통합혼합정수계획법 모형을 이용한 수력발전소의 최적 발전기 운영계획 수립

이재웅

1. 서론

유역내의 수력 에너지자원과 수자원의 효율적 운영을 위하여 Yi(1998)는 혼합정수계획법(mixed integer programming)을 사용한 최적 발전기 운영계획 모형을 개발하였다. 이 모형은 유역내의 댐들을 발전이 주목적인 발전용 댐들과 용수공급이 주목적인 용수공급용 댐들로 구분하여, 발전용 댐들에서는 주어진 전력수요를 만족시키도록 전력생산을 하면서 방류를 최소화하도록 하였고, 용수공급용 댐들에서는 주어진 용수수요를 만족시키도록 방류를 하면서 전력생산을 최대로 하도록 구성되었다. 총 전력수요, 예비전력 보유 요구량, 저수지에서의 의무 방류량, 발전기의 rough zone에서의 운영 회피, 발전기의 최소 운영 및 정지시간, 운영할 수 없는 발전기, 효율이 뛰어나 꼭 운영해야 하는 발전기, 공회전하는 발전기 등 유역과 수력발전소에 필요한 각종 조건들을 고려하여 일간 발전기들의 운영계획이 수립되었다. 혼합정수계획법 모형은 용수공급용 댐들의 시간별 방류계획을 수립하는 부속모형, 작성된 방류계획을 기준으로 모든 수력발전소의 발전기 운영계획을 수립하는 두 개의 부속모형 등 모두 세 개의 부속모형으로 구성되어 있다. 그러나 각 부속모형들은 각각 상이한 조합의 제약조건들을 사용하기 때문에, 첫 번째 부속모형에서 얻은 발전기들의 운영계획과 다른 두 개의 부속모형에서 얻은 발전기들의 운영계획들이 일치하지 않을 수도 있다. 이럴 경우 첫 번째 부속모형에서 산정된 방류계획이 다른 두 개의 부속모형의 운영기준으로 사용될 때 불능해(infeasible solution)를 발생시키는 원인이 될 수 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 통합혼합정수계획법(combined mixed integer programming) 모형을 개발하였다. 통합혼합정수계획법 모형은 혼합정수계획법 모형에서 개발된 세 개의 부속모형들을 하나로 통합한 모형이다.

2. 문제구성

2.1 목적함수

통합혼합정수계획법의 목적함수는 유역내의 일간 발전량을 최대화하는 것으로 다음과 같다.

아주대학교 공과대학 환경도시공학부 조교수

$$\max\ BG = \sum_{t \in T}\left(\sum_{w \in W} P_{wt} - E \cdot \sum_{g \in G}(Q_{gt} \cdot H_g \cdot 8.45 \times 10^{-5})\right) \cdot \triangle t_t \quad (1)$$

여기서 BG는 유역의 일간 발전량(MWh), P_{wt}는 시간 t일 때 용수공급용 댐 w에서의 발전량(MW), E는 효율, Qgt는 시간 t일 때 발전용 댐 g에서의 방류량(cfs), H_g는 (2)식으로 계산되는 발전용 댐 g에서의 총 수두차, $\triangle t_t$는 전력 수요 계획과 예비전력 수요 계획이 일정한 시간의 길이(hr), T는 전력 수요 계획이나 예비전력 수요 계획이 변화하는 시간들의 집합, W는 유역내 모든 용수공급용 댐, G는 유역내 모든 발전용 댐들을 나타낸다.

$$H_p = FB_p - TB_p \qquad \text{for } all\ p \in P \quad (2)$$

여기서 FB_p와 TB_p는 각각 댐 p의 저수위(ft)와 방수위(ft)를 나타낸다.

2.2 제약조건

용수공급용 댐에서의 시간당 방류량은 주어진 시간당 최소방류량 $Q_{min,wt}$이상이어야 하며, 총 방류량도 주어진 총 요구방류량 이상이어야 한다.

$$UFH_{it} = SNF_i \cdot OL_{it} + \frac{GL_{it} \cdot (BP_i - SNF_i)}{HZ_i} + SN_i \cdot OU_{it} + \frac{GU_{it} \cdot (CF_i - SN_i)}{C_i} + CT_i \cdot GU_{it} \quad (3)$$

$$Q_{pt} = \sum_{i \in A(p)} UFH_{it} \qquad \text{for } all\ t \in T \quad (4)$$

$$Q_{wt} \geq Q_{min,wt} \qquad \text{for } all\ t \in T \quad (5)$$

$$\sum_{t \in T}(Q_{wt} \cdot \triangle t_t) = SF_w \cdot 24 \times 10^3 \qquad \text{for } all\ w \in W \quad (6)$$

여기서 UFH_{it}는 시간 t에 운영할 수 있는 터빈 i를 통과하는 유량(cfs), SNF_i는 무발전 방류량(cfs), BP_i는 방류량과 발전량 곡선을 선형화할 때 절단점에 해당하는 방류량(cfs), SN_i는 절단점 상류부를 연장했을 때 무발전 방류량(cfs), CF_i는 최대 발전량에 해당하는 방류량(cfs), CT_i는 저수지 하류의 수심 상승효과를 고려한 방류량(cfs), OL_{it}, OU_{it}는 각각 시간 t에 발전기 i의 rough zone 하부 및 상부의 발전상태를 나타내는 이진변수(binary variables), GL_{it}, GU_{it}는 각각 시간 t에 발전기 i의 rough zone 하부 및 상부에서 발전한 량(MW), HZ_i는 각 발전기 i에서 rough zone의 상부값(MW), Q_{pt}는 시간 t에 댐 p로부터의 방류량(cfs), Q_{wt}는 시간 t에 발전용 댐 w로부터의 방류량(cfs), SF_w는 1000cfs로 표시되는 각 용수공급용 댐으로부터의 계획방류량, A(p)는 댐 p에서 운영할 수 있는 발전기들의 집합을 나타낸다.

모든 발전기들은 rough zone을 벗어난 영역에서 발전해야 한다. 여기서 rough zone이란 발전기가 이 영역 내에서 발전하면 진동이 심하게 발생하여 발전기의 수명이 단축되므로 가능하면 회피해야 하는 영역을 나타낸다.

$$
\begin{aligned}
&GU_{it} \le OU_{it} \cdot C_i \\
&GU_{it} \ge OU_{it} \cdot UD_{HZ_i} \\
&GL_{it} \le OL_{it} \cdot UD_{LZ_i} \\
&GL_{it} \ge OL_{it} \cdot LL \cdot C_i \\
&\quad \text{for } all\ i \in A(p),\ \text{for } all\ p \in P \\
&\quad \text{for } all\ t \in T
\end{aligned} \tag{7}
$$

여기서 C_i는 운영할 수 있는 발전기 i의 용량(MW), LZ_i는 각 발전기 i에서 rough zone의 하부값(MW), LL은 발전기의 용량 중에서 발전 하한값으로 사용되는 비율을 나타낸다.

각 발전기는 상태에 따라 발전용으로 운영되어야 하는 발전기와 발전용이나 공회전용으로 운영되어야 하는 발전기로 구분할 수 있다. 또한 운영할 수 있는 발전기는 발전, 공회전 또는 중지상태 등 세가지중 하나의 상태를 가질 수 있다.

$$OM_{it} = 0 \qquad \text{for } all\ i \in N(p),\ \text{for } all\ t \in T,\ \text{for } all\ p \in P \tag{8}$$

$$OL_{it} + OU_{it} + OM_{it} = 1 \qquad \text{for } all\ i \in R(p),\ \text{for } all\ t \in T,\ \text{for } all\ p \in P \tag{9}$$

$$OL_{it} + OU_{it} + OM_{it} \le 1 \qquad \text{for } all\ i \in A(p),\ \text{for } all\ t \in T,\ \text{for } all\ p \in P \tag{10}$$

여기서 OM_{it}는 시간 t에 발전기 i의 공회전 상태를 나타내는 무차원 정수 변수이고 집합 N(p)는 댐 p에서 발전해야 하는 발전기들의 집합, R(p)는 댐 p에서 발전용이나 공회전용으로 운영되어야 하는 발전기의 집합을 나타낸다.

용수공급용 댐으로부터의 시간당 방류량이 전시간에 비하여 정해진 값 이상으로 증가되면 발전기의 운영상태는 다음 조건들을 만족시켜야 한다. 첫째, 발전중이던 발전기는 계속 발전해야 한다. 둘째, 중지상태이던 발전기는 계속 중지상태로 있거나, 발전하거나 공회전을 할 수 있다. 셋째, 공회전중이던 발전기는 계속 공회전하거나 발전할 수 있다. 이 세 가지 조건들은 조건부 제약조건들로 선형계획법 모형에서 직접 처리할 수 없으므로, 혼합정수계획법을 사용하여 처리하였다. 첫 번째 조건부 제약조건을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&\text{if} \quad \sum_{w \in W} Q_{wt} - \sum_{w \in W} Q_{w,t-1} > C \ \text{ and } \ u_{it} = 1 \\
&then \quad OL_{it} + OU_{it} = 1 \\
&\qquad \text{for } all\ t = 1, \ldots, 24,\ \text{for } all\ i \in A(p),\ \text{for } all\ p \in P
\end{aligned} \tag{11}
$$

여기서 C는 고정된 값이고 u_{it}는 0 이나 1 중의 하나의 값을 갖는 이진 결정변수(binary decision variable)로 발전기가 현재시간 t에 발전중이면 1, 그렇지 않으면 0의 값을 갖는다. 식 (11)은 선형계획법에서 처리할 수 없는 조건부 제약조건의 형태이므로 새로운 이진변수 $y1_t$, $y2_{it}$를 사용하여 식 (12)-(14)로 다시 표현하였다.

$$
\begin{aligned}
&\text{if} \quad \sum_{w \in W} Q_{wt} - \sum_{w \in W} Q_{w,t-1} > C \\
&then \quad y1_t = 0 \\
&otherwise \quad y1_t = 1 \\
&\qquad \text{for } all\ w \in W
\end{aligned} \tag{12}
$$

$$\begin{array}{ll} \text{if} & u_{it} = 1 \\ \textit{then} & y2_{it} = 0 \\ \textit{otherwise} & y2_{it} = 1 \\ & \text{for } all\ i \in A(p),\ \text{for } all\ p \in P \end{array} \tag{13}$$

$$\begin{array}{ll} \text{if} & y1_t + y2_{it} = 0 \\ \textit{then} & OL_{it} + OU_{it} = 1 \\ & \text{for } all\ i \in A(p),\ \text{for } all\ p \in P \\ & \text{for } all\ t = 1,\ \dots,\ 24 \end{array} \tag{14}$$

식 (12)-(14)는 아직도 조건부 제약조건을 포함하고 있으며 이를 해결하기 위해서는 첫째, 각 식을 먼저 Either-or 제약조건으로 전환시키고, 둘째, 전환된 Either-or 제약조건을 이진변수를 사용하여 혼합정수계획법에서 사용할 수 있는 형태로 다시 전환시켜야 한다. Either-or 제약조건은 두 제약조건 중 어느 하나만 만족시키면 되는 형태의 조건으로, 어느 한 제약조건이 만족되면 다른 하나의 제약조건이 만족되던 만족되지 않던 상관할 필요가 없다. 식 (12)를 Either-or 제약조건 형태로 전환시키면 다음과 같다.

$$\textit{Either} \quad \sum_{w \in W} Q_{wt} - \sum_{w \in W} Q_{w,t-1} \le C \tag{15a}$$

$$\begin{array}{ll} \textit{or} & y1_t = 0 \\ & \text{for } t = 1,\ \dots,\ 24 \end{array} \tag{15b}$$

식 (15a)와 (15b)는 이진변수를 사용하여 다음과 같이 전환되었다.

$$\begin{array}{l} \sum_{w \in W} Q_{wt} - \sum_{w \in W} Q_{w,t-1} \le C + B \cdot (1 - z1_t) \\ y1_t \le z1_t \\ \quad \text{for } t = 1,\ \cdots,\ 24 \end{array} \tag{16}$$

여기서 $z1_t$는 이진변수, B는 임의의 큰 수이다. 즉, $z1_t$가 1이면 식 (15a)을 만족시킬 수 있고, $z1_t$가 0이면 식 (15b)를 만족시킬 수 있다. 따라서 조건부 제약조건이었던 식 (12)가 혼합정수계획법에서 사용할 수 있는 형태인 식 (16)으로 전환되었다. 동일한 방법을 사용하여 식 (13)과 (14)를 각각 식 (17)과 (18)과 같이 전환시킬 수 있다.

$$\begin{array}{l} u_{it} \le z2_{it} \\ y2_{it} \le 1 - z2_{it} \\ \quad \text{for } all\ i \in A(p),\ \text{for } all\ p \in P,\ \text{for } t = 1,\ \cdots,\ 24 \end{array} \tag{17}$$

$$\begin{array}{l} y1_t + y2_{it} \ge z3_{it} \\ OL_{it} + OU_{it} \ge 1 - z3_{it} \\ \quad \text{for } t = 1,\ \cdots,\ 24,\ \text{for } all\ i \in A(p),\ \text{for } all\ p \in P \end{array} \tag{18}$$

여기서 $z2_{it}$와 $z3_{it}$는 이진변수이다. 원래 if-then 제약조건이던 식 (11)은 이제 혼합정수계획법을 사용하여 처리할 수 있는 형태인 식 (16)-(18)로 전환되었다.

두 번째 조건부 제약조건은 항상 만족되므로 고려할 필요가 없으며, 세 번째 제약조건을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{if} \quad \sum_{w\in W} Q_{wt} - \sum_{w\in W} Q_{w,t-1} > C \text{ and } v_{it} = 1$$
$$\text{then} \quad OL_{it} + OU_{it} + OM_{it} = 1 \tag{19}$$
$$\text{for } all\ t = 1, \ldots, 24, \text{ for } all\ i \in A(p), \text{ for } all\ p \in P$$

여기서 v_{it}는 0 이나 1 중의 하나의 값을 갖는 이진 결정변수로 발전기가 현재시간 t에 공회전중이면 1, 그렇지 않으면 0의 값을 갖는다. 동일한 방법을 사용하여 식 (19)를 혼합정수계획법을 사용하여 처리할 수 있는 식 (20)-(22)로 전환할 수 있다.

$$\sum_{w\in W} Q_{wt} - \sum_{w\in W} Q_{w,t-1} \le C + B \cdot (1 - z4_t)$$
$$y3_t \le z4_t \tag{20}$$
$$\text{for } t = 1, \cdots, 24$$

$$v_{it} \le z5_{it}$$
$$y4_{it} \le 1 - z5_{it} \tag{21}$$
$$\text{for } all\ i \in A(p), \text{ for } all\ p \in P, \text{ for } t = 1, \cdots, 24$$

$$y3_t + y4_{it} \ge z6_{it}$$
$$OL_{it} + OU_{it} + OM_{it} \ge 1 - z6_{it} \tag{22}$$
$$\text{for } t = 1, \cdots, 24, \text{ for } all\ i \in A(p), \text{ for } all\ p \in P$$

여기서 $y3_{it}$, $y4_{it}$, $z4_{it}$, $z5_{it}$, $z6_{it}$은 이진변수들이다.

용수공급용 댐으로부터의 시간당 방류량이 전시간에 비하여 정해진 값 이상으로 감소되면 발전기의 운영상태는 다음 조건들을 만족시켜야 한다. 첫째, 발전중이던 발전기는 계속 발전하거나, 중지하거나, 공회전할 수 있다. 둘째, 중지상태이던 발전기는 계속 중지상태로 있어야 한다. 셋째, 공회전중이던 발전기는 계속 공회전하거나 중지되야 한다. 첫 번째 조건은 항상 만족되므로 고려할 필요가 없고, 둘째 조건과 셋째 조건을 각각 식으로 나타내면 식 (23), (24)와 같다.

$$\text{if} \quad \sum_{w\in W} Q_{wt} - \sum_{w\in W} Q_{w,t-1} \le -C \text{ and } s_{it} = 1$$
$$\text{then} \quad OL_{it} + OU_{it} + OM_{it} = 1 \tag{23}$$
$$\text{for } all\ t = 1, \ldots, 24, \text{ for } all\ i \in A(p), \text{ for } all\ p \in P$$

$$\text{if} \quad \sum_{w\in W} Q_{wt} - \sum_{w\in W} Q_{w,t-1} \le -C \text{ and } v_{it} = 1$$
$$\text{then} \quad OL_{it} + OU_{it} = 0 \tag{24}$$
$$\text{for } all\ t = 1, \ldots, 24, \text{ for } all\ i \in A(p), \text{ for } all\ p \in P$$

동일한 기법을 사용해서 식 (23), (24)를 혼합정수계획법을 사용하여 처리할 수 있는 식 (25)-(30)으로 전환할 수 있다.

$$\sum_{w\in W} Q_{w,t-1} - \sum_{w\in W} Q_{wt} \le C + B \cdot (1 - z7_t)$$
$$y5_t \le y7_t \tag{25}$$

$$s_{it} \le z8_{it}$$
$$y6_{it} \le 1 - z8_{it} \tag{26}$$

$$y5_t + y6_{it} \ge z9_{it}$$
$$OL_{it} + OU_{it} + OM_{it} \le z9_{it} \tag{27}$$
$$\text{for } t = 1, \cdots, 24, \text{ for } all\ i \in A(p), \text{ for } all\ p \in P$$

$$\sum_{w \in W} Q_{w,t-1} - \sum_{w \in W} Q_{wt} \le C + B \cdot (1 - z10_t)$$
$$y7_t \le z10_t \tag{28}$$

$$v_{it} \le z11_{it}$$
$$y8_{it} \le 1 - z11_{it} \tag{29}$$

$$y7_t + y8_{it} \ge z12_{it}$$
$$OL_{it} + OU_{it} \le z12_{it} \tag{30}$$
$$\text{for } t = 1, \cdots, 24, \text{ for } all\ i \in A(p), \text{ for } all\ p \in P$$

여기서 s_{it}, $z7_t$, $z8_{it}$, $z9_{it}$, $y5_t$, $y6_{it}$는 이진변수들이다. 이외에도 총 용량에 관련된 제약조건, 용수공급용 댐과 발전용 댐에서 총 전력수요에 관련된 제약조건, 전력수요의 형태에 관련된 제약조건 등에 대해서는 Yi(1998)에 상세히 설명되었다.

3. 적용결과

혼합정수계획법을 적용하였던 미국 콜로라도강 유역에 통합혼합정수계획법을 다시 적용하였다. 이 모형을 풀기 위하여 GAMS(General Algebraic Modeling System) XA Linear and Generalized Integer Solver를 사용하였다. 모형은 12,366개의 제약조건, 10,045의 변수를 갖고 있으며, 이중 8,274개는 정수변수이다. 통합혼합정수계획법 모형을 사용하였을 때, Sun SPARCstation에서 약 3시간 49분의 시간이 소요되었으며, 유역내 전력생산량과 용수공급량에 의하여 결정되는 유역효율은 83.88%로 혼합정수계획모형의 85.41%보다 감소하였다. 혼합정수계획법 모형이 통합혼합정수계획법 모형보다 향상된 유역효율을 보이나 가능해(feasible solution)를 얻기 위하여 허용오차를 크게 선정하여야 하는 단점을 가지고 있고, 혼합정수계획법 모형은 실행시간이 비교적 긴 관계로 실시간 운영에는 사용되기 힘들다는 단점을 가지고 있다.

4. 참고문헌

Jaeeung Yi (1998). "Mixed Integer Programming Approach to Optimal Short-term Unit Commitment for Hydropower Systems", KSCE Journal of Civil Engineering, Vol.2, No.3, pp. 335-346