

원형개수로의 등류수심

유 동 훈*, 오 윤 창**

1. 서 론

등류수심의 산정은 수로 설계에 있어 주요 관건이 된다. 관로라 할지라도 수위가 관의 직경에 이르지 않으면 개수로라 할 수 있기 때문에 원형관의 등류수심을 구하기 위해서는 개수로 단면의 기하학적인 해석이 필요하다. 개수로관의 단면형은 원형, 반원형, 계란형, 마제형 등이 있으나 우선 실무에서 가장 많이 사용하고 있는 원형개수로에 대한 등류수심산정식을 개발할 필요가 있다.

원형관 개수로 등류수심을 산정하는 식을 개발할 경우 기존의 마찰계수 산정식들은 상당한 반복과정이 요구된다. 등류수심을 양해법으로 개발하기 위하여 개수로 마찰흐름 특성을 충분히 반영하면서도 형식이 단순한 지수형 마찰계수 값을 제시하는 것이 수식도출에 가장 유리하다.(이민호, 1999) 이에 본 연구에서는 유동훈과 이민호(1999)의 개수로 지수형 마찰계수 산정식을 이용하여 원형개수로에서의 등류수심 산정식을 개발하였다.

2. 개수로 지수형 마찰계수

동수반경 레이놀즈수대 자유표면 흐름 마찰계수의 분포에서 알 수 있듯이 Bazin 이나 Varwick의 개수로 관측자료를 보면 개수로 마찰계수 분포는 관수로의 마찰계수 분포 경향과 마찬가지로 일정한 기울기를 가지며 단지 조도 또는 조고 에 따라서 평행이동하고 있다. 따라서 완난류 흐름일 경우 마찰계수 C는 다음과 같다.

$$C = \alpha R_H^\beta \quad (1)$$

여기서 $R_H = VH/\nu$, V는 단면평균속도, H는 동수반경, ν 는 동점성계수이고 α, β 는 상수이다. 또한 전난류 흐름일 경우 다음과 같다.

$$C = \alpha H_r^\beta \quad (2)$$

여기서 $H_r = H/k_w$ 이며 k_w 는 등가조고이다.

* 아주대학교 환경도시공학부 교수

** 아주대학교 토목설계공학과 석사과정

마찰계수 분포에서 기울기에 해당하는 지수 β 는 관련변수 R_H 또는 H_r 의 크기에 따라서 결정되는데 완난류 흐름에서 $-0.25 \sim -0.1$ 이고, 전난류 흐름에서는 $-0.5 \sim -0.25$ 가 된다. 조도가 증가함에 따라서 마찰계수 분포가 상향으로 평행 이동하므로 비례상수 α 를 조도 k_w 에 관한 함수로 결정하여 분포경향을 충분히 반영할 수 있다. 한편, 식 (1)과 식 (2)를 통합한 통합형 지수마찰계수식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C = \alpha R_H^\beta H_r^\zeta = \alpha \left(\frac{VH}{\nu} \right)^\beta \left(\frac{H}{K_w} \right)^\zeta \quad (3)$$

여기서 α, β, ζ 는 수로형상과 조도에 따라 변이하는 계수이다. 각 계수 α, β, ζ 는 수로형상과 각 변수의 구간 범위에 따라 변이하는데 원형개수로의 흐름특징은 제형개수로와 유사하다고 볼 수 있을 것으로 판단하며 제형개수로에 대한 α, β, ζ 는 표 1에 제시된 바와 같다.

표 1. 제형 개수로 마찰계수 산정식의 α, β, ζ

	흐름구분	경 계 조 건	α	β	ζ
제 형 수 로	총 류	$R_H < 1,000$	-	-1.00	0
	완난류 1	$1,000 \leq R_H < 40,000$	$0.0091k_w + 0.0290$	-0.25	0
	완난류 2	$40,000 \leq R_H < 1,000,000$	$(0.0039k_w + 0.0124)$	-0.17	0
	완난류 3	$1,000,000 \leq R_H < R_{r-ST} \cdot H_r$	$(0.0017k_w + 0.0054)$	-0.11	0
	천이난류	$R_{r-ST} \cdot H_r \leq R_H < R_{r-TR} \cdot H_r$	$3.0 \times 10^{-9} H_r + 0.0106$	0.18	-0.80
	전난류 1	$R_{r-TR} \cdot H_r \leq R_H$	$H_r < 23$	$0.038 (k_w=2\text{mm})$	0
전난류 2	$23 \leq H_r < 40$		$0.021 (k_w=2\text{mm})$	0	-0.41

제 관련식에 도입된 등가조도 k_w 의 단위는 mm

$$\text{원 형: } R_{r-ST} = \text{Min}[(10 + 8.5k_w)H_r^{0.75}, 206 + 39k_w] \quad R_{r-TR} = \text{Min}[130H_r^{0.75}, 1320]$$

3. 원형단면 해석

직경 D인 원형단면수로내에 수심 h로 물이 흐를 때 수면과 단면의 중심이 이루는 각을 ϕ (단위: Radian)라 하면, 단면적 A, 윤변 P, 동수반경 H는 다음과 같이 계산된다.

$$A = \pi r^2 - r \sin \frac{\phi}{2} \cdot r \cos \frac{\phi}{2} = \frac{r^2}{2} (\phi - \sin \phi) \quad (4)$$

$$P = r \cdot \phi \quad (5)$$

식 (4)와 식 (5)를 이용해 동수반경(H)을 구하고, 수면과 단면의 중심이 이루는 각 ϕ 를 수심 (h)에 대해 표현하면 다음과 같다.

$$H = \frac{A}{P} = \frac{r}{2} \left(1 - \frac{\sin \phi}{\phi}\right) \quad (6)$$

$$\phi = 2 \cos^{-1} \left(1 - 2 \frac{h}{D}\right) \quad (7)$$

식 (4)와 식 (6)을 이용하여 수심 대 관경(h/D)에 대한 형상비 관계수치를 표 2에 제시하였다.

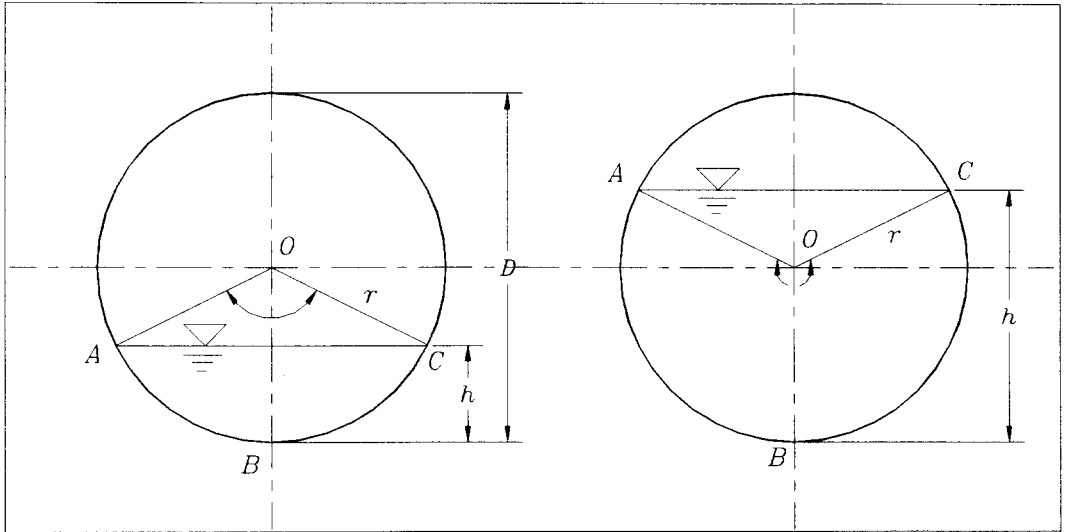


그림 1. 원형관

표 2. 형상비 관계수치

h/D	A/D ²	H/D	h/D	A/D ²	H/D
0.05	0.015	0.033	0.55	0.443	0.265
0.10	0.049	0.064	0.60	0.492	0.278
0.15	0.074	0.093	0.65	0.540	0.288
0.20	0.112	0.121	0.70	0.587	0.296
0.25	0.154	0.147	0.75	0.632	0.302
0.30	0.198	0.171	0.80	0.673	0.304
0.35	0.245	0.193	0.85	0.712	0.303
0.40	0.293	0.214	0.90	0.745	0.298
0.45	0.343	0.233	0.95	0.771	0.286
0.50	0.393	0.250	1.0	0.784	0.250

원형관 개수로 등류수심을 양해법으로 산정하는 식을 유도하기 위해서는 동수반경(H)과 관경(h)의 비를 수심(h)과 관경(D)에 대한 지수함수로 표기할 필요가 있다.

$$\frac{H}{D} = a \left(\frac{h}{D} \right)^b \quad (8)$$

또한, 면적(A)과 관경제곱(D²)의 비를 수심(h)와 관경(D)에 대한 함수로도 나타내어 보면 다음과 같다.

$$\frac{A}{D^2} = \xi \left(\frac{h}{D} \right)^\eta \quad (9)$$

여기서 식 (8)과 식 (9)에서의 상수 a, b, ξ, η는 기하학적인 Graph 특성으로부터 구할 수 있다. 기하학적인 상수 a, b, ξ, η는 표 3에 제시되어 있다.

표 2에 제시된 수치를 이용하여 수심(h) 대 동수반경(H)에 대한 수치를 세 구간으로 구별하여 근사식을 산정하여 a, b, ξ, η를 구한 값은 표 3에 제시한 바와 같으며 Graph를 제시하면 그림 2, 그림 3과 같다.

표 3. 형상비 지수형관계식 상수

구간	h/D	ξ	η	a	b
I	0.00 ~ 0.30	1.11	1.41	0.53	0.92
II	0.30 ~ 0.80	0.92	1.25	0.37	0.60
III	0.80 ~ 1.00	0.80	0.67	0.25	-1.10

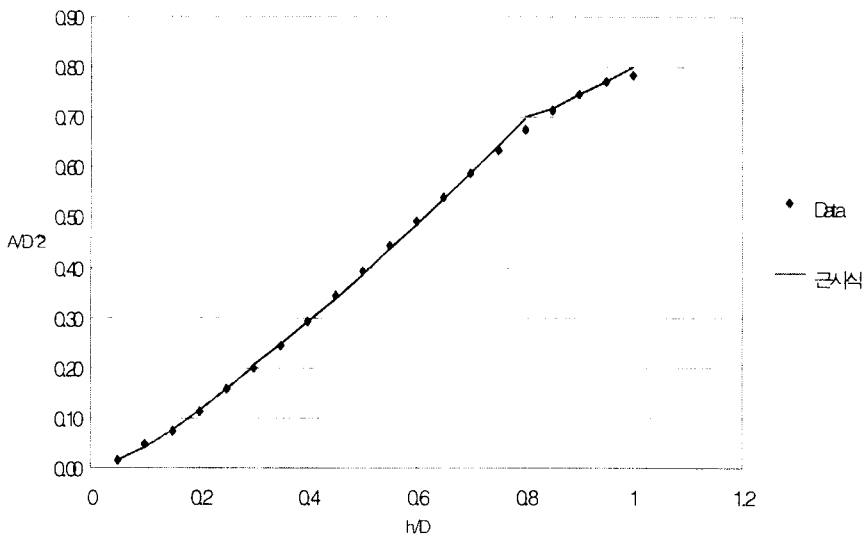


그림 2. h/D와 H/D 의 비교 Graph

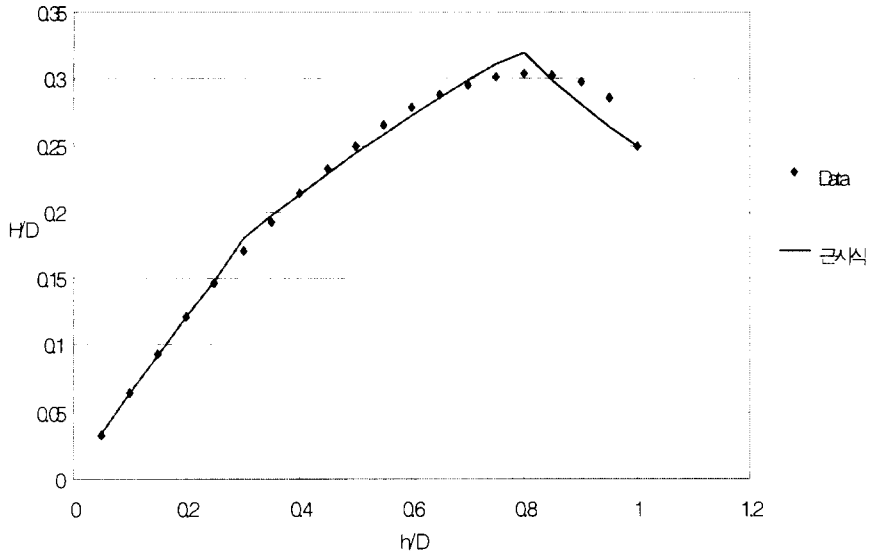


그림 3. h/D 와 A/D^2 의 비교 Graph

4. 원형개수로 등류수심 산정식

개수로설계의 기본방정식은 Chezy식이며 다음과 같다.

$$V = \sqrt{\frac{gHi}{C}} \quad (10)$$

여기서 V 는 평균유속, H 는 동수반경, I 는 에너지 경사이고 C 는 마찰계수이다. Chezy식 (10)을 마찰계수에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$C = \frac{A^2 g Hi}{Q^2} \quad (11)$$

통합형 지수마찰계수식 (3)과 식 (8)과 식 (9)를 식 (11)에 대입하여 원형수로 등류수심에 관한 양해법 수식을 유도하면 다음과 같다.

$$\frac{h}{D} = [\gamma \cdot F_{Di}^{-2} \cdot S_D^{\beta-\xi} \cdot K^\xi]^\delta \quad (12)$$

여기서, γ 와 δ 는 관련상수들로부터 유도되는 계수이고, F_{Di} , S_D , 및 K 는 무차원수로서 다음과 같다.

$$\gamma = \frac{\xi^{2+\beta}}{\alpha a^{\beta+\xi-1}}$$

$$\delta = \frac{1}{(b-\eta)\beta + b\xi - 2\eta - b}$$

$$F_{Di} = \frac{Q}{\sqrt{gD^5i}}$$

$$S_D = \frac{D\nu}{Q}$$

$$K = \frac{\mu k_w}{Q}$$

원형개수로 대부분의 흐름이 표 1에서의 완난류 2구간, 표 3의 II구간에 속하기 때문에 식 (12)에 β 는 -0.17, ζ 는 0, ξ 는 0.92, η 는 1.25, a 는 0.37, b 는 0.60을 대입하면 식 (13)과 같다.

$$\frac{h}{D} = [0.27 \alpha^{-1} F_{Di}^{-2} S_D^{-0.17}]^{-0.33} \quad (13)$$

따라서 우변의 수치가 0.3과 0.8사이에 있으면 구간II, 0.3보다 작으면 구간I, 0.8보다 크면 구간 III의 지수형 관계식 상수 ξ , η , a , b 의 값을 사용하여 등류수심을 산정할 수 있다.

5. 결론

원형수로의 등류수심을 산정할 경우 기존의 방법으로는 상당한 반복과정이 필요하다. 반복을 피하면서 수로의 마찰특성을 충분히 고려하기 위하여 지수형 마찰계수 산정식과 Chezy의 평균유속공식을 이용하여 등류수심 양해법산정식을 개발할 수 있다. 원형수로 등류수심을 양해법으로 산정하기 위해 관경(D)대 수심(h)에 따른 기하학적 특성을 지수형 산정식으로 표현하여 근사식을 개발하였다. 본 논문에서는 삼각형, 사각형, 제형개수로의 마찰계수 산정식중 원형개수로와 가장 유사한 흐름특성을 보이는 제형수로의 마찰계수를 사용하였다.

참고문헌

1. 유동훈, 이민호 (1999). "등류수로의 간편설계분석." 대한토목학회논문집, pp.13-21.
2. 이민호 (1999). "개수로 간편설계." 아주대학교 석사학위논문.