

# 고분자복합재료 보강 콘크리트 압축부재의 응력-변형률 관계 해석

Analysis of the Stress-Strain Relationship of Concrete Compression  
Members Strengthened by Composite Materials

이상호\*  
Lee, Sang-Ho

장일영\*\*  
Jang, Il-Young

김효진\*\*\*  
Kim, Hyo-Jin

나혁충\*\*\*\*  
Na, Hyuk-Chung

## ABSTRACT

Recently, the fiber composite materials such as carbon fiber, glass fiber, or aramid, have been frequently used in strengthening reinforced concrete structures. The fiber composite materials typically have orthotropic characteristic and the strength changes significantly according to the direction of fibers and the method of the lamination. In this study, an algorithm to estimate the stress-strain relationship of the composite materials which have different fiber directions and symmetric or non-symmetric lamination has been developed by using Tsai-Hill and Tsai-Wu failure criteria and progressive laminate failure theory. This algorithm has been implemented to several stress-strain models for the laterally confined concrete compression members such as Mander, Hosotani, and Nakatsuka. The evaluated stress-strain behaviors by the different models are discussed.

Keywords : fiber composite, Tsai-Hill failure criterion, Tsai-Wu failure criterion, stress-strain relationship, confined concrete

## 1. 서 론

최근, 철근콘크리트 구조물의 보강방법으로 비교적 시공이 단순하고 일체성을 확보할 수 있는 방법인 탄소섬유나 아라미드섬유, 유리섬유 등과 같은 고분자복합재료를 사용한 보강방법이 활발히 사용되고 있다. 그러나 이런 고분자복합재료를 사용함에 있어서 섬유의 방향성을 고려한 적층방식에 따라 보강효과가 어떻게 달라지는지에 대한 이론적 연구는 아직 미흡한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 고분자복합재료로 보강된 콘크리트 압축부재의 보강효과를 해석적으로 산정해보기 위하여 Tsai-Hill과 Tsai-Wu 파괴규준을 사용하여 복합재료 적층판의 응력-변형률 관계를 섬유방향성과 대칭, 비대칭 적층방식에 따라 분류하여 산정한 후, 이를 구속된 콘크리트의 응력-변형률 관계를 모델화한 해석이론들과 결합하여 구속에 따른 보강효과를 이론적으로 산정할 수 있는 알고리즘을 개발하였다. 개발된 알고리즘을 바탕으로 적층방식이 서로 다른 복합재료 적층판의 응력-변형률 관계를 해석적으로 도출하여 실험 결과와 비교·검증하였으며, 기존에 제시된 구속된 콘크리트 압축부재의 응력-변형률 모델들에 적용하여 거동의 차이를 비교·분석하였다.

\* 정회원, 연세대학교 토목공학과 조교수

\*\* 정회원, 금오공과대학교 토목공학과 부교수

\*\*\* 정회원, 연세대학교 토목공학과 박사과정

\*\*\*\* 금오공과대학교 토목공학과 석사과정

## 2. CFS 적층판의 거동 해석

### 2.1 적층판의 응력-변형률 관계

복합재료 적층판은 보통 여러 가지 방향으로 작용하는 하중에 저항할 수 있도록 각 층마다 섬유방향의 적층각을 달리하여 만들어지는 관계로 적층방식에 따른 응력-변형률 관계는 각기 다르다. 그러나 각 층의 변형률과 중간층의 변형률, 층간 거리 그리고 곡률의 기하학적 관계를 이용하면 적층판 전체의 응력-변형률 관계를 하나의 식으로 나타낼 수 있다. 이러한 원리를 이용하여 복합재료 적층판 전체에 단위길이당 걸리는 힘은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_x \\ x_y \\ x_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_x \\ x_y \\ x_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서,  $N_{ij}$ 는 적층판 단위길이당 가해지는 힘,  $M_{ij}$ 는 적층판 단위길이당 가해지는 모멘트,

$\epsilon_{ij}^0$ 는 중간면에서의 변형률,  $x_{ij}$ 는 곡률,  $A_{ij}$ 는 인장강성도,  $B_{ij}$ 는 연계강성도,  $D_{ij}$ 는 굴곡강성도이다.

### 2.2 파괴규준

적층판의 파괴거동을 해석하기 위해서는 먼저 단일층의 파괴를 예측하고 각 층의 파괴에 따른 전체적인 파손누적을 고려하여야 한다. 본 연구에서는 단일층의 파괴를 예측하기 위하여 표 1과 같은 두 가지 파괴규준을 사용하였다.

표 1 단일층 복합재료의 파손규준

	제안식
Tsai-Hill (1948)	$\frac{\sigma_1^2}{F_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{F_2^2} + \frac{\sigma_6^2}{F_6^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{F_1^2} = 1$
Tsai-Wu (1971)	$F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + F_{11}\sigma_1 + F_{22}\sigma_2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 = 1$ $F_1 = \frac{1}{s_{L(+)}} - \frac{1}{s_{L(-)}}, \quad F_{11} = \frac{1}{s_{L(+)}\cdot s_{L(-)}}$ $F_2 = \frac{1}{s_{T(+)}} - \frac{1}{s_{T(-)}}, \quad F_{22} = \frac{1}{s_{T(+)}\cdot s_{T(-)}}$ $F_{66} = \frac{1}{s_{LT}^2}, \quad F_{12} = -\frac{(F_{11}F_{22})^{\frac{1}{2}}}{2}$

Tsai-Hill 이론은 복합재료에서 일반적으로 쓰이고 있는 파괴규준으로서, 인장강도와 압축강도가 같다는 가정하에 von Mises 항복이론을 반영한 것이다. Tsai-Wu 이론은 인장과 압축을 구별하여 보다 포괄적으로 복합재료의 파괴규준을 텐서형식으로 표현한 것이다.

## 3. CFS로 구속된 콘크리트의 응력-변형률 모델 제안식

### 3.1 Mander의 제안식

Mander et al.(1984)은 구속된 콘크리트의 응력-변형률 관계를 다음과 같은 식으로 제안하였다.

$$f_c = \frac{f_{cc}' x r}{r - 1 + x^r} \quad (3)$$

여기서,  $x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}}$ ,  $\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} \left[ 1 + 5 \left[ \frac{f_{cc}'}{f_{co}'} - 1 \right] \right]$ ,  $r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}}$ ,  $E_{sec} = \frac{f_{cc}'}{\epsilon_{cc}}$

### 3.2 Hosotani의 제안식

Hosotani et al.(1998)은 구속된 콘크리트의 응력-변형률 관계를 크게 두 영역으로 나타냈으며, 표 2와 같은 식으로 제안하였다.

표 2 Hosotani의 응력-변형률 제안식

영역	제안식
$0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{t1}$	$f_c = E_c \epsilon_c \left\{ 1 - \frac{1}{n} \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{t1}} \right)^{n-1} \right\}$ ( $E_g < 0$ )
	$f_c = E_c \epsilon_c \left\{ 1 - \frac{1}{n} \left( 1 - \frac{E_g}{E_c} \right) \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{t1}} \right)^{n-1} \right\}$ ( $E_g \geq 0$ )
$\epsilon_{t1} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$	$f_c = f_t + E_g(\epsilon_c - \epsilon_{t1})$
	$n = \frac{E_c \epsilon_{t1}}{E_c \epsilon_{t1} - f_t}$ ( $E_g < 0$ ) $n = \frac{(E_c - E_g) \epsilon_{t1}}{E_c \epsilon_{t1} - f_t}$ ( $E_g \geq 0$ )

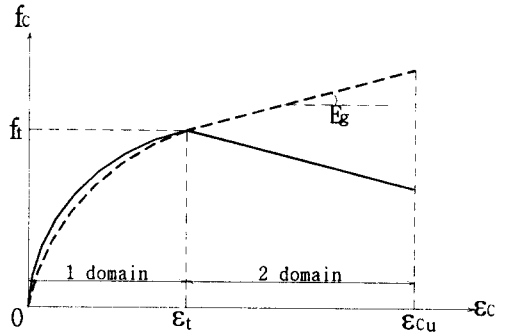


그림 1 Hosotani의 응력-변형률 모델

### 3.3 Nakatsuka의 제안식

Nakatsuka et al.(1998)은 구속된 콘크리트의 응력-변형률 관계를 크게 세 영역으로 구분하였으며, 표 3과 같은 영역에 따른 식을 제안하였다.

표 3 Nakatsuka의 응력-변형률 관계식

영역	제안식
$0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_B$	$\sigma_c = E_c \epsilon_B \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_B} - \frac{a}{n} \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_B} \right)^n \right)$ , $n = \frac{E_c \epsilon_B}{E_c \epsilon_B - \sigma_B} \cdot a$ $a = \begin{cases} 1 & (E_{BT} \leq 0) \\ 1 - \frac{E_{BT}}{E_c} & (E_{BT} > 0) \end{cases}$
$\epsilon_B < \epsilon_c \leq \epsilon_T$	$\sigma_c = \sigma_B + E_{BT} \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_B} - 1 \right)$
$\epsilon_T < \epsilon_c \leq \epsilon_R$	$\sigma_c = \sigma_B + E_{BT} \epsilon_B \left( \frac{\epsilon_T}{\epsilon_B} - 1 \right) + E_{TR} \epsilon_T \left( \frac{\epsilon_R}{\epsilon_T} - 1 \right)$

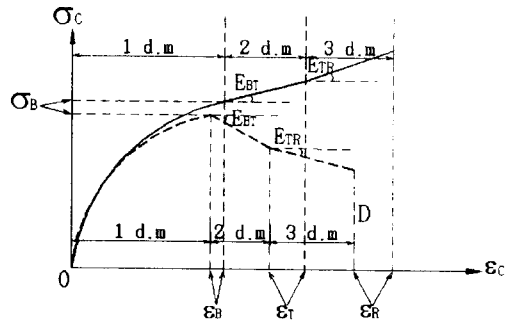


그림 2 Nakatsuka의 응력-변형률 모델

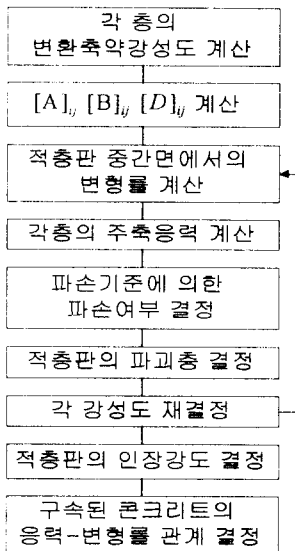
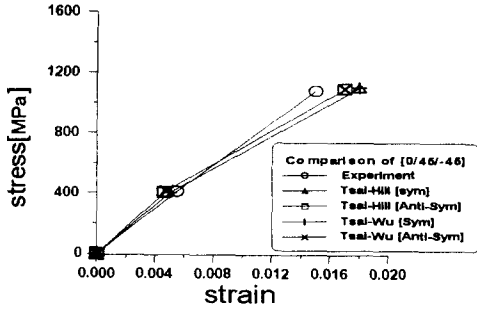


그림 3 응력-변형률 해석 알고리즘

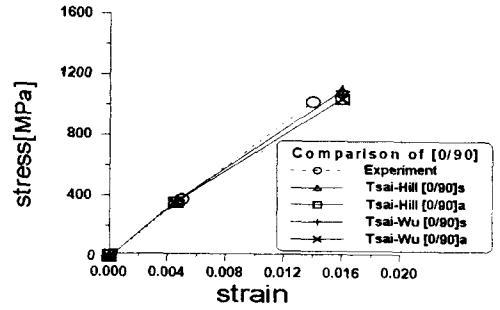
## 4. 적층방식에 따른 응력-변형률 관계 해석

그림 3은 본 연구에서 개발된 적층방식에 따른 구속된 콘크리트의 응력-변형률 관계를 해석할 수 있는 알고리즘을 도식화한 것이다. 개발된 해석 알고리즘의 검증은 위해 [0/90] 및 [0/±45]의 대칭 및 비대칭 적층방식을 띤 복합재료 적층판의 응력-변형률 관계를 Tsai-Hill과 Tsai-Wu의 파괴규준을 사용하여 해석한 결과를 Daniel의 실험결과<sup>4)</sup>와 비교하여 그림 4에 나타내었다.

그림 5는 Mander, Hosotani, Nakatsuka가 제시한 횡구속된 콘크리트의 응력-변형률 모델에 본 연구에서 제안된 알고리즘을 접목하여 단면형상에 따른 응력-변형률 관계를 나타낸 것이다. 해석대상체는 콘크리트 강도 30MPa, 탄소섬유의 보강비는 1.336%인 20cm×60cm의 원형 및 사각형 콘크리트 공시체이며 비교실험치는 Hosotani의 결과를 사용하였다.

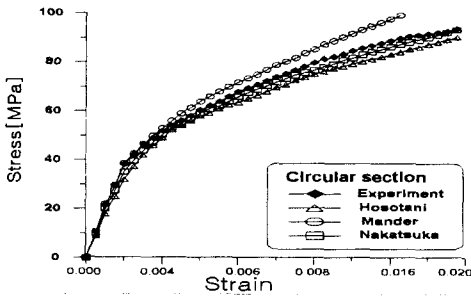


(a) [0/90]

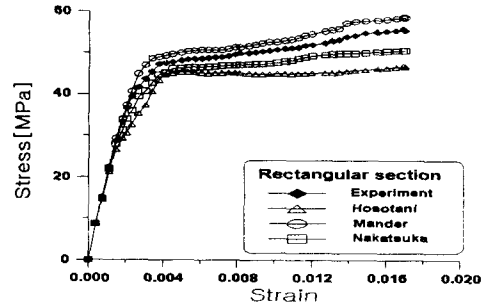


(b) [0/±45]

그림 4 적층방식에 따른 복합재료 적층판의 응력-변형률 관계



(a) 원형단면



(b) 사각형단면

그림 5 단면형상에 따른 황구속된 콘크리트 압축부재의 응력-변형률 관계

## 5.결론

본 연구에서 개발된 해석 알고리즘을 사용하여 복합재료로 보강된 콘크리트의 응력-변형률 관계를 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) [0/90] 적층판의 해석결과를 Daniel 등의 실험치와 비교했을 때, 대칭 및 비대칭으로 해석한 결과는 모두 실험치와 유사하였는데, 대칭으로 해석한 결과가 좀더 실험치에 근접함을 알 수 있었다. [0/±45] 적층판에서는 비대칭으로 해석한 결과가 실험치에 더 근접함을 보였다. 순수 인장력이 작용하는 적층판의 해석에 있어서는 Tsai-Hill과 Tsai-Wu의 이론에 따른 차이는 미소한 것으로 나타났다.
- (2) 탄소섬유쉬트로 황 구속된 콘크리트의 응력-변형률 관계를 Mander, Hosotani, Nakatsuka가 제안한 모델에 본 연구에서 개발된 알고리즘을 접목하여 해석하고 Hosotani의 실험결과와 비교했을 때, 모두 유사한 결과를 나타냄을 확인할 수 있었으며, 특히 Nakatsuka의 응력-변형률 모델이 실험결과에 가장 잘 일치함을 알 수 있었다.

## 참고문헌

1. Mander, J. B., Priestley, M. J. N. and Park, R., "Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete", Journal of Structural Engineering, ASCE, 114(8), pp.1804-1826, 1988.
2. Hosotani, M., Kawashima, K., and Hoshikuma, J., "A Stress-Strain Model for Concrete Cylinders Confined by Carbon Fiber Sheet", 日本土木學會 論文集, 39(592), pp.37-52, 1998.
3. Nakatsuka, T., Komure, K., and Tagaki, K., "Stress-Strain Characteristics of Confined Concrete with Carbon Fiber Sheet", Concrete Research and Technology, Vol.9, No.2, July, 1998.
4. Daniel, M. I. and Ishai, O., "Engineering Mechanics of Composite Materials", Oxford University Press, 1994.