

식생된 개수로 흐름에 대한 $k-\epsilon$ 난류모형

$k-\epsilon$ Turbulence Model for Vegetated Open-Channel Flows

○권기원* · 최성욱**

1. 서론

과거에는 치수적 측면에서 식생이 하천의 통수능을 감소시킨다는 이유로 기피의 대상이 되었다. 근래들어 생활 수준의 향상으로 하천의 환경적인 기능이 요구됨에 따라, 하천정비에 식생을 이용한 친자연공법이 도입되고 있는 실정이다. 하천에서의 식생은 하천과 관련된 자연 생태계의 보전, 경관조성 그리고 도시인에게 휴식처를 제공하고 있으며 수리학적 측면에서는 토사의 침식을 억제하여 탁도를 줄이며, 흐름의 유속을 감소시키는 등의 기능을 하고 있다. 그러나 식생의 이러한 여러 가지 이점에도 불구하고 여전히 통수능의 감소, 식생의 잘못된 위치로 인한 제방 침식의 가속화 등의 문제점은 남아있다. 따라서 하천에 식생을 계획하거나 자생하는 식생을 보호하려면 식생된 개수로의 수리학적 특성을 명확히 파악할 필요가 있다.

과거 하천구역의 식생에 대한 대표적인 접근 방법은 Manning 공식의 적용에 있어서 단지 조도계수를 늘려줌으로써 하상 및 측벽에서의 저항력을 증가시키는 방법이 사용되었다 (Chow, 1959). 비교적 최근에는 난류모형을 사용하여 식생된 개수로의 흐름 구조를 해석하기 시작하였는데 Tsujimoto 등 (1991)은 $k-\epsilon$ 난류모형을 사용하여 식생된 개수로 흐름의 난류특성과 부유사 농도분포를 수치모의하였다. Naot 등 (1996)은 3차원의 식생된 흐름을 해석하기 위하여 용력대수식 모형을 사용하여 난류해석을 하였다. Lopez와 Garcia (1998)는 $k-\epsilon$ 난류모형을 사용하여 식생이 유사이동에 미치는 역할에 대하여 검토하였다. 국내에서는 윤세의 (1996)가 적분모형을 사용하였으며 최성욱 (1997)이 식생의 영향을 고려한 배수곡선식을 제시하였다.

본 연구에서는 식생의 영향을 항력항이 추가된 운동량 방정식과 $k-\epsilon$ 난류모형을 적용한 비정상 일차원 포물선형 모형을 구성하고 정상상태의 평균유속과 난류량의 수직분포를 해석하였다. 또한 식생에 의한 통수능, 조도계수, 마찰속도의 변화를 해석하여 유사문제, 환경수리문제 등에 대한 적용성을 검토하였다.

2. 지배방정식

본 연구에서는 개수로에서 식생에 의한 수직방향의 난류구조를 살펴보기 위하여 수직구조모형을 사용하였다. 그림 1에서와 같이 하천의 바닥에 지름 D 의 원주형 식생이 x -방향과 y -방향에 각각 l_x 와 l_y 의 간격으로 배열되어 있을 때, 주 흐름방향인 x -방향의 유수에 의해 작용하는 단위체적당 항력은 다음과 같다.

$$f_x = \frac{1}{2} C_D \rho a u \sqrt{u^2} \quad (1)$$

여기서 C_D 는 항력계수, ρ 는 물의 밀도, u 는 x -방향의 유속이며 a 는 식생의 밀도로 다음 식 (2)와 같다.

$$a = \frac{D}{A_h} = \frac{D}{l_x l_y} \quad (2)$$

위의 식 (1)을 이용하여 Navier-Stokes 방정식으로부터 다음의 연속방정식과 운동량방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_{eff} \frac{\partial u}{\partial z} \right) - f_x + gS_0 \quad (4)$$

* 신우엔지니어링 (연세대학교 대학원 토목공학과 석사졸업)

** 연세대학교 공과대학 사회환경·건축공학부 조교수

여기서 p 는 시간평균된 압력이며, ν_{eff} 는 유효동점성계수이다. 식(4)의 유효동점성계수는 동점성계수와 난류동점성계수 ν_t 의 합으로 난류동점성계수는 다음의 Prandtl-Kolmogorov 식으로 구한다.

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

여기서 C_μ 는 경험상수이다. 위의 지배방정식을 달기 위하여 여러 가지 난류모형을 사용할 수 있으나 본 연구에서는 2방정식 모형인 $k-\epsilon$ 난류모형을 사용하였다. 즉, 폐합식(closure relationship)으로 사용되는 난류에너지와 난류에너지 소산률의 수송방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + C_{\mu k} f_s u - \epsilon \quad (6)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_{eff}}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{\epsilon}{k} C_{f\epsilon} f_s u - C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (7)$$

여기서 k 와 ϵ 는 각각 시간평균된 난류에너지와 이의 소산률이며, σ_k , σ_ϵ , $C_{1\epsilon}$, $C_{2\epsilon}$ 은 난류상수, 그리고 $C_{\mu k}$ 와 $C_{f\epsilon}$ 은 항력항을 조정하는 계수이다. 본 연구에서는 PROBE (Svensson, 1998)를 사용하여 지배방정식을 해석하였다.

3. 경계조건

본 연구에서는 개수로 바닥에 대한 경계조건으로 바닥으로부터 무차원 거리 $z^+ (= u_* z / \nu) = 11.5$ 를 기준으로 점성저층(viscous sublayer)과 대수영역(logarithmic zone)으로 나눈 2층 벽 법칙 (law of wall)을 사용하였다. 자유수면에 대한 경계조건으로는 자유수면 부근의 전단층을 고려하기 위하여 난류의 특성길이를 감소시키는 자유수면조건을 사용하였다. 이 경우 유속과 난류에너지는 대칭평면조건과 동일하며 난류에너지 소산률은 대칭평면조건보다 크게 되어 자유수면 부근의 특성길이 L 은 $L \propto k^{3/2} / \epsilon$ 의 비율로 제한 받는다. 이상의 경계조건은 표 1과 같다.

4. 수치모형

식 (4)-(7)을 하나의 식으로 나타내면 다음 식 (8)과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S_\phi \quad (8)$$

여기서 ϕ 는 x -방향 운동량을 고려할 때에는 ρu , 난류에너지일 때는 k , 그리고 난류에너지 소산률일 때는 ϵ 이다. S_ϕ 는 생성항으로 비정상항과 확산항 이외의 항이 포함된다. Γ_ϕ 는 확산계수이다. 수치해석을 위한 이산화방법으로는 유한체적법을 사용하였다. 각 변수에 대해 이산화된 방정식을 구한 다음 얻어지는 삼중대각행렬은 Thomas 알고리즘을 사용하여 해를 얻었다.

5. 수치모형의 검증

5.1 적용조건

구성한 수치모형이 식생이 있는 개수로 흐름을 적절하게 모의하는지 살펴보기 위해 López (1997)의 수리실험 결과와 비교하였다. López (1997)가 수행한 실험에서 사용한 조건은 수심 $H = 0.335$ m, 바닥경사 $S = 0.0036$, 식생 밀도 $a = 1.09$ m⁻¹, 식생높이 $h_p = 0.1175$ m 이다. 본 수치모의에서는 등간격의 격자를 사용하기 때문에 식생높이를 근사적으로 하여 $h_p = 0.118$ m를 사용하였으며 항력계수는 $C_D = 1.05$, 항력조정계수 C_R 는 0.0, 0.5, 1.0을 사용하고 $C_{\mu k}$ 는 $C_{\mu k}$ 와 연계하여 0.00, 0.67, 1.33을 사용하였다. 물성으로는 물의 밀도로 $\rho = 1000$ kg/m³, 층류 점성계수는 $\mu = 0.0013$ Ns/m²을 사용하였고 중력가속도는 $g = 9.81$ m/s²을 사용하였다. 모형에 사용된 난류상수는 다음

표 2에서처럼 Rodi (1993)가 제안한 일반적인 값을 사용하였다.

5.2 평균유속 분포

그림 2는 각각의 C_{fk} 값에 대하여 계산된 유속분포와 López (1997)의 실험결과를 보여준다. 일반적으로 계산결과가 실험자료와 유사한 경향을 보임을 확인할 수 있다. 또한 식생높이 부근에서 유속의 변화양상이 달라지며, 식생높이보다 높은 구간에서는 개수로의 유속분포와 비슷한 대수 분포를 보이고 있음을 알 수 있다. 식생높이보다 낮은 부분에서 수치모의결과가 실험자료보다 큰 값을 보이는 것은 3차원적인 효과가 더 심하기 때문으로 보인다.

5.3 레이놀즈 응력

그림 3은 단위 밀도당 레이놀즈 응력의 변화를 보여준다. 레이놀즈 응력은 식생 높이에서 최대값을 가지며 바닥과 수면 방향으로 감소하여 수면에서는 0이 됨을 알 수 있다. 식생높이보다 낮은 부분에서는 계산값과 실측값이 잘 일치함에 비하여, 식생 높이 보다 높은 부분에서는 수치모의에 의한 값이 다소 큰 값을 보이는데 이것은 $k-\epsilon$ 난류 모형의 기본 가정중의 하나인 등방성 난류라는 가정에 기인하기 때문으로 보인다 (Nezu와 Nakagawa, 1993).

6. 모형의 민감도 분석

6.1 식생밀도의 영향

식생밀도에 따른 난류흐름의 수직구조 변화를 알아보기 위하여 식생의 높이가 수심보다 큰 전구간식생과 수심보다 작은 부분구간식생으로 나누어 수치실험을 실시하였다.

(1) 전구간식생

수심보다 식생의 높이가 큰 경우 식생밀도의 영향을 살펴보기 위해 식생밀도를 변화시키며 수치실험을 실시하였다. 계산을 위하여 수심과 바닥 경사는 각각 $H = 0.2$ m와 $S = 0.001$ 을 사용하였다. 항력조정계수로 $C_{fk} = 1.0$, 그리고 C_{ke} 은 C_{fk} 와 연계하여 1.33을 사용하였으며 나머지 조건에 대해서는 5절과 동일하게 사용하였다. 그림 4(a)는 식생의 밀도가 증가할수록 전체적인 항력저항이 늘어나기 때문에 유속이 작아짐을 보여준다. 그림 4(b)는 식생밀도가 증가함에 따라 레이놀즈 응력의 값이 감소함을 보여준다. 이상의 검토로부터 식생밀도가 증가함에 따라 평균 유속 및 난류량의 분포가 전체적으로 감소함을 확인할 수 있었다.

(2) 부분구간식생

수심보다 식생의 높이가 작은 경우 식생밀도의 영향을 살펴보기 위해 식생의 높이를 $h_p/H \approx 0.5$ 인 $h_p = 0.097$ m로 하고 식생의 밀도를 변화시키며 수치실험을 실시하였다. 그림 5(a)는 식생밀도가 아주 큰 경우($a = 1$)를 제외하고는 부분구간 식생의 영향이 뚜렷하게 보이지 않음을 알 수 있다. 그림 5(b)는 식생높이를 기준으로 무차원 레이놀즈 응력의 값이 식생밀도가 증가함에 따라 식생구간에서는 감소하고 식생이 없는 구간에서는 일정한 값을 유지함을 보인다. 이상의 검토로부터 부분적으로 식생이 존재할 경우 전구간식생과는 다른 난류구조 양상을 나타내었다.

6.2 식생높이의 영향

식생높이에 따른 난류구조의 변화를 파악하기 위하여 $a = 1.00$ m^{-1} 로 고정하고 식생의 높이를 수심의 1/4만큼씩 증가시키면서 영향을 살펴보았다. 그림 6(a)-(d)는 각각 평균유속 u , 난류에너지 k , 난류동점성계수 $\nu_{t,}$, 레이놀즈 응력 $-\overline{u'w'}$ 의 분포를 나타낸다. 그림 6(a)에서와 같이 동일한 식생밀도에 대하여 식생높이가 증가할수록 평균유속이 줄어드는 것을 관찰할 수 있으며 식생높이에 대한 영향은 다른 난류량에 비하여 두드러지지 않음을 알 수 있다. 그림 6(b)과 그림 6(d)에 의하면 식생의 높이가 증가함에 따라 난류에너지와 레이놀즈 응력의 값이 감소하며 최대값이 발생하는 지점도 함께 변화됨을 알 수 있다. 또한 그림 6(c)에 의하면 식생의 높이가 증가함에 따라 난류 동점성계수의 값이 감소하여 전체 수심에 걸쳐 균일하게 변화함을 알 수 있다.

6.3 유량변화

식생에 의한 유속분포의 변화는 단면이 통수할 수 있는 유량의 변화를 초래한다. 그림 7은 수심이 $H = 0.2$ m 이고 하상경사가 $S = 0.0036$ 일 때 식생밀도와 식생높이에 따른 유량의 변화이다. 식생 밀도가 증가할수록 그리고 식생의 침수율(submergence ratio)이 증가할수록 유량이 감소하며, $hp/H=0.2296$ 이고 식생밀도 $a = 0.1$ m⁻¹ 일 때 식생된 수로는 식생이 없는 수로에 비하여 약 70 %의 유량을 통수할 수 있는 것으로 나타났다. 식생의 밀도가 10 m⁻¹일 경우에는 유량이 식생이 없는 경우의 18 %밖에 되지 않지만 실제 하천의 경우에 $a = 10$ m⁻¹은 매우 큰 값이며 실제 식생은 유연도 (flexibility) 등의 문제로 인하여 이 정도까지 작은 값을 보이지 않는다.

6.4 조도계수

식생에 의한 저항력과 Manning 혹은 Chézy 등의 평균유속 공식에서 사용되는 조도계수에 의한 마찰력은 역학적으로 다른 개념이다. 그러나 앞에서도 언급하였지만 이전에는 개수로에서 식생의 영향을 반영하기 위해 조도계수를 증가시키는 방법을 주로 사용하였으므로 여기서는 수심이 일정할 때 식생의 밀도와 침수율에 따른 유량 변화로부터 조도계수를 역산하였다. 그림 8은 수심 H 가 0.335 m 이고 경사 S 가 0.0036일 때, 각각의 식생밀도와 침수율에 대하여 역산된 조도계수이다. 식생밀도가 작을 때에는 침수율에 관계없이 조도계수의 값이 일정하지만 식생밀도가 증가함에 침수율 증가에 따른 조도계수 값도 크게 증가함을 알 수 있다. 참고로 표 3은 Chow (1959)가 제시한 식생 조건에 따른 조도계수의 값으로 역산된 조도계수의 값이 표가 제시하는 값의 범위 안에 있음을 알 수 있다.

6.5 마찰속도

바닥에서의 전단응력은 유사이동문제에서 매우 중요한 역할을 한다. 즉, 전단응력은 마찰속도와 관계가 있으며 바닥의 마찰속도는 유사입자의 유입과 직접 관련이 있다. 식생된 개수로에서 유사문제는 Lopez (1997)가 다룬바 있다. 그림 9는 식생밀도에 대한 바닥에서의 무차원 마찰속도의 변화를 도시한 것으로 식생의 부피 밀도가 증가할수록 마찰속도의 값은 작아지며 식생의 부피 밀도가 0일 때에는 \sqrt{gHS} 와 거의 같은 값을 가진다. 또한 부피 밀도를 사용한 결과 식생높이의 영향이 거의 없음을 확인할 수 있다.

7. 결론

본 연구에서는 식생된 개수로 흐름에서의 수직구조 특성을 파악하기 위해 $k-\epsilon$ 난류모형을 도입하였다. 이 모형을 이용하여 식생이 있는 개수로에서의 일차원 수치모형을 구성하고 적용하였다. 그 결과로 수직방향의 유속 분포, 난류에너지 분포, 난류에너지 소산률 분포, 난류동점성계수의 분포, 레이놀즈 응력의 분포를 계산하였다.

식생밀도가 증가함에 따라 유속 및 레이놀즈 응력이 감소하고 무차원 식생높이가 높아짐에 따라 유속 및 난류량의 변곡하는 위치가 이동함을 확인하였다. 식생의 영향으로 바닥의 마찰속도는 줄어들었으며 이는 식생이 있는 유사문제 등의 환경수리학적 문제에 적용될 수 있다. 식생의 영향으로 통수능은 감소하였고 조도계수는 커짐을 보였다. Manning 조도계수는 수치모의의 결과로부터 등가적으로 역산할 수 있었으며 이 값은 Chow (1959)의 값과도 비슷한 범위를 보였다.

8. 참고문헌

- 윤세의 (1996). "하천식수의 수리학.", 한국수자원학회지, 제29권, 제2호, pp.27-38.
- 최성욱 (1997). "식생을 고려한 개수로 흐름에서의 경계층이론.", 한국수자원학회지, 제30권, 제6호, pp.62-65.
- Chow, V.T. (1959). *Open-Channel Hydraulics*, Mc-Graw Hill Book Company, New York, NY.
- López, F. (1997). *Open-Channel Flow with Roughness Elements of Different Spanwise Aspect Ratios : Turbulence Structure and Numerical Modeling*, Ph.D. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, IL.
- López, F. and García, M. (1998). "Open-channel flow through simulated vegetation: Suspended sediment transport modeling." *Water Resource Research*, 34(9), 2341-2352.

Naot, D., Nezu, I., and Nakagawa, H. (1996). "Hydrodynamic behavior of partly vegetated open channels." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 122(11), 625-633.

Nezu, I. and Nakagawa, H. (1993). *Turbulence in Open-Channel Flows*, International Association for Hydraulic Research, Rotterdam, The Netherlands.

Rodi. W. (1993). *Turbulence Models and Their Application in Hydraulics : a State of the Art Review*, 3rd Edition, International Association for Hydraulic Research, Delft, The Netherlands.

Svensson, U. (1998). *PROBE*, Swedish Meteorological and Hydrological Institute, Norrköping, Sweden.

Tsujimoto, T., Shimizu, Y., and Nakagawa, H. (1991). "Concentration distribution of suspended sediment in vegetated sand bed channel." *International Symposium Transport of Suspended Sediment and its Mathematical Model*, Florence, Italy.

표 1. 경계조건

종속변수	바닥조건	자유수면조건
u	$u = \frac{u_*}{x} \ln(Ez^+)$	$\frac{\partial u}{\partial x} = 0$
k	$k = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}}$	$\frac{\partial k}{\partial x} = 0$
ϵ	$\epsilon = \frac{u_*^3}{xy}$	$\epsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{xaH}$

표 2. 모형에 적용된 난류상수

C_μ	$C_{1\epsilon}$	$C_{2\epsilon}$	σ_k	σ_ϵ	C_{fk}	$C_{f\epsilon}$
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3	0.00, 0.50, 1.00	0.00, 0.67, 1.33

표 3. 식생조건에 따른 조도계수 (Chow, 1959)

식생조건	Low	Medium	High	Very high
조도계수	0.005-0.010	0.010-0.025	0.025-0.050	0.050-0.100

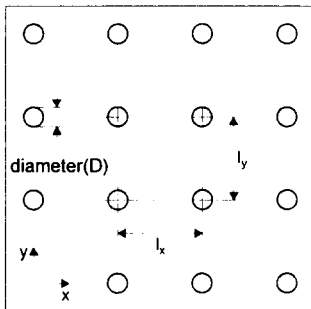


그림 1. 식생의 밀도 (평면도)

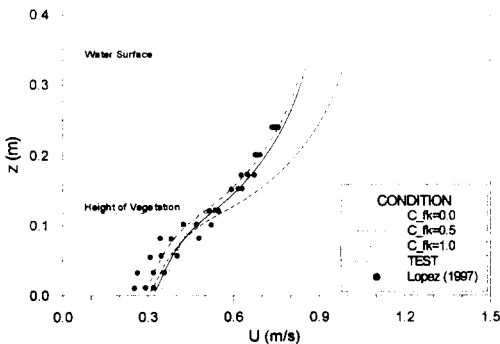


그림 2. 수치모의 및 수리실험에 의한 평균유속 분포

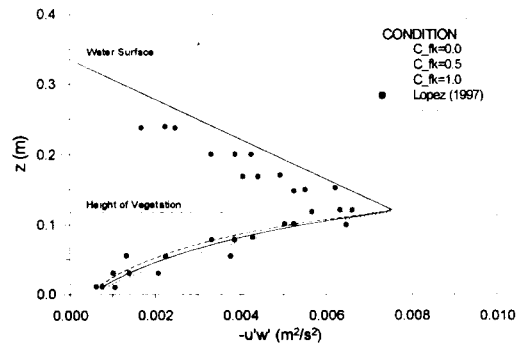
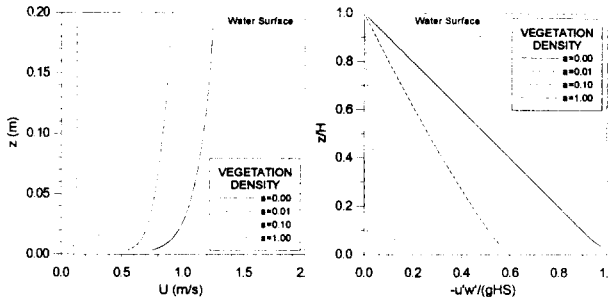


그림 3. 수치모의 및 수리실험에 의한 레이놀즈 응력 분포



(a) 유속분포 (b) 무차원 레이놀즈 응력분포
그림 4. 식생밀도의 영향 (전구간식생)

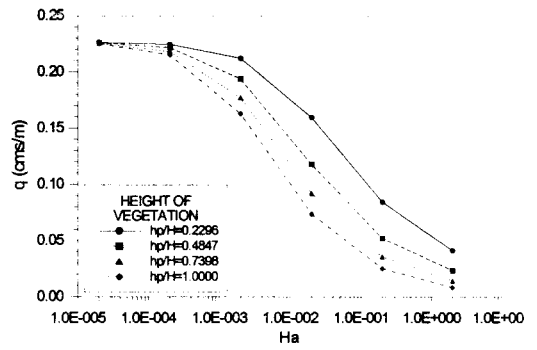
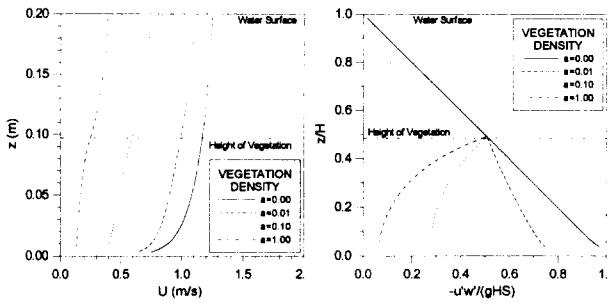


그림 7. 식생밀도 및 식생높이에 따른 단위폭당 유량



(a) 유속분포 (d) 무차원 레이놀즈 응력분포
그림 5. 식생밀도의 영향 (부분구간식생)

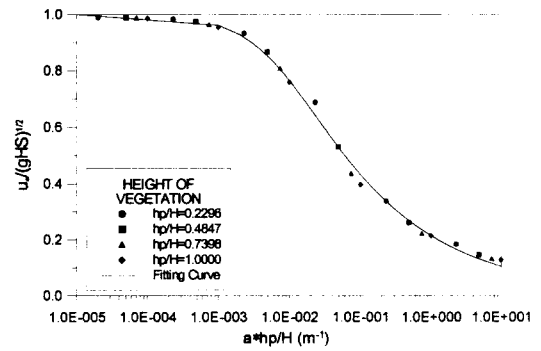
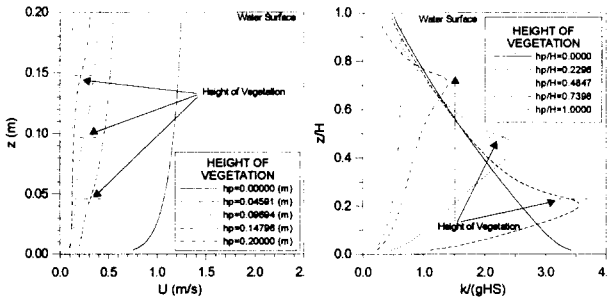


그림 8. 식생밀도 및 식생높이에 따른 마찰속도



(a) 유속분포 (b) 무차원 난류에너지 분포

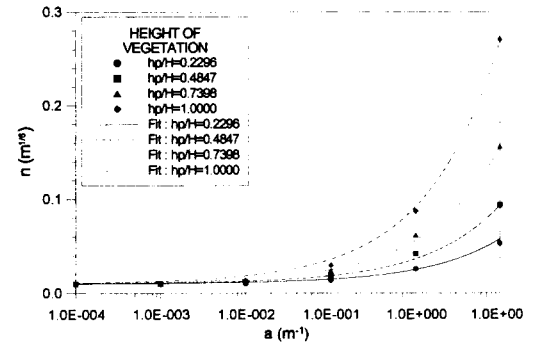
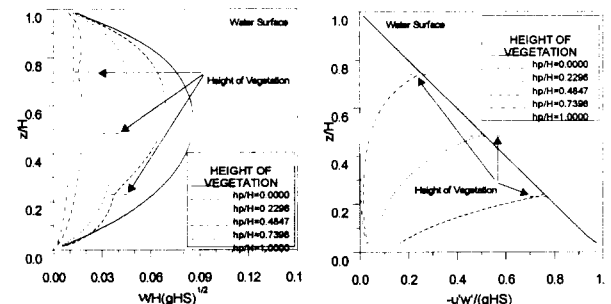


그림 9. 식생밀도 및 식생높이에 따른 조도계수



(c) 무차원 난류동점성계수분포 (d) 무차원 레이놀즈 응력분포
그림 6. 식생높이의 영향