

단일방향 90° 적층보의 뎀핑에 대한 횡 전단응력의 효과

임종휘(광주-전남지방 중소기업청)

1. 서론

오늘날 복합재료는 스포츠용품, 자동차타이어, 건축용 보강재, 헬리콥터브레이드, 비행기 및 선박 그리고 우주선과 차량의 구조재 등과 같이 다양하게 응용되고 있다. 복합재료는 기존의 금속재료에 비해 가볍고 우수한 비강도와 비강성을 가지고 있으며 기존재료들이 가지지 않는 특성을 지니고 있다. 이러한 우수한 특성에도 불구하고 경량의 성질로 인해 복합재료의 구조물중의 어떤 요소들은 쉽게 외부의 충격으로부터 원하지 않는 진동을 받을 수 있다. 따라서 이들 불필요한 진동을 방지할 수 있는 동적 구조물의 한 멤버로서 복합재료를 사용하기 위하여 그들의 진동감쇠 특성들을 이해 하여야한다[1,2]. 이들 감쇠특성은 복합재료의 동적 구조물의 설계에 있어서 중요한 변수로서 그 구조물과 재료의 고유진폭을 조정하고, 피로하중 또는 충격으로부터 보다 긴 수명을 그들 구조물과 재료에 부여하는 역할을 한다[3,4]. 복합재료의 뎀핑은 거시적으로는 섬유와 모재의 종류, 섬유방향, 적층 순서 그리고 섬유 부피율에 의존하고, 미시적으로는 섬유와 모재의 점탄성 거동, 복합재속의 결합, 섬유와 모재 사이의 계면에서 전단거동, 섬유와 모재의 접합되지 않는 부위에서의 마찰 등에 의존한다[1]. 본 연구에서는 횡 방향 기본감쇠계수를 결정하기 위하여 단일방향 90° 적층 복합재료 뎀핑의 시험편 두께와 길이의 영향에 대해서 체계적으로 조사하였다. 일반적으로 구조물의 진동 뎀핑은 굽힘 진동의 결과[5,6]로부터 발생된다는 가정 하에 Ni와 Adams의 플라이 응력(ply stress)조건하에 주 모멘트(M₁)만을 고려하여 에너지 접근방법을 유도하였다. 이들 이론을 발전시켜 횡 전단응력의 영향을 고려하였다.

복합재료의 감쇠 근원은 다음 기구의 하나 이상의 결합된 기구에 의해 나타난다.[7-16]

(1)구성 성분의 점탄성 반응 (2)주기적인 열 흐름에 따른 열탄성 감쇠 (3)섬유와 모재 사이의 마찰 (4)재료의 손상부위의 성장과 시발점에서의 감쇠 및 기타 등등.

비록 이들 기구들을 각각 분리하여 예측하는 정확한 모델을 만들기는 어려울지라도 역학적 관점에서 적층 복합재료의 뎀핑 예측모델을 유도하였다. 그 뎀핑 예측은 평면 응력들과 횡 전단 응력을 고려하여 구하였다. 횡 전단 응력을 고려하여 단일방향 90°로 적층된 복합재료의 두께 및 길이의 변화에 따른 감쇠계수의 민감성을 정량적으로 예측하여 보다 정확한 횡 방향 기본 감쇠계수를 측정하기 위한 시험편 치수 및 크기에 대해 도움을 주고자 연구하였다.

2. 이론적 배경

Ni와 Adams의 이론을 바탕으로 횡 전단응력의 영향을 알아보기 위하여 평형방정식을 적용하였다. 적층된 보에 단지 주 굽힘모멘트(M₁)를 고려하여 평면 응력들에 의한 에너지 소산량을 구하였다. 보의 횡 전단응력은 다음 가정하에 결정되었다. 보는 일반적으로 x 방향에 따라 좁고 길게 이루어져 있으므로 응력 분포가 y 방향에 무관하다는 가정 하에 그 횡 전단응력이 결정되었다. 따라서 소산된 에너지는 4종류의 응력들로 나눌 수 있었다. 즉 섬유방향 좌표계에서 σ_x , σ_y , σ_{xy} 와 σ_{xz} 의 응력에 의한 복합재료의 소산에너지를 결정하였다. Ni와 Adams에 의해 구해진 평면응력을 다음 평형방정식에 대입함으로써 횡 전단 응력을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \sigma_x^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{(i)}}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}^{(i)}}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z^{(i)}}{\partial z} + F_z = 0 \quad (3)$$

따라서 보속에서의 최대저장에너지는 굽힘 변형에너지와 횡전단 변형에너지를 합함으로써 얻어졌다. 뎀핑에 대한 횡 전단 응력의 영향을 분석하기 위하여 실험장치에 해당하

는 주 굽힘 모멘트를 고려할 목적으로 두 종류의 하중에 의해 일어난다고 가정하였다. 하나는 집중하중과 다른 하나는 분포하중이 작용하는 것으로 가정하였다. 결국 90° 단일방향으로 적층된 복합재료의 에너지 소산량은 에너지 방법과 보 이론을 적용하여 예측하였다.

2-1. 굽힘모멘트

Ni와 Adams는 굽힘 모멘트로 인한 뎀핑이론을 정립하고자 보에서 순수 굽힘에 의해 발생된 변형에너지 소산량을 계산하기 위하여 그 보에서 발생하는 굽힘응력을 섬유 좌표 계를 기준으로 3종류의 평면 응력으로 나누어서 총 소산에너지를 구하였다. 간단하게 아래와 같이 수식으로 표현할 수 있다.

$$\Delta W = \Delta W_x + \Delta W_y + \Delta W_{xy} \quad (4)$$

각각의 항들 중에서 σ_x 에 대한 변형에너지 소산량을 더 자세히 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta W_x &= \int_0^l 2 \int_0^{h/2} \pi \eta_L \sigma_x \epsilon_x dz dx = 2 \pi \eta_L \int_0^l \int_0^{h/2} \sigma_x \epsilon_x dz dx \\ &= \frac{2 \pi \eta_L}{I^*} \int_0^{h/2} m^2 (Q_{11} d_{11}^* + Q_{12} d_{12}^* + Q_{16} d_{16}^*) (m^2 d_{11}^* + mn d_{16}^*) z^2 dz \\ &\quad \int_0^l M_1^2 dx \end{aligned} \quad (5)$$

거기서,

- l = 보의 길이, h = 보의 두께, η_L = 축방향 기본 감쇠 계수,
- d_{ij}^* = 단위화한 굽힘 컴플라이언스,
- $M_1 = Px$ = 집중 하중에 의한 굽힘 모멘트,
- $M_1 = 1/2 wx^2$ = 분포 하중에 의한 굽힘모멘트.

같은 방법으로 나머지 항들 즉 $\Delta W_y, \Delta W_{xy}$ 는 다음과같이 유도하였다.

$$\Delta W_y = \frac{2 \pi \eta_T}{I^*} \int_0^{h/2} n^2 (Q_{11} d_{11}^* + Q_{12} d_{12}^* + Q_{16} d_{16}^*) (n^2 d_{11}^* - mn d_{16}^*) z^2 dz \int_0^l M_1^2 dx \quad (6)$$

$$\Delta W_{xy} = \frac{2 \pi \eta_{LT}}{I^*} \int_0^{h/2} mn (Q_{11} d_{11}^* + Q_{12} d_{12}^* + Q_{16} d_{16}^*) (2mn d_{11}^* - (m^2 - n^2) d_{16}^*) z^2 dz \int_0^l M_1^2 dx \quad (7)$$

거기서, η_T = 횡 방향 기본감쇠계수, η_{LT} = 기본 전단 감쇠계수, I^* = 단위화된 관성 모멘트의 단면계수($h^3/12$).

그리고 보에서 굽힘에 의해 발생하는 총 변형에너지는 다음과 같이 기본역학으로부터 유도되었다.

$$W_b = \int_0^l M_1 \kappa_1 dx = \frac{d_{11}^*}{I^*} \int_0^l M_1^2 dx \quad (8)$$

2-2. 횡 전단응력

적층판의 평형방정식(1)로부터 그 횡전단응력을 구하기 위하여 Adams와 Ni가 유도한 평면 응력들을 그 평형방정식에 대입하였다.

$$\sigma_x^{(i)} = \frac{zM_1}{I^*} m^2 (Q_{11}^{(i)} d_{11}^* + Q_{12}^{(i)} d_{12}^* + Q_{16}^{(i)} d_{16}^*) = \frac{zf_1^{(i)} M_1}{I^*} \quad (9)$$

$$\sigma_y^{(i)} = \frac{zM_1}{I^*} n^2 (Q_{11}^{(i)} d_{11}^* + Q_{12}^{(i)} d_{12}^* + Q_{16}^{(i)} d_{16}^*) = \frac{zf_2^{(i)} M_1}{I^*} \quad (10)$$

$$\sigma_{xy}^{(i)} = \frac{zM_1}{I^*} (-mn) (Q_{11}^{(i)} d_{11}^* + Q_{12}^{(i)} d_{12}^* + Q_{16}^{(i)} d_{16}^*) = \frac{zf_3^{(i)} M_1}{I^*} \quad (11)$$

거기서,

$$f_1^{(i)} = m^2 (Q_{11}^{(i)} d_{11}^* + Q_{12}^{(i)} d_{12}^* + Q_{16}^{(i)} d_{16}^*) \quad (12)$$

$$f_2^{(i)} = n^2 (Q_{11}^{(i)} d_{11}^* + Q_{12}^{(i)} d_{12}^* + Q_{16}^{(i)} d_{16}^*) \quad (13)$$

$$f_3^{(i)} = (-mn) (Q_{11}^{(i)} d_{11}^* + Q_{12}^{(i)} d_{12}^* + Q_{16}^{(i)} d_{16}^*) \quad (14)$$

적층 복합재 보에 대해서 보는 x축의 방향으로 길게 뻗어있어 x축의 영향을 주로 받는다는 가정 하에 그 층간 전단 응력을 구하였다. 즉 보속의 응력들을 그 보가 x축 방향으로 길게되어 y축에 무관하다는 가정 속에 90° 단일방향으로 적층된 복합재의 횡 전단 응력의 효과를 구하기 위해 그 평형방정식을 적용하여 다음과 같이 유도하였다.

$$\sigma_{xz}^{(i)} = -\frac{1}{I^*} \int_{-h/2}^{z'} f_1^{(i)} \frac{dM_1}{dx} z dz \quad (15)$$

보의 이론으로부터 다음과 같이 다시 쓸 수 있다:

$$\sigma_{xz}^{(i)} = -\frac{Q}{I^*} \int_{-h/2}^{z'} f_1^{(i)} z dz \quad (16)$$

거기서, Q = P = 집중 하중하에 굽힘 하중, 혹은, Q = wx = 분포 하중하에 굽힘 하중.

위의 적분은 각 적층부에서 횡전단응력이 연속적인 분포하에 있다는 가정하에 계산되었다. 보의 횡전단 변형에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$W_{shear} = \int_{vol} \frac{\sigma_{xz}^2}{2G_c} dv = \frac{1}{2G_c} \int_0^l \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xz}^2 b dz dx \quad (17)$$

거기서, G_c = 적층판의 전단계수,

G_f = 섬유층의 전단계수, G_m = 모재의 전단계수, V_f=섬유 부피율.

따라서 횡 전단응력에 관련한 소산된 에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta W_{xz} = \frac{\pi \eta_s}{G_c} \int_0^l \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xz}^2 b dz dx \quad (18)$$

거기서, $\eta_s = \frac{(1-V_f)\eta_m G_c}{G_m} = 90^\circ$ 로 적층된 단일방향 복합재의 횡전단 기본 감쇠계수

[11]. (즉, $\eta_s \approx \eta_{LT}$). η_m =모재의 감쇠계수, G_m=모재의 전단계수, G_c= 복합재의 전단계수.

2-3. 보 속의 총 저장에너지

보 속의 총 저장된 에너지는 최종적으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} W &= W_b + W_s \\ &= \frac{d_{11}^*}{I^*} \int_0^l M_1^* dx + \frac{1}{2G_c} \int_0^l \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xz}^2 b dz dx \end{aligned} \quad (19)$$

위의 에너지 접근 방법의 결과로부터 총 감쇠계수는 다음과 같이 예측할 수 있다.

$$\psi_{ov.} = \frac{\sum \Delta W}{\sum W} = \frac{\Delta W_x + \Delta W_y + \Delta W_{xy} + \Delta W_{xz}}{W_b + W_s} \quad (20)$$

거기서, $\psi_{ov.} = 2\pi \eta_{ov} =$ 비 감쇠용량, $\eta_{ov.} =$ 총 감쇠계수.

3. 결과 토의 및 결론

단일방향 90° 복합재료에서 길이와 두께를 변화시키면서 측정된 감쇠계수는 일정하게 변화하지 않아서 이론적으로 예측해 보았다. 또한, 이러한 90° 방향 시험편 형상은 모재의 영향을 더받기 때문에 감쇠계수는 모재의 감쇠계수와 비슷할 것으로 예상하였다. 본 논문에서 모재 시험편에 대한 감쇠계수값을 길이와 두께 변화에 따라 조사하지 않았을 지라도 일반적으로 점탄성 재료는 일정한 진동수 범위내에서 진동수 증가에 따라 감쇠계수가 증가하는 경향을 나타낸다. 따라서 이론적으로 90° 단일방향 시험편에서 최대 감쇠계수는 가장 높은 고유진동수에서 일어났다. 또한 진동수 100~400Hz 범위내에서 감쇠계수는 거의 일정하게 나타나거나 진동수 증가에 따른 약간의 증가하는 경향을 보여주었다. 후자의 진동수 증가에 따른 감쇠계수의 증가는 시험편 형상의 재료특성이 모재에 의해 지배되는 것으로 예상되었다. 실험에서 측정된 보다 낮은 고유진동수에서 높은 감쇠계수는 실험에 사용된 길이가 긴 보와 낮은 강성계수로 인한 중력효과에 기인될 수 있는 것으로 사료된다.

결과적으로 90° 단일방향 복합재료는 100Hz 이하의 진동수에서 얻어진 감쇠계수는 진동수 감소와 함께 감쇠계수의 증가하는 경향을 보여주었다. 이러한 사실은 시험편의 횡단 응력의 영향을 받는 결과일 수 있다. 일반적으로 진동수에 따른 감쇠계수의 변화는 선형적인 증가라기보다 거의 일정하고 또한 진동수 증가에 따른 약간의 증가하는 경향을 보여주었다. 그 감쇠계수는 시험편 길이와 두께에 비교적 덜 민감한 것으로 나타났다.

참고문헌

- [1] Adams, R.D., Damping Properties Analysis of Composites, Engineering Materials Handbook, Composites, Vol.1, pp. 206-217, ASM(1987).
- [2] Bicos, A.S. and Springer, G.S., "Analysis of Free Damped Vibration of Laminated Composite Plates and Shells," International Journal of Solids and Structures, Vol.25, pp.129-149, 1989.
- [3] Koo, K.N. and Lee, I., "Vibration and Damping Analysis of Composite Laminates Using Shear Deformable Finite Element," AIAA J., Vol.31, No.4, April, pp.728-735, 1993.
- [4] Saravanos, D.A., "Integrated Damping Mechanics for Thick Composite Laminates and Plates," Journal of Applied Mechanics, Vol.61, pp.375-383, 1994.
- [5] Hwang, S.J. and Gibson, R.F., "Contribution of Interlaminar stress on Damping of Laminated Composites," Comp. Struct., 41, pp.379-393, 1991.
- [6] Alam, N. and Asnani, N.T., "Vibration and Damping Analysis of Fibre Reinforced Composite Material Plates," Journal of Composite Materials, Vol.20, pp.2-18, 1986.
- [7] Yim, J.H., Burmeister, J.S., Kaminski, R.L. and Gillespie, J.W. Jr., Experimental Characterization of Material Damping in Laminated Polymer Matrix Composites, Center for Composite Materials Report 1988-39, University of Delaware, Newark, Delaware.
- [8] Crane, R.M. and Gillespie, J.W. Jr., "Characterization of the Vibration Damping Loss Factor of Glass and Graphite Fiber Composites," Composites Science and Technology Vol.40 pp. 355-375, 1991.
- [9] Spirmak, G.T. and Vinson, J.R., "The Effect of Temperature on the Material Damping of Graphite/Epoxy Composites in a Simulated Space Environment," Recent Advances in the Micro- and Macro-Mechanics of Composite Material Structures, Editors: D. Hui and Vinson, ASME Publication AD-Vol. 13, PP.189-192, 1988.
- [10] Gibson, R.F. and Plunkett, R., "Dynamic Mechanical Behavior of Fiber Reinforced Composites: Measurement and Analysis," Journal of Composite Materials, Vol.10, pp. 325-341, 1976.
- [11] Willway, T.A. and White, R.G., "The Effects of Matrix Complex Moduli on the Dynamic Properties of CFRP Laminate," Composites Science and Technology, Vol.36, pp.77-94, 1989.
- [12] Henneke, E. G., II and Jones, T. S., "Detection of Damage in Composite Materials by Vibrothermography," Nondestructive Evaluation and Flaw Criticality of Composite Materials, ASTM STP 696, R. B. Pipes, Ed., American Society for Testing and Materials, pp. 83-95, 1979.
- [13] Tsai, S.W., "Composites Design," Fourth Edition, Think Composites, Dayton, Ohio, 1988.
- [14] Ni, R. G. and Adams, R. D., "The Damping and Dynamic Moduli of Symmetric Laminated Composite Beams-Theoretical and Experimental Results," J. Comp. Matls, Vol.18, P. 104(1984).
- [15] Hashin, Z., "Complex Moduli of Viscoelastic Composites: II. Fiber Reinforced Materials," Int. J. Solids and Struc., Vol.6 pp. 797-807 (1970).

[16]Wren, G.G. and Kinra, V.K., "An Experimental Study of the Complex Dynamic Modulus," Dynamic Elastic Modulus Measurements in Materials, ASTM STP 1045, pp.58-79(1990).

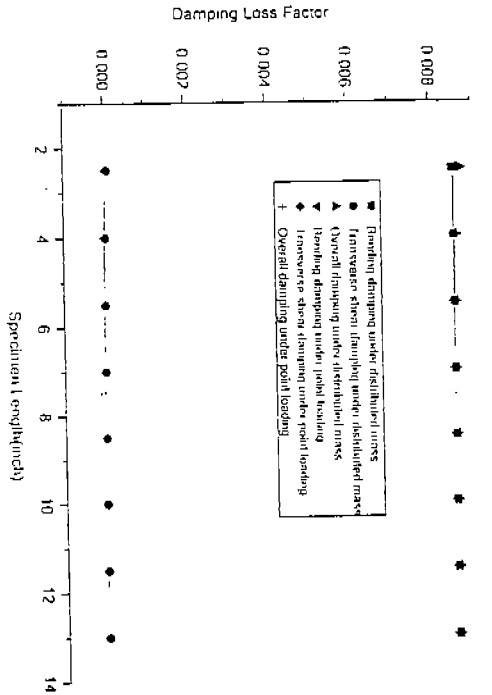


Fig 1. Theoretically determined damping loss factor versus specimen length for 90 degree 8 ply AS4/3501-6 composites

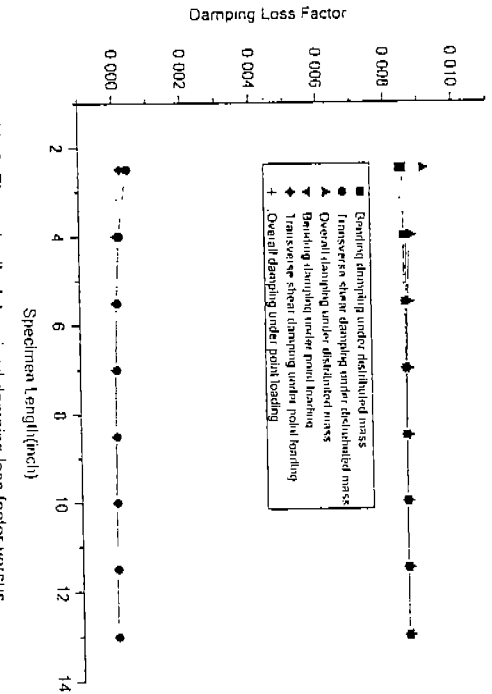


Fig 2. Theoretically determined damping loss factor versus specimen length 90 degree 20 ply AS4/3501-6 composites

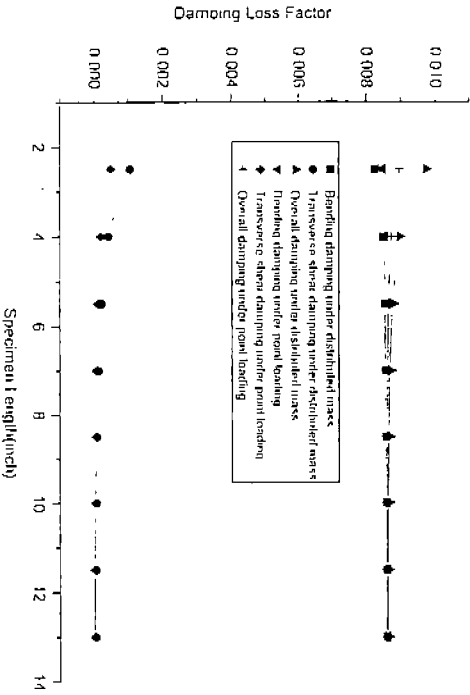


Fig 3. Theoretically determined damping loss factor versus specimen length for 90 degree 32 ply AS4/3501-6 composites

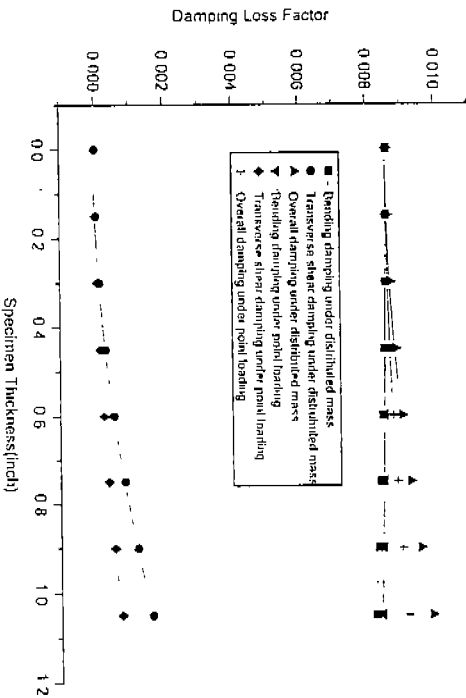


Fig 4. Theoretically determined damping loss factor versus specimen thickness for 90 degree AS4/3501-6 composites on 1.3 inch specimen length