이용해서 굴곡진 보강섬유를 가진 두꺼운 복합재료의 인장/압축 거동을 해석하는 것은 굴곡한 주기의 평균적인 비김축 순응도를 사용하여 전체를 해석하기 때문에 굴곡 한 주기 내의 국부적인 응력 분포를 알 수 없었다. 또한, 변형이

일어난 후에도 보강섬유의 굴곡이 사인 곡선을 유지하는 것으로 가정하여 인장/압축시의 굴곡의 실제 변화에 따른 비선형적 거동을 해석하는데 한계가 있었다.

본 연구에서는 인장/압축 시 굴곡을 가진 보강섬유로 이루어진 두꺼운 복합재료의 국부적인 응력분포를 파악하기 위하여 복합재료의 기하학적, 재료적 특성을 모두 고려하되 보강섬유의 굴곡에 따라 변화하는 강성까지도 고려하는 모델을 제시하였다. 이 모델에서는 층 요소와는 달리 보강섬유 한 주기 내에서 변화하는 보강섬유의 방향에 따른 강성을 미소 요소 내에서 고려하여 국부적 응력 분포의 예측이 가능해졌다. 그리고 변형 이후의 보강섬유의 굴곡이 사인 곡선을 유지하지 않고 임의의 모양으로 변화하는 점도 고려되어 인장/압축 거동을 해석할 때, 보강섬유 굴곡의 실제 변화를 보다 정확히 반영할 수 있었다. 또한 이 해석모델을 사용하여 보강섬유의 굴곡이

복합재료 내에 일정하게 존재하는 경우에 대하여 보강섬유의 굴곡의 정도에 따른 인장/압축에서의 비선형 거동을 예측하였다. 그리고 굴곡을 달린 시편을 제작해서 인장/압축 시험을 실시하여 그 결과와 예측 결과를 비교하였다.

## 2. 해석모델

보강섬유의 굴곡이 두꺼운 복합재료 내에서 주기적으로 반복되는 경우, 전체 복합재료의 인장/압축 거동은 전체 재료 내 보강섬유 굴곡의 한 주기에 대한 인장/압축 거동을 해석함으로써 예측한다. 복합재료는 Fig. 1에서와 같이 주기의 방향으로 미소 요소를 설정하여 각 미소 요소의 해석을 통하여 한 주기 전체의 거동을 해석한다.

각각의 요소간의 경계에서는 보강섬유의 연속성이 경계조건으로 작용하며, 한 주기 전체의 경계조건은 인장/압축시의 외력으로 설정한다.

복합재료 내에 일정한 굴곡의 보강섬유가 존재하는 경우 복합재료의 재료적 비선형 특성은 복합재료의 강성을 변형률의 고차항을 포함한 에너지 밀도(Energy Density)를 이용하여 변형률의 함수로서 고려할 수 있다. 다음은 변형률의 4차 함수로 정의한 에너지 밀도<sup>(4)</sup>이다.

$$W = W(\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, \gamma_{12}^2, \gamma_{23}^2, \gamma_{13}^2, \gamma_{12}\gamma_{23}\gamma_{31}) \quad (1)$$

이 식의 계수들은 응력-변형률 관계로부터 기계적 특성 실험(Mechanical Characterization)을 통해 구한다. 변형률-응력 관계는 위 식 (1)의 에너지 밀도로부터 " $\sigma_{ij} = \partial W / \partial \epsilon_{ij}$ "를 이용하여 복합재료의 재료적 비선형 특성을 고려한 강성 ( $C_{ij}^*$ ) 행렬로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^* & C_{12}^* & C_{13}^* & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^* & C_{22}^* & C_{23}^* & 0 & 0 & 0 \\ C_{13}^* & C_{23}^* & C_{33}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} C_{11}^* &= C_{11} + C_{111}\epsilon_{11} + C_{1111}\epsilon_{11}^2 \\ C_{22}^* &= C_{22} + C_{222}\epsilon_{22} + C_{2222}\epsilon_{22}^2 \\ C_{33}^* &= C_{33} + C_{333}\epsilon_{33} + C_{3333}\epsilon_{33}^2 \\ C_{44}^* &= C_{44} + C_{444}\gamma_{23}^2 \\ C_{55}^* &= C_{55} + C_{555}\gamma_{13}^2 \\ C_{66}^* &= C_{66} + C_{666}\gamma_{12}^2 \\ C_{12}^* &= C_{12}, \quad C_{13}^* = C_{13}, \quad C_{23}^* = C_{23} \end{aligned} \quad (2)$$

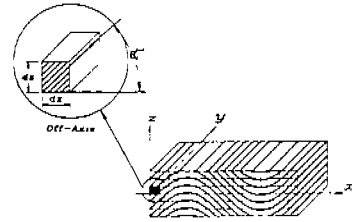


Fig. 1 Schematic drawing of finite element analysis model for composite materials with fiber waviness.

보강섬유의 방향이  $x-z$ 평면에서  $x$ 축에 대하여  $\theta$ 만큼 기울어 있을 때,  $n$ 번째 미소요소의 보강섬유의 초기 방향  $\theta_0^{(n)}$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta_0^{(n)} = \frac{1}{2} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \cos \frac{2\pi x_1}{\lambda} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \cos \frac{2\pi(x_1 + dx)}{\lambda} \right) \right] \quad (3)$$

이때  $\lambda$ 는 보강섬유의 주기이고,  $a$ 는 굴곡의 크기,  $x_1$ 은 미소요소의  $x$ 축 방향 좌표,  $dx$ 는 미소 요소의  $x$ 축 방향의 길이이다. 결국 미소 요소 안에서는 보강섬유의 기울어진 각도가 일정한 비감축(Off-Axis) 상태로 볼 수 있다. 또한  $y$ 축 방향에 대해서는 보강섬유의 단면이 일정하므로 굽힘 변형이 발생하지 않는다고 볼 수 있고 따라서  $y$ 축 방향으로는 응력이 존재하지 않으므로  $x-z$ 평면에 대하여 평면 미소요소를 설정한다.

그러면, 우선  $y$ 축 방향과 3축 방향이 같으므로 평면 응력 상태에서의 정축 강성은 다음과 같다.

$$Q_{11} = C_{11}^* - \frac{C_{12}^* C_{12}^*}{C_{22}^*}, \quad Q_{13} = C_{13}^* - \frac{C_{13}^* C_{13}^*}{C_{22}^*}$$

$$Q_{33} = C_{33}^* - \frac{C_{23}^* C_{23}^*}{C_{22}^*}, \quad Q_{55} = C_{55}^*$$

$x-z$ 평면에 대하여 평면 응력 상태의 비김축 강성은 변환행렬을 이용하여 다음 식에 따라 구한다.

$$[Q^*] = [T]^{-1} [Q] [T] \quad (4)$$

여기에서  $[Q^*]$ 는 비김축 강성행렬(Off-Axis Stiffness Matrix)을,  $[T]$ 는 변환행렬(Transformation Matrix)을 나타낸다.

미소 요소의 기하학적 비선형 특성은 변형이 일어나면서 보강섬유의 굴곡의 정도가 변화하여 위 식 (4)의 미소 요소의 강성이 변화하므로 발생한다. 변형이 일어나면서 미소 요소는 재료 자체의 이방성 때문에 등방성 재료처럼 직사각형 모양으로 변화하지 않기 때문에 새로운 강성을 구하기 위한 보강섬유의 방향( $\theta$ )을 결정하기 어려워지는 문제가 발생한다. 이를 해결하기 위해 유한요소 해석기법<sup>(5)</sup>을 사용한다. 임의의 사각형 모양으로 변화된 요소의 강성을 식 (5)에서처럼 자코비안(Jacobian)을 이용하여 좌표계를 변환해서 계산한다. 국부좌표계( $\xi-\eta$  Coordinates)에서 구한 강성행렬( $[K_{ij}]$ )과 경계조건( $[F]$ )을 이용하여 미소하중이 가해진 후의 미소요소들의 변위( $[d]$ )를 계산하고, 변위로부터 찾을 수 있는 새로운 미소 요소 결점의 좌표들로 앞서의 과정을 되풀이하는 방법으로 기하학적인 비선형 특성을 고려할 수 있다.

$[K][d] = [F]$ 의 관계가 있을 때,

$$[K_{ij}] = \int_{\Omega} [B_i]^T [D] [B_j] d\Omega + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_i]^T [D] [B_j] |J| d\xi d\eta \quad (5)$$

여기서  $[B]$ 는 변형률-변위 관계 행렬,  $[D]$ 는 응력-변형률 관계 행렬,  $[d]$ 는 결점 변위 벡터,  $[F]$ 는 외력 벡터,  $|J|$ 는 자코비안의 더터미넌트를 나타낸다. 이렇게 하여 국부적으로도

재료적 비선형과 기하학적 비선형을 동시에 고려하여 전체적인 거동을 예측할 수 있다.

### 3. 실험

본 연구에서는 실험재료로 Hexel사의 DMS 2224 복합재료를 사용하였다. 재료의 기계적 특성 실험은 인장 및 압축에 대하여 각기 수행하였다. 복합재료의 기계적 특성값은 Table 1에 수록했다.

보강섬유의 굴곡은 사인함수 형태 몰드(mold)를 이용하여 두꺼운 복합재료의 성형공정에 따라 오토크레이브 성형방법으로 제작하였다. 복합재료의 보강섬유의 굴곡은 굴곡비가 0.011, 0.034, 0.059로 일정하였다.

Table 1 Mechanical Properties of DMS 2224 Composite Material

Property	SI
Tensile Longitudinal Modulus( $E_{11}$ ) (GPa)	120
Tensile Transverse Modulus( $E_{22}$ ) (GPa)	9.07
Tensile In-Plane Shear Modulus( $G_{12}$ ) (GPa)	4.73
Tensile Major Poisson's Ratio( $\nu_{12}$ ) (GPa)	0.286
Compressive Longitudinal Modulus( $E_{1c}$ ) (GPa)	122
Compressive Transverse Modulus( $E_{2c}$ ) (GPa)	9.11
Compressive In-Plane Shear Modulus( $G_{12c}$ ) (GPa)	4.36
Compressive Major Poisson's Ratio( $\nu_{12c}$ ) (GPa)	0.293

### 4. 결과 및 고찰

Fig. 2와 3은 인장/압축 하중 하에서 재료의 초기 굴곡비에 대하여 기존 층요소 모델<sup>(3)</sup>과 FEA 모델을 사용하여 예측한 비선형 응력-변형률 곡선을 보여준다. 기존의 층요소 모델을 이용한 해석과 비교하여 굴곡비가 큰 경우에서도 비교적 실험 결과에 근접한 결과가 나타남을 알 수 있다.

Fig. 4에서는 각각의 굴곡비에 따라 변형이 끝난 후 보강섬유의 굴곡형상이 변화된 모습을 보여준다. 인장 하중이나 압축 하중이 가해지는 경우, 보강섬유의 방향을 나타내는 각도  $\theta$ 가 상대적으로 큰 부분에서는 부분적으로 변형이 조금 크게 발생하고, 상대적으로  $\theta$ 가 작은 부분에서는

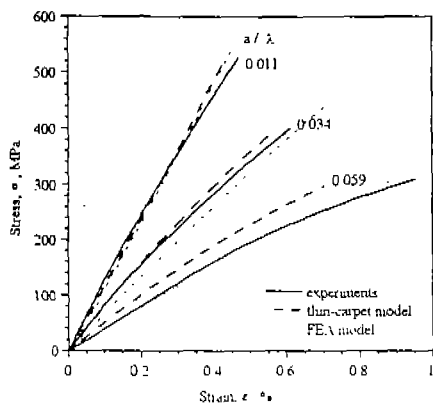


Fig. 2 Predicted and experimentally obtained tensile stress-strain curves for uniform fiber waviness model with various fiber waviness ( $a/\lambda$ ).

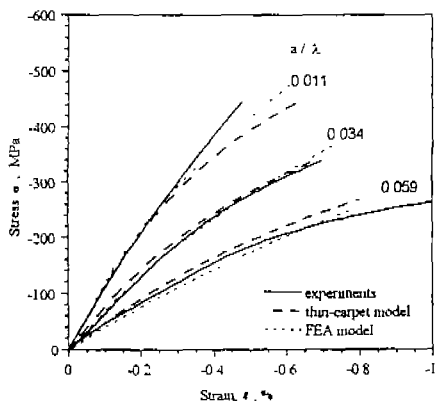


Fig. 3 Predicted and experimentally obtained compressive stress-strain curves for uniform fiber waviness model with various fiber waviness ( $a/\lambda$ ).

부분적으로 변형이 작게 발생하는 것을 알 수 있다.  $a/\lambda=0.011$ 인 경우는 인장/압축 응력 500 MPa를 가했을 때,  $a/\lambda=0.034$ 인 경우는 인장/압축 응력 450 MPa를 가했을 때,  $a/\lambda=0.059$ 인 경우는 인장/압축 응력 250 MPa를 가했을 때의 결과로써 각각의 굴곡비에 따라 같은 크기의 인장/압축 응력을 가했다. 단, Fig. 4에서 초기 사인 곡선은

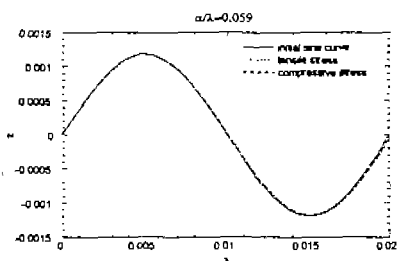
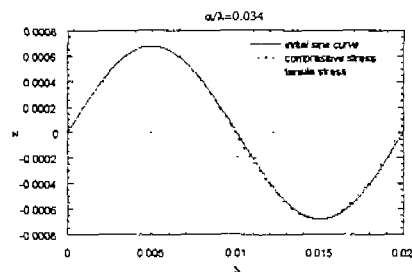
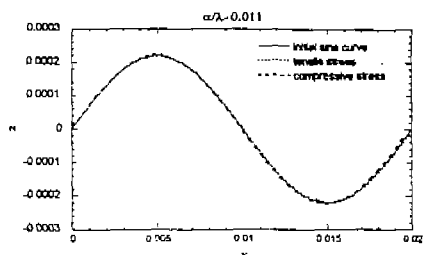


Fig. 4 Predicted shapes of fiber waviness after deformations.

$z = a \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$  곡선을 의미하고, 인장 응력 (Tensile Stress)과 압축 응력 (Compressive Stress) 곡선은 각각 인장/압축 응력이 가해진 후, 초기 사인 곡선이 변화한 모습을 의미한다. 실험에 쓰인 시편의 한 주기( $\lambda$ )의 길이가 0.02m 였으므로, 좌표계에서  $x$ 의 범위는 0부터 0.02까지로 설정하였다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 굴곡진 보강섬유를 가진 두꺼운 복합재료의 국부적인 응력해석을 위한 FEA모형을 제시하고, 보강섬유의 굴곡의 변화로 인한 강성의 변화를 고려하여 복합재료의 비선형 거동을 예측하였다. FEA 모델을 이용하여 복합재료의 국부적인 강성을 고려하여 응력-변형률 관계를 예측한 결과는 굴곡 한 주기의 평균 비깎축 손응도를 사용한 층 요소 모델을 이용하여 해석할 때와 비슷하였고, 굴곡비가 비교적 큰 경우에는 층 요소 모델을 이용하여 해석한 결과보다 실험 결과에 좀 더 일치하는 경향을 보였다.

초기에 사인 곡선의 형상이었던 보강섬유의 굴곡 형상은 각각의 굴곡비의 경우에서 모두 하중이 가해진 이후, 초기 사인 곡선의 형상에서 거의 벗어나지 않는 경향을 보였다. 또한 보강섬유 굴곡의 한 주기 내에서는 보강섬유의 방향( $\theta$ )에 따라 기울어진 각이 크면 변형이 상대적으로 크고, 기울어진 각이 작으면 변형이 상대적으로 작아 보강섬유의 기울어진 각에 따라 변형의 크기에 미소한 차이가 있음을 확인할 수 있었다.

## 참고문헌

- (1) Petit, P. H., Waddoups, M. E., "A Method of Predicting the Nonlinear Behavior of Laminated Composites", *Journal of Composite Materials*, Vol. 7, 1973, pp. 102-118.
- (2) Jones, R. M., Morgan, H. S., "Analysis of Nonlinear Stress-Strain Behavior of Fiber-Reinforced Composite Materials", *AIAA Journal*, Vol. 15, 1977, pp. 1669-1676.
- (3) 진홍재, 신재운, 최홍섭, "굴곡진 보강섬유를 가진 복합재료의 인장/압축 비선형 거동을 예측하기 위한 새로운 해석모델의 개발에 관한 연구", *한국복합재료학회지*, 제12권, 제1호, 1999, pp. 59-67.
- (4) Green, A. E., Adkins, J. E., "Large Elastic Deformations", Oxford University Press, 1970.
- (5) Woo, K. S., Whitcomb, J. D., "Three-Dimensional Failure Analysis of Plain Weave Textile Composites Using a Global/Local Finite Element Method", *Journal of Composite Materials*, Vol. 30, No. 9, 1996, pp. 984-1003.
- (6) Daniel, I. M., Ishai, O., "Engineering Mechanics of Composite Materials", Oxford University Press, New York, 1994.
- (7) Chou, T. W., "Microstructural Design of Fiber Composites", Cambridge University Press, 1992.
- (8) Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., "The Finite Element Method", Fourth Edition, Vol 2, McGraw Hill, 1991.