

물성의 확률적 분포를 이용한 Quasi-Brittle 재료의 균열해석

Crack Analysis of the Quasi-Brittle Materials Using a Stochastic Model

임윤묵* 김문겸** 신승교*** 박진완****
Lim, Yun Mook Kim, Moon Kyum Shin, Seung Kyo Park, Jin Wan

ABSTRACT

Usually, the failure of quasi-brittle materials is numerically difficult to describe because of the localization process with softening behavior. In this study, ADLE(Axial Deformation Link Elements) with stochastic material properties are developed to simulate the quasi-brittle material failure behavior. The ADLE method is adopted both Fictitious Crack Model and stochastic method to implement the fracture behavior with the localization behavior of quasi-brittle materials. The main objective of this paper is to show the mesh independency and the capability of ADLE for the failure behavior of a quasi-brittle materials.

1. 서 론

유사취성 재료의 역학적 거동 파악을 위한 수치해석모델의 이해와 발전에 많은 노력이 기울여져왔다.¹⁾ 이러한 모델의 주된 어려움은 손상과 비탄성 변형이 집중되어 있는 미소균열 및 국소화 과정에 있었다. 대표적 유사취성 재료인 콘크리트 구조물은 다양한 요인에 의하여 균열이 구조물 내에 발생하게 되고 발생한 균열은 국소화되어 진행된다. 국소화된 불연속면의 성장과 진행에 의하여 콘크리트 구조물 전체의 거동이 지배되고 구조물은 궁극적인 파괴에까지 이르게 된다. 결국 콘크리트 파괴의 중심적 내용은 콘크리트의 연화특성에 의한 변형률국소화 현상을 어떻게 모형화 하느냐와 균열의 생성에서 진행에 이르는 비선형 거동을 어떻게 해석하느냐에 있다. 이러한 콘크리트의 변형률 국소화 현상에 대한 연구는 유사취성 재료 파괴역학의 발전과 함께 활발히 수행되어 왔으며 많은 연구가 현재도 진행되고 있다. 거시적 관점에서 변형시 나타나는 전단영역을 불연속면으로 고려하여 해석하는 분기이론^{2),3)}과 유한변형의 구성관계를 기초로하여 이에 따른 변형률국소화 현상을 유한요소 해석을 통하여 해석한 유한요소해석에 의한 방

* 정회원, 연세대학교 공과대학 토목공학과 조교수
** 정회원, 연세대학교 공과대학 토목공학과 교수

*** 연세대학교 공과대학 토목공학과 박사과정
**** 유니슨(주) 연구원

법이 있다^{4),5)}. 그러나 기존의 대부분의 수치해석 방법은 그 응답이 요소크기에 의존하며 따라서 요소크기에 따른 해석적 제약이 많이 따르고 있다. 그러므로 이러한 거시적 방법으로는 실제 실험을 통해 나타나는 연화거동에 의한 국소화현상을 해석하기에는 한계가 있다. 최근, Sluys⁶⁾는 요소내에 국소화 영역을 도입한 Embedded Discontinuity Elements를 이용하여 요소크기에 따른 거시적 해석 방법의 문제점을 해결하려 하였으나, 이 방법은 요소내에 국소화 영역을 도입하는 과정이 복잡하며 국소화 영역의 길이에 따라 응답이 변하는 단점을 가지고 있다.

본 논문은 재료에 임의적 물성을 도입하는 확률론적 방법에 근거한 축방향 변형요소(Axial Deformation Link Element)를 사용하여 유사취성 재료의 거동을 수치모형화 하였으며 콘크리트와 같은 유사취성 재료에 있어서 균열의 국소화와 같은 문제에 대한 중요한 해결방안을 제공할 수 있음을 보여준다.

2. 유사취성 재료의 파괴조건

유사취성 재료를 모형화하기 위한 방법으로 균열의 진행에 대하여 파괴에너지 개념을 이용한 Hilerborg의 가상균열 모델(Fictitious Crack Model)을 사용하였다. 이 때 필요한 요소의 기본물성은 탄성계수 E , 인장강도 f_t , 파괴에너지 G_F 이다. 이러한 기본물성들을 이용하여 인장에 대한 한계균열폭을 포함하는 구성관계식의 형태가 결정된다.

2.1 가상균열모델

가상균열 모델에서 변형의 국소화는 극한하중 이후에 발생하고, 극한하중 이전의 구성관계식은 일반적인 응력-변위 곡선에 의해 나타나게 된다. 한편, 극한하중 이후의 구성관계식은 그림 1에 보이는 것처럼 응력-균열폭 곡선 $\sigma(w)$ 에 의해 나타날 것이다.

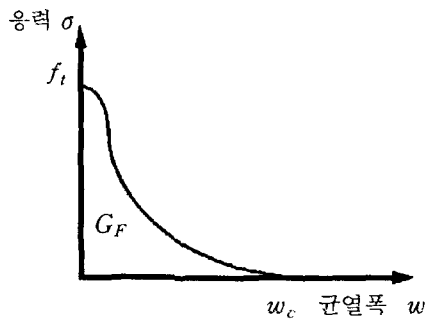


그림 1. 가상균열모델(응력-균열폭 곡선)

응력-균열폭 곡선의 면적은 상수이며 재료의 파괴 에너지 G_F 가 된다.

$$G_F = \int_0^{w_c} \sigma(w) dw \quad (1)$$

여기서, w_c 는 한계균열폭이다.

2.2 구성관계식

인장부에서의 구성관계식은 2.1에서 설명한 가상균열모델에 근거하였고 요소크기에 영향을 받지 않게 하기 위해 응력-변위 관계식을 사용하여 유사취성 재료의 연화거동을 표현한다. 응력 σ 와 균열폭 w 사이의 관계는 다음 식 (2) 와 같이 주어진다.

$$\sigma = f_t (1 - w/w_c) \quad (2)$$

여기서, σ 는 균열폭 w 에서의 응력이고, w_c 는 한계균열폭이다. w_c 는 응력-균열폭 곡선의 면적을 적분함으로써 결정되는데 이 면적은 파괴 에너지 G_F 와 같으며 다음 식 (3) 과 같다.

$$w_c = \frac{2G_F}{f_t} \quad (3)$$

한계균열폭 w_c 를 결정하면 인장 상태하의 요소의 일반적인 구성관계식을 구성할 수 있다. 임의의 변위 u 에 대한 응력은 다음 식 (4)와 같이 계산되고 그림 2와 같다.

$$\sigma = Eu/l_e \quad \text{for} \quad u \leq u_p \quad (4a)$$

$$\sigma = \sigma[u] \quad \text{for} \quad u_p < u < u_u \quad (4b)$$

$$\sigma = 0.0 \quad \text{for} \quad u > u_u \quad (4c)$$

여기서, u_p 는 탄성한계에서의 변위이고, u_u 는 한계상태에서의 변위이며, l_e 은 요소의 길이이다. $\sigma[u]$ 은 제안된 모델에 근거한 응력을 계산하기 위한 함수이고 다음 식 (5)와 같다.

$$\sigma[u] = f_t [1 - (u - u_p)/(u_u - u_p)] \quad (5)$$

본 연구에서는 유사취성 재료의 연화거동을 표현하기 위해 손상이론을 도입하여 초기 강성도 (k_0) 행렬에 의한 해로부터 개별 요소의 변위의 상태에 따른 강성의 감소 (k_m)를 고려함으로써 강성도 행렬을 재구성하고 재구성된 강성도 행렬의 해로부터 다시 강성의 증감이 고려되어 강성도 행렬을 재차 구성하는 반복과정을 이용한다.

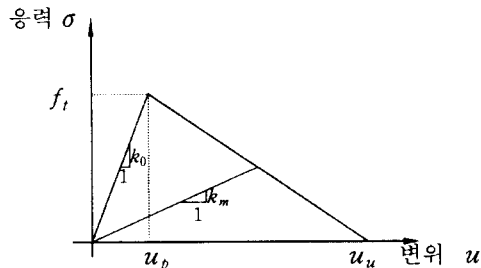


그림 2. 구성관계식

3. 물성의 확률적 분포 이용

유사취성 재료의 국소화 현상에 대한 수치해석을 위해서 임의적 물성을 도입하였으며 이를 이용한 수치해석 결과가 요소크기에 의존하는 단점을 보완할 수 있었다. 본 연구를 위해 사용된 수치해석 모형이 그림 3 에 나타나 있다. 각각 1, 4, 10, 500 개의 요소를 가진 동일한 크기의 축방향요소가 해석모델에 사용되었으며 축방향요소의 길이 $L=1.0\text{ cm}$ 이고 단면적 $A=1.0\text{ cm}^2$ 을 사용하였다. 사용된 재료의 물성은 다음과 같다. 탄성계수 $E=31.7\text{GPa}$, 인장강도 $f_t=3.5\text{MPa}$, 파괴에너지 $G_F=42\text{N/m}$ 로 각각 가정하였다.

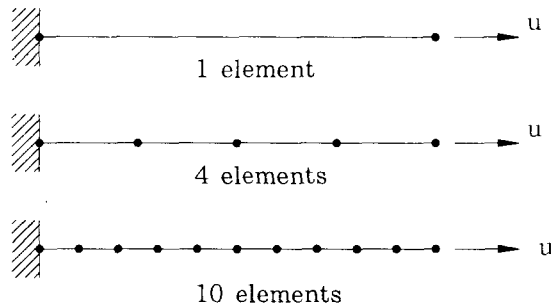
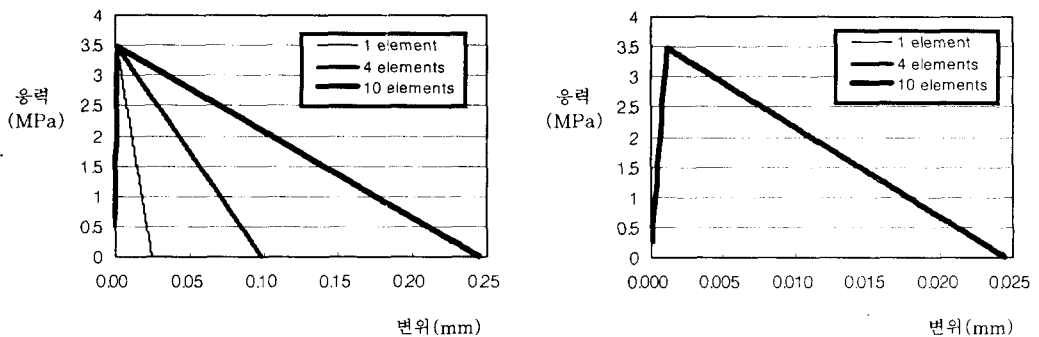


그림 3. 축방향 요소를 이용한 수치해석 모델

각 형태의 수치해석 모형에 대하여 요소에 동일물성을 도입한 결정론적 방법을 사용한 경우 그림 4(a) 와 같이 요소크기에 의존적인 결과를 나타냈다. 한편, 요소에 임의 물성을 도입한 확률론적 방법을 사용하면 그림 4(b)와 같이 요소갯수에 관계없이, 특히 요소길이가 한계균열폭보다 작은 500개의 요소를 사용한 경우에 있어서도 동일한 응답을 얻을 수 있음을 알 수 있다.



(a) 요소에 임의물성을 도입하지 않은 경우

(b) 요소에 임의물성을 도입한 경우

그림 4. 응력-변형률 곡선

4. 유사취성 재료에의 적용

요소에 임의의 물성을 도입하는 확률론적 방법에 근거한 모형을 이용하여 유사취성 재료에 대한 적용성을 검토하였다. 요소에 확률론적 방법을 적용할 수 있는 물성은 탄성계수, 인장강도, 탄성한계변형률과 파괴에너지 등이다. 각 요소에 임의의 물성을 부여하기 위해 본 연구에서는 정규분포를 갖는 Monte Carlo 시뮬레이션을 적용하였다. 수치해석 검증을 위해 사용한 시편 및 수치해석모형은 그림 5와 같으며 요소갯수 7660개, 탄성계수의 평균은 $31.7GPa$, 인장강도의 평균은 $3.48MPa$, 파괴에너지의 평균은 $41.7N/m$ 를 적용하였고 각각 10%의 c.o.v를 적용하였다.

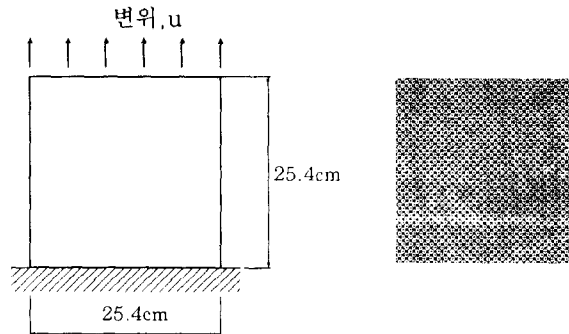


그림 5. 시편형상 및 수치해석 모형

직접인장하중이 작용하는 경우에 대해 Monte Carlo 시뮬레이션을 적용한 결과와 적용하지 않은 결과에 대해 해석을 실시하여 그림 6과 같은 결과를 얻었다. 구성방정식만 도입한 경우는 극한하중 이후의 연화거동을 보이지 못하고 급격하게 파괴되었지만, 확률론적 개념을 도입한 경우는 극한하중 이후의 유사취성적인 거동을 실제에 가깝게 나타냄을 알 수 있었다. 본 연구에서 제안한 모델의 검증에 위해 인장하중이 작용하는 경우에 대한 실험결과와 비교한 자료가 그림 7에 나타나 있다. 최대하중 이후의 거동은 파괴에너지에 따라 조금씩 다른 거동을 보이나 최대하중의 경우 실험값과 수치해석 결과가 오차 5.5% 이내로 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 실험결과와 수치해석 결과와 달리 최대하중 이후 급격히 감소하는 현상을 보이는데 이는 수치해석에 사용된 각 요소의 구성관계식에 기인한다. 본 연구에서는 선형-비선형-선형 관계를 사용하였는데 선형-선형-비선형 관계를 사용하면 실험결과에 보다 가까운 응답을 얻을 수 있을 것이다.

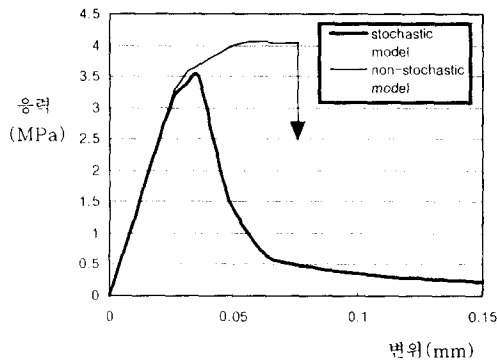


그림 6. 임의물성을 도입한 경우와 도입하지 않은 경우에 대한 수치해석 결과

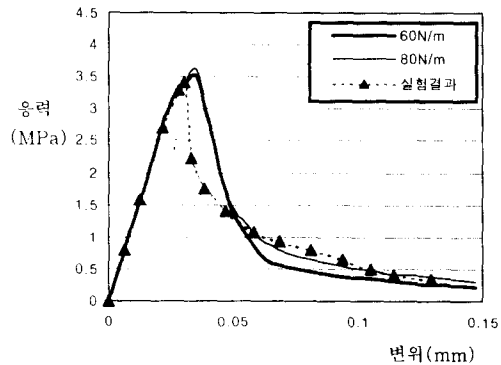


그림 7. 직접인장 시험에서의 실험결과⁷⁾와 수치해석 결과와의 비교

인장에 의한 파괴거동은 그림 8 과 같은 균열형상을 보였으며, 이것은 재료의 물성이 약한 부분에서부터 시작된 균열이 응력집중효과에 의해 변형율이 국소화되면서 계속 진행되어 결국 파괴에 이르는 것을 나타낸다.

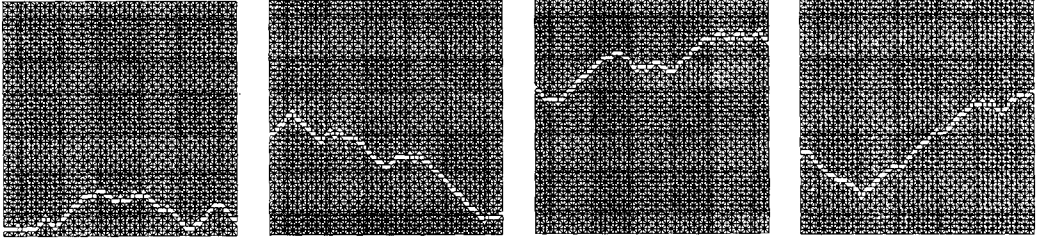


그림 8. 임의의 물성에 대한 균열의 양상의 변화

5. 결 론

본 연구에서는 요소에 임의적 물성을 도입하는 확률론적 방법에 근거한 축방향 변형요소 모형을 사용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 요소에 임의의 물성을 도입하여 유사취성 재료의 연화응답이 요소크기에 의존하는 문제를 해결할 수 있었다.
- 2) 유사취성 재료에 대한 직접인장 해석결과에서 각각의 요소에 대한 구성관계식을 선형으로 가정한 경우 최대하중 이후의 국소화 현상 및 재료의 연화거동을 잘 표현할 수 있음을 알 수 있었다.
- 3) 본 연구에서 사용한 축방향 변형요소(Axial Deformation Link Element)를 이용하여 일반적인 유사취성 재료의 균열발생 및 진전상황을 실제와 유사하게 모형화 할 수 있음을 알 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 98년도 건설교통부의 건설교통기술 연구개발사업 연구비로 지원을 받아 수행되었으므로 관계 당국에 감사사를 드립니다.

참 고 문 헌

- 1) Ngo, D., and Scordelis, A. C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams," Journal of the American Concrete Institute, Vol.67, 1967, pp.152-163.
- 2) Sakata, K., and Horii, H., "Thermodynamics of Strain Localization in Solids with Microstructures," Master Dissertation, University of Tokyo, Japan, Sept, 1992, pp.1-21.
- 3) Hill, R., "Stability of Rigid Plastic Solids," Journal of Mechanics and Physics of Solids, No.6, 1957, pp.1-8.
- 4) Shi, Z. H., and Horii, H., "Microslip Model of Strain Localization in Sand Deformation," Mechanics of Materials 8, 1989, pp.89-102.
- 5) Ortiz, M., Leroy, Y., and Needleman, A., "A Finite Element Method for Localized Failure Analysis," Computer Method Applied Mechanics and Engineering, 1987, pp.189-214.
- 6) Sluys, L. J., "Modelling of Crack Propagation with Embedded Discontinuity Elements," Proceedings FRAMCOS-3, 1998, pp.843-860.
- 7) Gopalarantnam, V. S. and Shah, S. P., "Softening Reponse of Plane Concrete in Direct Tension," ACI Journal, No.3, 1985, pp.249-310.