

선형 및 비선형 3차원 유한요소모형의 황해 적용

○ 서 승 원¹⁾

1. 서론

평균수심 44m의 황해는 그 조석수동역학이 천해특성에 기인되어 우리 나라 서해안과 중국 동안의 얕은 해역에서 특이한 천해의 비선형 현상을 나타낸다. 특히 불규칙한 우리 나라 서해안은 조석 운동을 복잡하게 유발시키고 있다. 본 연구에서는 기존에 많은 연구들이 정규격자체계를 가진 유한차분방법으로 황해의 조석과 순환에 대해 연구(이등, 1996; 이와 정, 1996; Choi, 1980)한 성과에서 이처럼 불규칙한 해안을 효율적이고 현실적으로 표현하지 못한 제한 사항을 극복하기 위하여 복잡한 해안을 매우 상세하게 표현할 수 있는 비정규격자체계를 가진 유한요소방법을 적용하여 해석한다. 또한 해저면의 마찰로 인한 에너지 소산을 수심적분의 2차원 모형에 비하여 효과적으로 표현할 수 있도록 3차원의 모형을 적용하여 해석하는데, 순압의 조석운동을 모의하기 위하여 시간적분 방법으로는 조화방법을 적용함으로써 조석의 각 분조별로 경제적으로 모의할 수 있는 모형을 황해에 적용한다.

본 논문에서는 비선형의 천해조가 뚜렷한 서남해 연안을 포함한 인근역의 순환과 황해와 동중국해 전체에 대한 조석 순환특성을 살펴보는데 비선형의 3차원 수치모형을 수립하는 전 단계로서 선형의 3차원 수동역학모형을 다루고 있다. 특히, 수심 20m 이내의 연안에서 격자크기가 수치 해에 미치는 영향을 평가하기 위하여 세 가지의 다른 격자시스템을 운용한다. 큰 격자와 중간격자 그리고 상세격자로 구분하였으며, 상세격자는 대체로 연안을 수평방향으로 500m 이내로 표현한 매우 정밀한 체계를 갖는다. 연직방향으로도 11개 혹은 21개의 sigma층을 설정하여 수평방향이나 연직방향으로의 에너지 소산을 매우 정밀하게 표현하도록 하였다. 대상해역이 광범위하여 사용하는 좌표계의 의존성을 파악하고자 직교좌표계와 구면좌표계를 동시에 적용하여 비교하였다. 직교좌표계는 UTM투영 방법에 따른 것이다.

선형모형에서는 4대 천문조인 M_2 , S_2 , K_1 및 O_1 에 대해 적용하여 관측된 기왕의 조석자료와 정성적으로 비교 평가되었고, 황해의 심부에 해당되는 특정정점에 대해 층별로 관측된 조류속도와 정량적으로 비교되었다. 비선형 모형도 선형모형과 마찬가지로 비교 작업이 수행되었으며, 여기서는 천해조석인 M_4 , MS_4 와 조석잔차류도 모의되었다.

모형실험 결과는 그림과 표를 이용하여 정성적 및 정량적으로 비교 평가되었고, 분석결과는 기존의 2차원 혹은 3차원의 정규격자체계를 갖는 유한차분모형에 비하여 우수한 결과를 제공하는 것으로 판단되었다. 특히 수심 20m 내외의 얕은 수심 해역을 상세한 격자로 표현하는 것이 천문조석의 정확한 모의와 천해조석의 발생에 매우 중요하게 작용함을 알 수 있고, 이러한 황해 천해

1) 군산대학교 해양시스템공학과 교수

역의 국부적인 영향은 모델의 대상영역의 끝단인 발해만의 조석수동역학에도 영향을 끼치는 것으로 분석되었다. 따라서 향후의 연구는 전체해역을 보다 실제적으로 모의하기 위해서 불규칙한 천해역을 상세하게 이산화 하는 작업과 함께 국지적인 정확한 수심의 자료가 황해의 조석수동역학을 이해하는데 필수적임을 알 수 있었다.

2. 모형의 수립

선형모형은 비선형모형에서 수립된 기본식에서 비선형 항을 제외하면 되므로, 본 고에서는 비선형모형의 지배방정식을 기본으로 기술한다. 식에 표현된 기호는 서(1999,b)에 상세히 기술되어 있다.

3차원 연속식은 아래와 같이 기술된다.

$$\nabla_{xy} \cdot \mathbf{v} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

이를 수심에 대하여 적분한 2차원 연속식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla_{xy} \cdot (h + \eta) \overline{\mathbf{v}} = 0 \quad (2)$$

운동식의 수평방향 성분은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla_{xy} \cdot (\mathbf{v} \mathbf{v}) + \mathbf{f} \times \mathbf{v} + g \nabla_{xy} \eta - \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}) = \mathbf{F} \quad (3)$$

위의 기본식 (2),(3)에서의 종속변수는 앞서 선형모형에서 적용한 바와 같이 항류성분(다음 식의 아래첨자 o)과 해석에서 고려하는 분조의 수(N)를 고려하면, 조화함수형태로 표현할 수 있다.

$$\eta(x, y, t) = \eta_o(x, y) + \frac{1}{2} \sum_{-N}^N \eta_n(x, y) e^{-i\omega_n t} \quad (4)$$

$$\mathbf{v}(x, y, z, t) = \mathbf{v}_o(x, y, z) + \frac{1}{2} \sum_{-N}^N \mathbf{v}_n(x, y, z) e^{-i\omega_n t} \quad (5)$$

여기서 ω 는 조석분조의 각주파수로, $\omega_{-n} = -\omega_n$ 의 관계에 있고, 조화진폭은 $\eta_{-n} = \eta_n^*$,

$\mathbf{v}_{-n} = \mathbf{v}_n^*$ 으로 복소함수의 공액 관계를 가진다(Naimie, 1995; Walters, 1987).

식(4),(5)를 기본식에 대입하고, $\exp(i\omega t)$ 를 곱한 후 시간항을 $-T$ 에서 T 까지 적분한 후 $2T$ 로 나눈 다음 $T \rightarrow \infty$ 의 극한을 취하면, 연속식과 운동식은 아래와 같이 단순화된다.(Walters, 1987; Walters and Werner, 1991)

$$-i\omega_n \eta_n + \nabla_{xy} \cdot (h \overline{\mathbf{v}}_n) = \nabla_{xy} \cdot \mathbf{W}_n \quad (6)$$

$$(-i\omega_n + \tau_n) \mathbf{v}_n + \mathbf{f} \times \mathbf{v}_n + g \nabla_{xy} \eta_n = \mathbf{T}_n \quad (7)$$

여기서, 비선형 항은 τ_n 을 비롯하여 연속방정식의 비선형 파동이동성분인 \mathbf{W}_n 과 운동방정식의 비선형 이류항인 \mathbf{T}_n 이며, 선형모형에서는 이 항들의 영향이 고려되지 않는다.(서, 1999a)

식을 정리하면 연속방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} -i\omega_n \eta_n - \nabla \cdot \left\{ \left(\frac{gH}{q_n^2 + f^2} \right) (q_n (\nabla \eta_n - \overline{\mathbf{T}}_n) - \mathbf{f} \times (\nabla \eta_n - \overline{\mathbf{T}}_n)) \right\} \\ = \nabla \cdot \mathbf{W}_n \end{aligned} \quad (8)$$

유한요소모형화는 Galerkin의 가중잔차 방법을 적용하며, 이는 위에 전개된 식(7),(8)에 가중함수 $\hat{\eta}$, $\hat{\mathbf{v}}$ 를 곱하여 전영역에 대해 적분을 취하게 된다. 이때 기본식에 표현된 미지치는 다음과 같이 임의의 유한요소(e)내에서 가중함수를 보간함수(ϕ_i)로 취하여 근사치로 나타낸다. 본 연구에서는 선형의 연속성을 만족하는 즉, C^0 연속성을 만족하는 3점 3각형 요소를 이용한다.

$$\eta(x, y, t) = \sum_e \phi_i(x, y) \eta_i(t) \quad (9)$$

$$\mathbf{v}(x, y, z, t) = \sum_e \phi_i(x, y, z) \mathbf{v}_i(t) \quad (10)$$

이들 근사해를 식(7),(8)에 대입하면 원래의 강한 형태의 연속방정식과 운동방정식은 약한 형태(weak form)의 유한요소 방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} -i\omega_n \int_{\Omega} \hat{\eta} \eta_n d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \hat{\eta} \cdot \{ \alpha(q_n(\nabla \eta_n - \overline{\mathbf{T}}_n) - \mathbf{f} \times (\nabla \eta_n - \overline{\mathbf{T}}_n)) - \mathbf{W}_n \} d\Omega \\ = - \oint \mathbf{Q}_n \cdot \mathbf{n} d\Gamma \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} -i\omega_n \int_{\Omega} \hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{v}_n d\Omega + \int_{\Omega} \left(\hat{\mathbf{v}} (\mathbf{f} \times \mathbf{v}_n) - \frac{\partial \hat{\mathbf{v}}}{\partial z} \cdot A_v \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial z} \right) d\Omega \\ = -g \int_{\Omega} \hat{\mathbf{v}} (\nabla \eta_n - \mathbf{T}_n) d\Omega \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $\alpha = \left(\frac{gH}{q_n^2 + f^2} \right)$ 이고, $\mathbf{Q}_n = H \cdot \mathbf{u}_n$ 이다. 식에서 사용된 Ω 는 적분될 모형영역이고, Γ 는 이 영역의 경계를 의미한다.

3. 수치실험

수치실험에서는 모델의 대상영역으로 황해와 동중국해(East China Sea)를 포함하며 류큐열도(Ryuku Islands)가 이어지는 선과 나란히 있는 대체적으로 수심 200m의 육봉을 경계로 취하였다.

연구대상해역을 적절한 크기의 요소로 구분하는 작업에 앞서, 지구 곡면의 효과를 충분히 반영할 수 있는 좌표계가 선정되어야 한다. 본 연구에서 대상으로 하는 영역은 동경 $117^{\circ} \sim 129^{\circ}$, 북위 $25^{\circ} \sim 42^{\circ}$ 에 이르는 영역으로서 지구곡면의 효과가 반영되어야하므로 경위도를 직교좌표계로 나타내기 위해서는 해석대상영역을 왜곡율이 최소화되도록 투영해야 한다. 격자구성에서는 군사적 및 이외의 다양한 목적으로 전지구 경도를 6° 간격으로 투영하는 UTM기법을 적용한다. 본 연구대상해역이 표준 UTM영역인 동경 $120^{\circ} \sim 126^{\circ}$ (UTM zone 51)를 벗어나지만 중앙자오선으로 동경 123° 를 취함으로써 실제의 값에 거의 근접하는 것으로 판단되고, 직교좌표계를 적용하여도 황해의 수동역학해석에서는 커다란 문제가 되지 않는다.

본 연구에서는 상대적으로 큰 격자와 중간격자 및 상세 격자의 세 가지를 동시에 구축하여 실험함으로써 공간적인 격자간격의 해상도가 모형의 결과에 미치는 영향을 평가하도록 하였다. 그림 1 상세격자로 이산화한 황해의 격자망이 도시된다. 그림에서 보듯이 큰 격자는 복잡한 지형을 다소 단순화시켜서 이산화를 실시한 반면에 상세 격자는 실제의 지형에 가깝게 이산화를 하였고, 대체로 수심 20m 이내의 천해역에서 보다 상세화 시킨 것이다. 중간격자체계는 대체로 상세 격자체계와 유사하나 연안해역이 상세하게 표현되지 않은 것이다. 큰 격자는 수평방향으로 8,640절점과 15,846요소가 이용되었고, 중간격자는 12208절점과 22348요소가 그리고 상세 격자는 수평방향으로

13,888절점과 25,402요소가 이용되었다. 연직방향으로는 총 11개의 균등한 sigma층(σ -layer)이 이용되어져, 실제로 황해의 조석수동역학에 이용된 격자체계는 큰 격자에서 총 95,040절점과 158,460요소, 상세 격자에서 총 152,768절점과 254,020요소가 이용되었다. 따라서 상세 격자에서는 해안에서 수평방향으로 최소 470m로 대체로 500m 정도로 해상 되었으며, 최대격자는 개방경계근처에서 수평방향으로 48km로 해상 되었다.

실험에서 결과에 가장 크게 영향을 미치는 인자는 해저마찰계수로서 이 값의 선정에 따른 에너지의 소산과 전과가 황해내부의 조석수동역학에 영향을 미친다. 수치실험에서는 다양한 조합의 변수를 취하여 실험하였으며, 적정 값으로써 주요 분조의 실험에서는 해저 마찰계수로서 0.0023의 값을 적용하였는데, 이 값은 비선형 모형 실험과 동일한 값이며, 두 모형의 비교평가를 위해 동일한 값을 적용하였다. 선형모형에서는 연직점성계수로 결과에 크게 민감하지는 않으나 0.028 ~ 0.05의 값을 적용하였다. 비선형모형에서는 연직와동점성계수로 0.5를 사용하였다.

4. 결과분석

선형모형을 적용하여 수치 실험된 결과를 관측된 조석자료와 정성적으로 비교하면 M_2 분조는 4개의 무조점 중에서 황해에서는 무조점의 위치, 진폭 그리고 위상각등이 매우 잘 일치하며, 동중국해에서도 잘 일치한다. 특히 경기만에서의 조석확폭 현상이 잘 재현되는 것으로 판단된다. 그러나 발해해협 이북의 발해만과 요동만에서는 진폭이 비교적 낮게 나타나며 무조점도 확연하게 나타나지 않고, 육지 쪽으로 이동된 가상의 무조점이 있는 것으로 모의되는 등 모델의 영역 끝단에서 다소 좋지 않은 결과가 나타났다.

그러나 비선형모형의 결과는 경기만을 포함한 천해역에서의 확폭이 뚜렷하여 기존의 조석자료(China Ocean Press, 1992)나 Choi(1980)의 자료에서 제시된 조석도와 같이 4개의 무조점의 위치가 뚜렷이 재현되었고, 동중국해는 물론 황해의 심부와 특히 우리 나라 서해안에서 조석확폭과 위상각이 아주 잘 재현되었다. 또한 발해만에서도 2개의 무조점의 위치를 비롯하여 조석확폭과 위상각이 만족스럽게 표현됨으로써 앞서 선형모형의 결과에서 언지 못하였던 만족스러운 결과도 출되었다. 이는 비선형모형의 특성이 제대로 재현되었기 때문으로 사료된다. 따라서 천해역의 조석을 효과적으로 모의하기 위해서는 천해의 특성이 모형에 반영될 수 있도록 비선형항의 도입과 함께 모형적용에서 이용한 조석에너지 감쇠 변수의 선정이 중요함을 알 수 있다.

선형모형을 적용하여 상세 격자체계에 대하여 관측된 조류의 조화상수와 계산된 값을 정량적으로 비교한 결과를 평방평균근(rms)오차 분석으로 살펴보면, 반일주조인 M_2 분조의 유속진폭은 각 방향별로 4 cm/sec, S_2 분조는 2 cm/sec 내외의 차이를 갖고 관측치와 일치하며, 위상은 약 20° 차이를 보인다. 일주조 성분의 K_1, O_1 은 대체 1 cm/sec 오차로 관측치와 부합되는 결과를 제공하지만 위상은 30°~40° 정도의 차이를 갖는다. 비선형모형에서는 M_2 는 주방향에서 7.8 cm/sec, 부방향에서 4.4 cm/sec의 진폭오차를 보이며, 위상은 21°의 편차를 보인다. S_2 는 3.7 cm/sec 및 2.0 cm/sec의 진폭오차를 보이며 위상은 M_2 와 유사한 편차를 갖는다. 일주조 성분의 조류진폭 오차는 주방향에서 1~2 cm/sec 이고, 위상각은 30°~40°의 편차를 보인다. 이 결과는 앞서 선형모형결과와 비교하면, 대체로 유사한 오차의 범위에서 비선형모형이 관측치와 부합하는 것으로 판단되나, 반일주조의 진폭오차는 오히려 선형모형에 비하여 약간 크게 나타났다.

천해특성에 기인된 해저마찰응력이 조석의 비선형성을 유발하고 있기 때문에 이들의 상호작용에 의해 생성되는 1/4일주조인 배조와 복합조도 역시 이러한 천해역에서 뚜렷하게 생성될 수 있음을 쉽게 유추할 수 있다. 즉, M_4 , MS_4 는 우리 나라 서해안중 경기만과 서한만에서 이들 비선형 조석의 진폭이 15cm 이상 되는 것으로 모의되었으며, 중국 연안에서도 반일주조의 배조와 복합조의 크기가 10cm에 다다른 등 매우 강한 비선형 조석이 유발되고 있음을 시사한다. 또한 비선형모형의 수치실험에서는 4대 주요 천문조의 상호작용이 고려된 조석잔차류를 구하였다. 수치 모의된 결과는 대부분의 해역에서 5 cm/sec 이내의 조석잔차류를 보이지만, 지형적인 영향으로 경기만 일대에서 10 cm/sec 이상의 매우 강한 조석잔차류가 생성되며, 태안반도 전면과 제주해협 서측에서 매우 뚜렷한 와류가 형성되고 있음을 보여준다. 발해만 에서는 거의 정체되다시피 잔차류가 나타나지 않는다. 중국의 양자강 입구에서는 복잡한 잔차류가 형성되고 있고, 동중국 해안을 따라 남진하는 조석잔차류가 확연히 나타난다.

5. 결론

초기 적용한 3차원 선형 유한요소모형의 계산결과는 정성적으로 기존의 등조위도와 잘 일치한다. 조류의 정량적인 비교는 평방제곱근오차가 반일주조는 2 cm/sec ~ 4 cm/sec 내외에서 관측치와 일치하며, 일주조 성분은 1 cm/sec 오차로 관측치와 부합되는 결과를 제공한다. 실제의 황해 조석수동역학에 근접한 결과를 얻기 위해서는 선형모형의 적용보다는 비선형모형의 적용이 필수적이며, 특히 천문조의 재현에서 무조점의 명확한 위치와 조석 진폭과 위상각을 현실적으로 재현하기 위해서는 수심 20m 내외의 천해역을 수백m 정도로 상세히 해상하는 상세 격자체계의 선정이 중요하다.

비선형 모형결과에서 황해와 발해만에서 4개의 무조점의 위치가 뚜렷이 해상 되었고, 동중국해는 물론 우리 나라 서해안에서 조석진폭과 등조시 분포가 아주 잘 재현되었다. 조류의 RMS오차 분석결과 M_2 는 7.8~4.4 cm/sec 위상은 21°의 편차를 보이는 등 선형모형의 결과와 유사하게 만족스러운 결과를 제공하여 결론적으로 상세격자를 갖는 비선형의 모형이 황해의 조석수동역학 해석에 적합한 것으로 판단된다.

참고문헌

1. 서승원 (1999 a). "3차원 유한요소모형을 이용한 황해 및 동중국해의 조석수동역학 해석." 대한토목학회논문집, 인쇄예정.
2. 서승원 (1999 b). "비선형 3차원 유한요소모형을 이용한 황해의 천해조석 발생." 대한토목학회 논문집, 인쇄예정.
3. 이종찬, 정경태 (1996). "자료합성법을 이용한 황해 및 동중국해의 M_2 조석산정." 해양연구, 18 No. 1, pp. 13-24.
4. 이종찬, 정경태, 최병호 (1996). "황해 동중국해의 M_2 조석잔차위 및 M_4 조석생성에 대한 비선형항의 영향." 한국해양·해양공학회지, 8 No. 2, pp. 137-145.
5. China Ocean Press (1992). *Marine atlas of Bohai Sea, Yellow sea, East China Sea hydrology*, Beijing.

6. Choi, B.H. (1980), "A tidal model of the Yellow Sea and the Eastern China Sea, KORDI report, 72 pp.
7. Naimie, C.E. (1995). "On the modeling of the seasonal variation in the three-dimensional circulation near Georges Bank." Ph.D. thesis, Dartmouth Coll., Hanover, N.H.
8. Walters, R.A. (1987). "A model for tides and currents in the English Channel and southern North Sea," *Advances in Water Resources*, **10**, pp. 138-148.
9. Walters, R.A. and Werner, F.E. (1991). "Nonlinear generation of overtides, compound tides and residuals." in *Tidal hydrodynamics*, Ed. B.B. Parker, John Wiley and Sons Inc.

Finite Element Mesh System

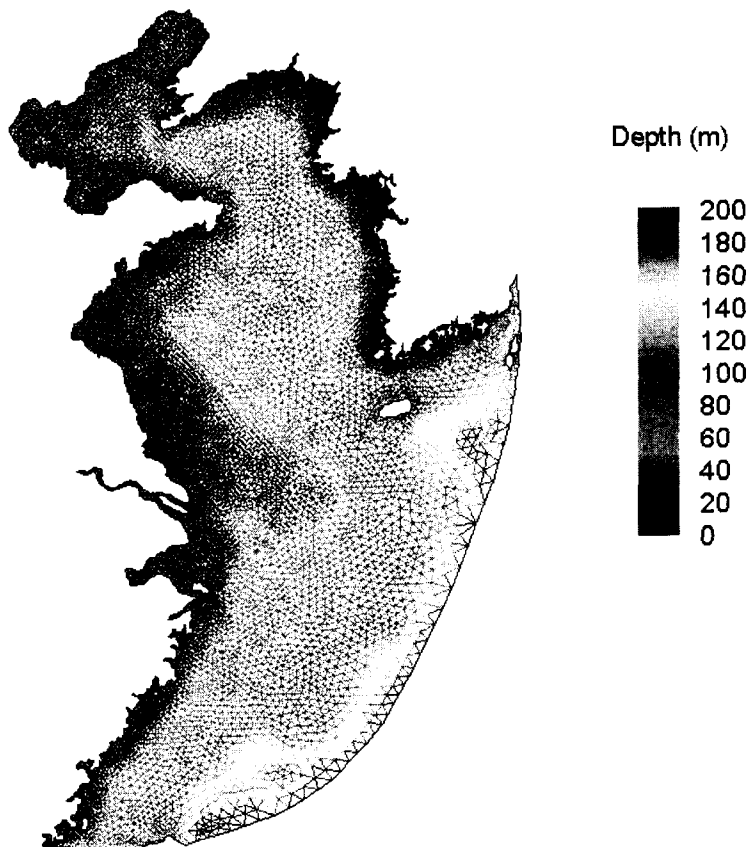


Figure 1. Unstructured fine grid system for the Yellow Sea