

단열전단변형에서 국부화에 대한 수치해석적 연구

황두순*, 이병섭*, 윤수진**, 홍성인***

*충남대학교 대학원 기계공학과, **국방과학연구소, ***충남대학교 기계공학과

A Study of Localization on the Adiabatic Shear Band with Numerical Method

Doo-Soon Hwang*, Byoung-Seob Lee*, Su-Jin Yun**, Sung-In Hong***

*Department of Mechanical Engineering, Graduate School, Chungnam Nat'l Univ.

**Agency for Defense Development

***Department of Mechanical Engineering, Chungnam Nat'l Univ.

Abstract

In a plastically deformed body, the formation of a shear band is widely observed in the engineering materials during rapidly forming process for a thermally rate-sensitive material. The localized shear band stems from evolution of a narrow region in which intensive plastic flow occurs. The shear band often plays as a precursor of the ductile fracture during a forming process. The objectives of this study are to investigate the localiziton behavior by using numerical method thus, predict the failure. In this work, the implicit finite difference scheme is preformed due to the ease of covergence and the numerical stability.

This study is based on an analysed material with hardening as well as thermally softening behavior which includes isotropy strain hardening. Furthermore, this paper suggests that an anticipated and suggested a kinematic hardening constitutive equation be requiried to predicte a more accurate strain level wherein a shear band occurs.

Key words : Adiabatic Shear Band, Localiziton, Implicit Finite Difference Method(FDM), Kinematic Hardening

1. 서 론

소성변형에 있어서, 전단력에 의한 전단밴드(shear band)의 형성은 높은 변형률의 조건하에서 많은 공학적인 재료에서 관찰되고 있는 현상이다. 특히, 박판재의 성형을 위한 전단가공의 경우에서등은 전단밴드의 형성이 뚜렷이 나타나는 대표적인 예라 하겠다. 전단밴드의 형성이 가속화 됨에 따라 밴드의 변화량이 많고 폭이 좁은 국부화(localization) 현상이 발생하게 되는데, 이는 가공물에 치명적인 파단을 가져올 수 있는 현상이다. 이러한 단열성 전단밴드(adiabatic shear band)의 형성은 철판의 관통시험에서도 재료가 동적하중을 받을 때 소성불안정에 의해 소성변형이 국부적으로 집중되어, 하중을 견딜 수 있는 능력이 급격히 저하되어 최종적인 파괴를 불러오는 중요한 원인으로 알려져 있다. 따라서, 국부화 현상의 예측을 통한 소성불안정성(plastic instability)에 대한 연구가 필요하게 되었다.

본 연구에서는 이러한 전단밴드의 형성과 국부화 현상을 열적 조건을 고려하여, 높은 변형률에서 다결정

금속 변형의 전단밴드의 구성에 기초를 둔 메커니즘을 수치적으로 연구하였다.

단열성 전단밴드에 대한 수치해석적 연구는 최근 Shawki[1], Kobayashi, Fressengeas[2]등에 의해 양함수 유한차분법과 유한요소법을 사용하여 조사되어진 바 있으나, 수치적 수렴성과 해의 접근속도에 있어 제한성을 가지고 있다. 따라서, 본 연구에서는 음함수 유한차분법(implicit finite difference method)을 사용하여 수렴성의 문제와 수치적 안정성의 문제를 극복하였다.

지금까지의 국부화에 대한 조사는 등방성 경화 구성방정식(isotropic hardening constitutive equation)에 의하여 시행되어 왔으나, 전단밴드가 일어나는 변형률레벨(strain level)을 과대평가하는 경향이 있다.[4] 따라서, 본 연구에서는 동적 경화 구성방정식의 적용을 통해 국부화의 거동에 접근해야함을 제시하고자 한다.

2. 지배 방정식과 경계조건

다음 Fig.1과 같이 높이 H를 갖는 무한 평판에서 두 개의 좌표중 x 방향만을 고려하여, 1차원으로 가정하

면 다음의 지배방정식들은 x 와 t 만의 함수로서 표현 가능하다.

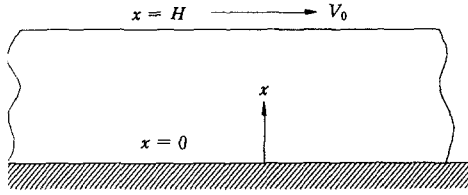


Fig.1. One-dimensional simple shearing motion

선형모멘트 평형(the balance of linear momentum)

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial x} \quad (1)$$

운동학적 적합조건(kinematic compatibility)

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \mu \left[\frac{\partial v}{\partial x} - \dot{\epsilon}^p \right] \quad (2)$$

에너지 평형(energy balance)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = r_0 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + r_1 \tau \dot{\epsilon}^p \quad (3)$$

재료의 열적 점소성반응

$$\tau = \phi(\dot{\epsilon}^p, \epsilon, T) \quad (4)$$

(3)식에서 r_0 와 r_1 은 각각 확산계수(diffusion number), 소산계수(dissipation number)를 나타내며, ρ_0 는 관성계수(inertia number)이다.

고려된 경계조건은 열적으로 단열(adiabatic condition)되어 있으며, 경계부분의 속도는 다음과 같이 주어진다.

$$v(0, t) = 0, v(1, t) = 1, 0 \leq t < \infty \quad (5)$$

$$q(0, t) = q(1, t) = 0; q \equiv \frac{\partial T}{\partial x}, 0 \leq t < \infty \quad (6)$$

3. 유한차분 수식화 및 수치계산

주어진 지배방정식의 유한차분 수식화에 있어서, 음함수(implicit) 방법중 Simple Method를 사용하여 근사화하였으며, 다음과 같다.

$$v_j^{n+1} = v_j^n + \frac{k}{2\rho h} (\tau_{j+1}^n - \tau_{j-1}^n) \quad (7)$$

$$\tau_j^{n+1} = \tau_j^n + \frac{\mu k}{2h} (v_{j+1}^{n+1} - v_{j+1}^{n-1}) - (\mu k) \phi_j^n \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & -z T_{j+1}^{n+1} + 2(1+z)T_j^{n+1} - z T_{j-1}^{n+1} \\ & = z T_{j+1}^n + 2(1-z)T_j^n + z T_{j-1}^n + 2k r_1 \tau_j^{n+1} \dot{\epsilon}_j^n \quad (9) \end{aligned}$$

$$\dot{\epsilon}_j^{n+1} = \left[\tau_j^{n+1} \left(\frac{1}{T_j^{n+1}} \right)^\nu \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_j^n} \right)^m \right] \frac{1}{m} \quad (10)$$

$$\epsilon_j^{n+1} = \epsilon_j^n + k \dot{\epsilon}_j^{n+1} \quad (11)$$

(7)에서 (11)번까지의 식은 (1)부터 (4)까지의 지배방정식을 유한차분형태(finite difference formulation)로 바꾼 것이다.

여기서, n 은 시간 간격(time step)을, j 는 격자 간격(mesh points)을 나타내며, $z = (\Delta x)^2 / \Delta t$ 이다.

수치계산에 있어서 온도를 구할 때는 연립방정식을 풀어야 하므로, 가우스 소거법(Gaussian Elimination for Tridiagonal)을 사용하였다.

음함수로 사용하여 결과를 얻는 경우는 수렴성에는 문제가 없으나, 결과의 타당성이 불안전하므로 양함수 방법에 있어서의 수렴성에 대한 기준을 통해 보다 안정적인 시간 간격을 설정하였다.

4. 해석결과 및 고찰

4.1 수치조건

구분	값
Thermal conductivity	54 W/(m °K)
Mass density	7800 kg/m ³
Specific heat	500 J/(kg °K)
Flow stress	436 MPa
Elastic Modulus	81 GPa

Table.1 CRS-1018 steel에 대한 물성치

구분	값
inertia number	0.000118
diffusion number	0.0022154
dissipation number	0.3354

Table.2 CRS-1018 steel에 대한 무차원 계수 값

4.2 전단밴드에서의 국부화의 진행

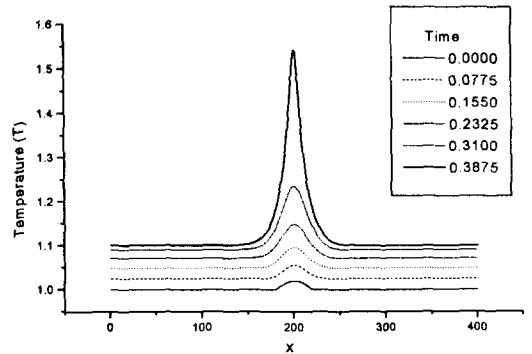


Fig.2. variation of temperature for spatial distribution

Fig.2 은 $\Delta t = 0.0775$ 시간 간격(time step)을 두고 $t = 0.3875$ 까지 다섯 차례의 시간흐름에 따른 온도 변화를 도식화한 그래프이다. Fig.2 에서 보는 바와 같이 국부화의 발생함에 따라 전단밴드의 중심부에서 온도에 대한 peak가 급속히 성장하는 것을 알 수 있다. 이것은 단열성 전단밴드에 있어서 중심부에서 열생성(heat generation)이 발생하여, 주위로의 확산(diffusion)이 일어나는 것으로 생각할 수 있다.

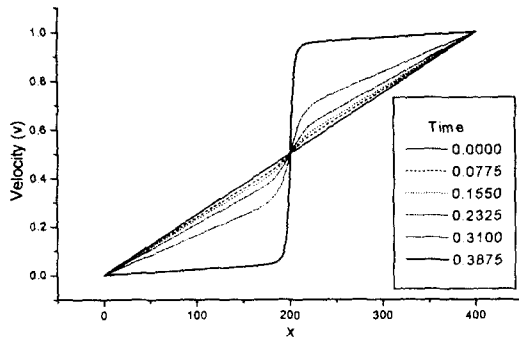


Fig.3. variation of velocity for spatial distribution

Fig.3 에서는 속도 변화율을 나타내고 있는데, 시간의 흐름에 따라 전단밴드에서의 속도변화비(velocity gradient)가 급속히 커지며, 속도변화비가 급속히 커진 부분이 보다 작아지는 국부화(localization) 현상을 살펴 볼 수 있다. 이것은 Fig. 4 에 나타난 소성변화율의 극단적인 peak의 증가를 가져온다.

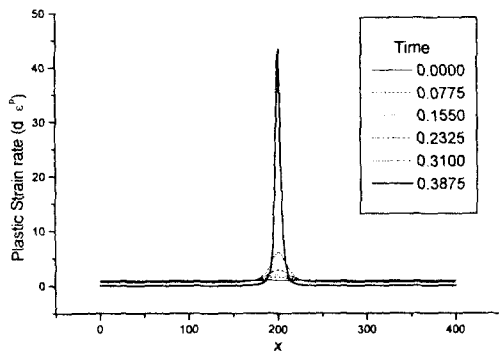


Fig.4. variation of plastic strain rate for spatial distribution

Fig.4 에서 보는 바와 같이 소성변화율(plastic strain rate)의 peak가 급속히 성장함을 관찰할 수 있으며, peak의 생성부위가 보다 더 축소되는 국부화 현상을 마찬가지로 살펴볼 수 있다. 이러한 소성변화율의

peak의 성장은 Fig.5 에서와 같은 strain의 증가를 가져온다.

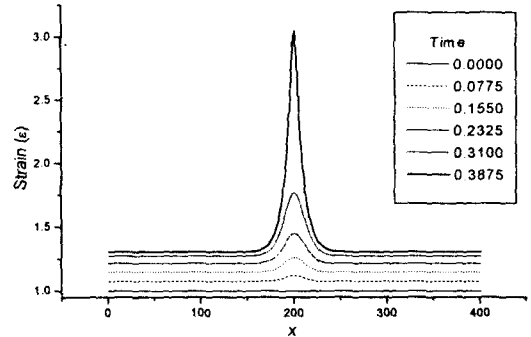


Fig.5. variation of strain for spatial distribution

위 결과로부터 열적으로 연화재료(ductile material)에 있어서, 단열되어 있는 전단밴드의 경우 주위로의 열 전달할 수 있는 시간의 부족과 초기 균질적 재료(homogeneous material)에서 비균질적 변형(inhomogeneous deformation)의 원인으로 인한 것으로 알려진 국부화현상이 단열성 전단밴드에 있어서 발생하며, 이것은 상대적으로 높은 온도와 협소한 영역에 심한 소성변형(plastic deformation)을 야기시킨다는 것을 알 수 있다.

4.3 등방성 경화 구성방정식의 제한성

위에서 얻은 모든 수치해석의 결과는 열간 점탄소성 재료(rate dependent elastic-viscoplastic material)에서 등방 경화 구성방정식(isotropic hardening constitutive equation)을 이용해서 얻어졌다. 따라서, 전단밴드가 어느 부위에서 일어날 가능성에 대해서만 추정할 수 있을 뿐이다.

특히, Al 7000계열의 합금은 유동연화(flow softening)를 보이는 합금으로 탄소성 해석보다는 강소성 해석이 더욱 적합하다. 이러한 재료에 대해 전단밴드가 일어날 때의 변형도와 변형률의 예측과 전단밴드의 형상-특히 소재에서의 하중방향과 전단밴드와의 각도 등-이나 크기를 예측하기 어려운 점이 있다. 특히, 등방 구성방정식이 이용될 경우 전단밴드가 일어나는 변형도의 정도(strain level)를 과대평가하는 경향이 있다.[4]

4.4 제한사항(구성방정식의 동적경화 효과의 적용)

현재 많은 문헌에서 전단밴드를 예측하는 구성방정식으로는 냉간에서는 동적경화(kinematic hardening)[5]와 열간 및 냉간에서는 코너이론(corner theory)등이 제시되었다. 동적경화의 경우 항복 함수가 소성하중을 받음으로써 항복함수의 중심(α_{3ij} : back stress)이 이동

하는데 따른 항복 형태를 묘사하는데 이용된다. 하지만, 금속성형과 같이 대변형의 경우에는 특히 단순 전단(simple shear)의 하중을 받을 때 응력 반응이 진동(oscillation)하게 된다. 이는 연속체(continuum)의 스핀(spin)과 실제 재료의 소성에 의한 스핀에 차이가 있기 때문이다.

위에서 언급된 2가지의 구성방정식은 모두 처음에는 방향성을 안 갖는 등방성 재료(isotropic material)가 소성대변형을 거치면서 입자의 강제회전과 전위(dislocation)의 방향 등에 의하여 texture가 형성, 이에 따른 방향성(plastic strain induced anisotropy)을 갖게 될 때의 변형을 예측하기 위함이며, 두 개의 구성방정식은 하중의 방향과 소성변형율의 방향이 약간 차이(non-coaxiality)가 있다는 것을 고려해 주고 있는 것이다. 이 때 새로 도입되는 개념으로는 소성스핀으로 재료를 다결정에서의 슬립계(slip system)이론으로부터 도출된 것이다. 소재는 전위로 인한 소성유동(plastic flow)을 갖는 다음 탄성변형과 강제회전을 한다고 가정하면 아래와 같은 식으로 표현된다.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^* \cdot \mathbf{F}^b \quad (12)$$

여기서, \mathbf{F} , \mathbf{F}^* , \mathbf{F}^b 는 각각 전체, 탄성과 강제회전, 소성변형에 의한 deformation gradient를 나타낸다. 특정 슬립계 α 는 상호 직교인 두 벡터 (\mathbf{s}^α , \mathbf{m}^α)로 나타낸다. 여기서 \mathbf{s} 는 슬립방향이며, \mathbf{m} 는 슬립면의 직각방향을 각각 나타낸다. 이 슬립계는 소성변형을 거치면 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\mathbf{s}^{*(\alpha)} = \mathbf{F}^* \cdot \mathbf{s}^\alpha, \quad \mathbf{m}^{*(\alpha)} = \mathbf{m}^\alpha \cdot \mathbf{F}^{*-1} \quad (13)$$

위의 두 식을 이용하여 소성부분을 나타내면,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{F}^{-1} - \dot{\mathbf{F}}^* \cdot \mathbf{F}^{*-1} &= \mathbf{D}^b + \mathbf{Q}^b \\ &= \sum_{\alpha} \mathbf{s}^{*(\alpha)} \mathbf{m}^{*(\alpha)} \dot{\gamma}^\alpha \end{aligned} \quad (14)$$

각 슬립계에 대해서는 아래와 같이 대칭과 반대칭 부분으로 나뉜다.

$$\mathbf{p}^\alpha = \frac{1}{2} [\mathbf{s}^{*(\alpha)} \mathbf{m}^{*(\alpha)} + \mathbf{m}^{*(\alpha)} \mathbf{s}^{*(\alpha)}] \quad (15)$$

$$\mathbf{w}^\alpha = \frac{1}{2} [\mathbf{s}^{*(\alpha)} \mathbf{m}^{*(\alpha)} - \mathbf{m}^{*(\alpha)} \mathbf{s}^{*(\alpha)}] \quad (16)$$

따라서, 동적경화를 고려한 대변형을 해석하는 데에 있어서, 연속체 전체에 대한 스핀을 이용하여 좌표계와 독립성(objectivity)을 나타내는 일반적인 Jaumann rate를 사용하는 것이 바람직하다. 참조 좌표계(referential coordinate)가 입자(lattice)의 스핀이 고려된 2차원 텐서(tensor)에 대한 Jaumann rate는 아래와 같다. 여기서 2차원 텐서는 응력 텐서와 항복함수의 이동을 나타내는 내부상태변수(α_{3ij})등을 포함한다.

$$\overset{\vee}{\boldsymbol{\tau}} = \dot{\boldsymbol{\tau}} - \mathbf{Q}^* \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau} \mathbf{Q}^*$$

$$= \dot{\boldsymbol{\tau}} - (\mathbf{Q} - \mathbf{Q}^b) \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau} (\mathbf{Q} - \mathbf{Q}^b) \quad (17)$$

따라서, 소성 스핀을 표현하는 \mathbf{Q}^b 는 여러 형태로 표현될 수 있으며, 기본적인 식은 아래와 같다. 아래의 식의 물리적 의미는 각각의 단결정들이 소성변형되면서 소성회전(plastic spin)을 다결정의 경우에 대해 평균 처리한 것과 같다.[6] 또한 어느 질점이 소성 하중을 받지 않을 경우에는 "0"값을 갖는다.

$$\mathbf{Q}^b = \eta (\alpha \mathbf{D}^b - \mathbf{D}^b \alpha) \quad (18)$$

5. 결 론

1차원 전단거동에 대해 열적으로 민감한 재료를 높은 변화율의 조건하에서 음함수 유한차분법을 이용하여 수치적 거동을 조사하였다. 전단밴드는 시간이 지남에 따라 국부화가 발생하고 더욱 가속화되어 매우 협소한 지역에 매우 높은 온도와 소성변화율을 수반하는 소성유동이 집중되는 것을 알 수 있다.

높은 하중율에서 온도에 민감한 재료(thermally rate dependent material)의 경우 전단밴드에서 밖으로 열전도되는 시간의 부족으로 인해 국부적으로 보다 높은 온도를 가지며 협소하면서도 강렬한 소성유동(plastic flow)을 야기시킨다.

그러나, 현재에 적용된 것은 등방성 구성방정식이므로 전단밴드에 대한 국부화를 과대평가하는 경향이 있으므로, 본 연구에서는 동적 경화구성방정식을 적용하는 것이 바람직함을 제시한다.

참고 문헌

- (1) H.P.Chelukuri and T.G.Shawki, "An Energy Based Localization Theory : 1.Basic Framework, 2.Effects of the Diffusion, Inertia and Dissipation numbers", Int.J.Plasticity, pp15-40, pp41-64, 1995
- (2) C.Fressengeas, "Adiabatic Shear Morphology at Very High Strain Rates", Int.J.Impact Eng Vol.8. No.2, pp141-157, 1989
- (3) A.M.Merzer, "Modeling of Adiabatic Shear Band Development from Small Imperfections", J.Mech.Phys.Solids Vol.30 No.2, pp.323-338, 1982
- (4) R.B.Pecherski, "The plastic spin concept and the theory of finite plastic deformation with induced anisotropy", Arch.Mech., 40, 807, 1988
- (5) Y.F.Dafalis, "Corotational Rates for Kinematic Hardening at Large Plastic Deformation", J.App.Mech., 50,561, 1983
- (6) J.E.Paulun and R.Pecherski, "On the Application of the Plastic Spin Concept for the Description of Anisotropic Hardening in Finite Deformation Plasticity", Int.J.Plast., 3, 303, 1987