전단과 비틀림의 최소 철근비에 대한 이론적 접근

Rational Approach for Minimum Shear and Torsion Reinforcement

이 민 섭* 홍 성 걸**
Lee, Min Sup Hong, Sung Gul

ABSTRACT

The minimum shear and torsional reinforcement provisions in ACI 318-95 are still empirical. This paper describes the derivation of a rational approach for minimum shear and torsional reinforcement in beams so as to preclude brittle failure in shear and torsion. This is ensured by specifying that the beam's ultimate capacity of shear and torsion should be greater than its cracking shear and torsion. The formula presented herein for computing minimum shear and torsional reinforcement shows the need for modification of current provision for the mimimum shear and torsion reinforcement.

1. 서론

최소 철근비는 균열이 발생한 구조물의 취성 파괴를 연성파괴로 유도하기 위하여 필요하며 그 값은 균열면이 담당하는 힘의 크기로부터 구할 수 있다. 대부분의 기준에서는 최소 철근비에 대한 규정을 제시하지만 대부분 경험(empirical)에 의한 식이며 정립된 이론에 바탕을 두지 못했기 때문에 서로 큰 차이를 보인다. 특히 ACI 318-95의 경우, 최소 철근비를 구하기 위한 조건과 실제 주어진 식과의 불일치로 인하여 설계자에게 혼란을 불러 일으킬 수 있다.

본 논문에서는 트러스 모델을 채택하여 ACI 318-95에 나타난 최소 철근비에 대한 이론적 접근을 시도함과 동시에 제기된 문제점들에 대한 해결방안을 제시하고자 한다. 이를 위해 단면은 수식 산정의 편리를 위해 사각 단면으로 한정하였으며 속빈 단면의 경우 네면의 두께는 일정한 것으로 보았다.

2. 현행 규정에 대한 고찰과 문제 제기

ACI 318-95에 나타난 전단과 비틀림에 대한 최소 철근비 규정은 다음과 같다.

(1)전단만이 작용하는 경우는 다음과 같다

$$\frac{A_v}{s} \geq \frac{50 b_w}{f_y} \qquad (1)\ \text{(ACI 318-95 SEC.11.5.5.3)}$$

(2)전단과 비틀림이 동시에 작용하는 경우는 다음과 같다.

$$\frac{A_v}{s} + \frac{2A_t}{s} \geq \frac{50 b_w}{f_y}$$

$$A_{t,\min} = \frac{5\sqrt{f_c'}}{f_{yt}} A_{cp} - \left(\frac{A_t}{s}\right) P_h \left(\frac{f_{yt}}{f_{yt}}\right) \qquad (2)\ \text{(ACI 318-95 SEC.11.6.5.2)}$$

* 정회원, 서울대학교 건축학과 대학원
** 정회원, 서울대학교 건축학과 조교수

위에 주어진 식들은 경험(empirical)에 의한 식들이며 다음과 같은 문제점들을 제기할 수 있다.

① 전단에 대하여 $V > 0.5V_c$라는 가정으로부터 최소 철근비를 구하였음에도 불구하고 콘크리트의 전단강도가 고려되지 않았다.[1)]

② 비틀림에 대한 최소 철근비를 설계하는 과정에서 $A_{l,\min} < 0$이 되는 경우가 발생한다.[2)]

3. 기본 가정

일반적으로 콘크리트 부재의 최소 철근비는 "부재의 공칭강도가 균열전단강도보다 크다"라는 전제에서 구할 수 있다.

$\tau_n \geq \tau_{cr}$ τ_n : 공칭강도에 의해 단면이 발휘하는 전단응력

τ_{cr} : 균열전단강도에 의해 단면에 발생하는 전단응력

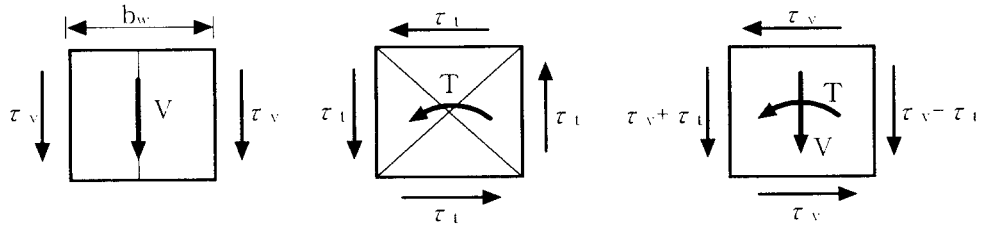
이론적인 접근에 들어가기에 앞서 식의 유도를 위한 조건은 다음과 같다.

(1) 전단에 대하여 $\tau_n = \tau_v$, 비틀림에 대한 $\tau_n = \tau_t$라 둔다.

(2) 콘크리트가 부담하는 균열전단응력 $\tau_{cr} = 3\sqrt{f_c'}$로 가정한다.

(3) 균열각 $\theta = 45°$로 보며 보의 단면은 $d \geq b_w$인 단면으로 제한한다.

(4) 전단과 비틀림에 대하여 동일한 철근을 배근하는 것으로 가정한다.



$\tau_v = V_n/(b_w d)$ $\tau_t = T_n/(2A_0 t)$ $\tau_v + \tau_t = V_n/(b_w d) + T_n/(2A_0 t)$

그림 1 공칭강도에 의해 단면이 발휘하는 전단응력

4. 최소 철근비 유도($\tau_n \geq \tau_{cr}$)

(1) 전단

ACI 318-95에 따르면 전단의 경우 균열이 발생한 콘크리트 단면은 전단력을 받을 수 있다고 가정하고 있다.

$$\frac{V_n}{b_w d} > \tau_{cr} \left(= 3\sqrt{f_c'}\right) \tag{1}$$

공칭강도 V_n은 식(2)와 같다.

$$V_n = V_s + V_c \tag{2}$$

식(2)를 식(1)에 대입하여 계산하면 식(3)과 같다

$$\frac{A_v}{s} > \frac{\sqrt{f_c'}}{fy} b_w \tag{3}$$

(2) 비틀림

ACI 318-95에 따르면 비틀림의 경우 균열이 발생한 콘크리트 단면은 전단력을 받지 못한다고 가정하고 있다. 따라서 $T_n = T_s$로 볼 수 있다.

①속빈 단면

$$\frac{T_n}{(2A_o t)} > 3\sqrt{f_c'} \tag{4}$$

현행 ACI 318-95의 기준을 따라 T_n은 식(5)와 같다.

$$T_n = T_s = \frac{2A_o A_t f_y}{s} \tag{5}$$

식(5)를 식(4)에 대입하여 계산하면 식(6)과 같다.

$$\frac{A_t}{s} > \frac{3\sqrt{f_c'}\,t}{f_y} \tag{6}$$

②속찬 단면

$$\frac{T_n}{\left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}\right)} > 3\sqrt{f_c'} \tag{7}$$

식(5)를 식(7)에 대입하여 계산하면 식(9)와 같다.

$$\frac{A_t}{s} > \frac{3\sqrt{f_c'}\left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}\right)}{2A_o f_y} \tag{8}$$

$$\frac{A_t}{s} > \frac{9\sqrt{f_c'}\,bd}{8f_y(b+d)} \qquad (A_o = 2A_{cp}/3,\ A_{cp} = bd,\ P_{cp} = 2(b+d)) \tag{9}$$

여기서 공식의 간편화와 최소 철근비의 증가를 위해 $\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{d}\right) = \frac{2}{d}$라 가정하면 식(10)과 같다.

$$\frac{A_t}{s} > \frac{9\sqrt{f_c'}\,d}{16f_y} \tag{10}$$

(3) 전단 + 비틀림

전단과 비틀림이 동시에 작용하는 경우는 단면의 사면 중 위험면에 대한 응력을 검토하여야 한다.

①속빈 단면

ACI 318-95에 따르면 전단응력은 전단력과 비틀림의 효과가 단순한 합으로 가정한다.

$$\tau_v = \frac{V_n}{b_w d} \qquad \tau_t = \frac{T_n}{2A_o t} \tag{11}$$

$$\frac{V_n}{b_w d} + \frac{T_n}{2A_o} > 3\sqrt{f_c'} \tag{12}$$

식(2)와 식(5)를 식(12)에 대입하여 계산하면 식(13)과 같다.

$$\frac{A_v}{s}\left(\frac{1}{b_w}\right) + \frac{A_t}{s}\left(\frac{1}{t}\right) > \frac{\sqrt{f_c'}}{f_y} \tag{13}$$

②속찬 단면

ACI 318-95에 따르면 전단응력은 각 응력도의 제곱합의 제곱근으로 구한다.

$$\tau_v^2 + \tau_t^2 \geqq (\tau_{cr})^2 \tag{14}$$

$$\tau_v = \frac{V_n}{b_w d} \qquad \tau_t = \frac{T_n P_{cp}}{A_{cp}^2} \tag{15}$$

식(2)와 식(5), 그리고 식(15)를 식(14)에 대입하여 계산하면 식(17)과 같다.

$$(\frac{A_v}{s}\frac{f_y}{b_w}+2\sqrt{f_c'})^2+(\frac{A_t}{s}\frac{2A_o f_y P_{ch}}{A_{ch}^2})^2 \geq 9f_c' \tag{16}$$

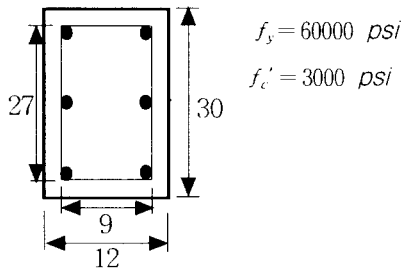
$$(\frac{A_v}{s}\frac{f_y}{b_w}+2\sqrt{f_c'})^2+\left(\frac{8A_t}{s}\frac{f_y}{3}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{d}\right)\right)^2 \geq 9f_c' \quad (A_o=2A_{ch}/3,\ A_{ch}=bd,\ Pch=2(b+d)) \tag{17}$$

여기서 공식의 간편화와 최소 철근비의 증가를 위해 $\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{d}\right)=\frac{2}{d}$ 라 가정하면 식(18)과 같다.

$$(\frac{A_v}{s}\frac{f_y}{b_w}+2\sqrt{f_c'})^2+\left(\frac{16A_t}{s}\frac{f_y}{3d}\right)^2 \geq 9f_c' \tag{18}$$

5. 설계 예제

다음과 같이 주어진 단면의 최소 철근비에 대하여 알아보자. 이 때 배근되는 철근은 모두 동일하다.



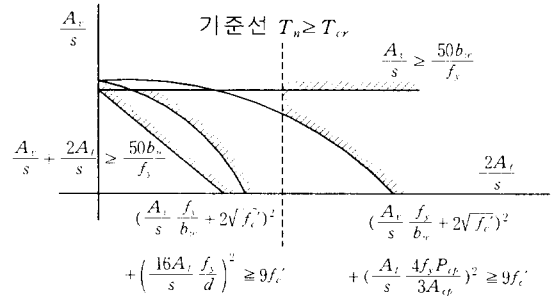


그림 2 보의 단면과 각각의 경우에 대한 최소 철근비

그림에서 알 수 있듯이 비틀림만이 작용하는 경우에 대하여 최소 철근비의 값은 기준선을 중심으로 오른쪽에 위치하는 경우에만 유효한 것으로 볼 수 있으므로 기존의 ACI 318-95에서 제시하고 있는 규정에 오류가 있음을 알 수 있다.

6. 결론

ACI 318-95에 보이는 전단과 비틀림에 대한 최소 철근비 규정은 강도계산을 위해 주어진 식으로부터 산정되지 않은 매우 경험적인 식이다. 게다가 비틀림에 대한 횡방향 최소 철근비에 대한 규정은 ACI 318-95에서 비틀림에 대하여 채택한 이론과 맞지 않는다. 본 논문에서는 ACI 318-95에 나타난 최소 철근비 규정에 대하여 이론적인 접근을 시도한 것이기 때문에 실제로 적용하기에 복잡하다. 그러나 실험과 콘크리트 인장강도에 대한 적절한 계수를 적용하여 보다 간편한 설계공식이 가능하다.

참고문헌

1. ACI Committee 318(1995), "Building Code Requirement for Structure Concrete and Commentary (ACI 318-95/ACI 318R-95)," America Concrete Institute, Farmington Hill, Mich.
2. Mohamed, A.Ali., and Richard, N.White., "Toward a Rational Approach for Design of Minimum Torsion Reinforcement," ACI Structural Journal, V.96, No.1, pp.40-45.
3. MacGregor, J. G.(1997), "Reinforced Concrete(3rd Edition)," Prentice-Hall, New Jersey
4. Hsu,T.C.(1993), "Unified Theory of Reinforced Concrete," CRC Press, Inc., 2000 Corporate Blvd., N.W., Boca Raton, Florida.