

대공무기체계의 능력평가를 위한 시뮬레이션모델의 연구

A Simulation Model for Performance Evaluation Air Defense-gun System

황 흥 석

Hwang Heung-Suk

동의대학교 산업공학과

614-714 부산직할시 부산진구 가야동 산24
Tel : 051)890-1657, Fax : 051)890-1619
E-Mail : hshwang@hyomin.donggeui.ac.kr

요 약

본 연구에서는 대공 무기체계의 성능평가를 위한 시뮬레이션 모델의 개발로서 능력추정을 위한 수식의 전개와 전산프로그램을 개발하고 예제를 통하여 능력산출 예를 보였다. 본 연구에서 고려된 시뮬레이션 방법으로 Mon Carlo 시뮬레이션과 Karman Filtering을 사용하였다. 본 모델의 주요 단계로서 1) 가장 최단 경로에서의 표적과 탄두간의 상대 속도와 위치를 결정하고, 2) 표적의 탄두에 대한 취약면적을 산출하고 3) 마지막으로 표적 살상 확률을 산정 하는 과정의 단계에 따라 개발되었다.

Keyword : Kill Probability of System Performance Evaluation, Weapon System Evaluation

1. 개 요

본 연구는 대공표적에 대한 방어무기체계로 사용되고 대공무기의 효과산정을 위한 전산화 모델의 연구이다. 대공무기체계의 표적살상확률 산정문제는 매우 많은 요인들이 고려되며 이중 중요한 것을 열거하면 다음과 같다. 공중 표적의 운동상태, 대공무기체계의 자동 탐지능력, 표적상태 예측 및 자동 제어장치, 탄두의 비행탄도, 위력, 폭발규모 및 표적의 취약성(Vulnerability). 이들 요인들을 고려한 시뮬레이션 방법을 사용하여 연구되고 있으나, 대부분의 경우 매우 복잡하고 많은 시간이 소요되는 실정이다. 본 연구에서는 간편한 방법으로 쉽고 정확성을 유지하기 위한 모델을 개발하였다. 이는 일대일(One-on-One)모델로서 다음과 같이 4가지요인들을 고려하였다.

즉, 표적상태(Target State), 대공무기체계의 조준오차(Aiming Error), 탄두의 비행시간 및 산포도(Dispersion) 및 표적의 취약성

(Vulnerability)등이다. 본 연구에서는 이를 위한 수식을 전개하고 단일 표적의 살상확률 산정을 위한 전산프로그램을 개발하였다.

2. 방법론

일반적으로 대공무기체계의 성능평가모델은 표적과 이에 대응하는 무기체계의 관련요인들을 포함한다. 이중 두 가지 중요한 요인을 보면 다음과 같다.

- 표적 비행경로 및 크기
- 사거리, 폭발크기, 비행오차 및 조준오차등을 포함하는 대공무기체계의 재원

특정 비행 체의 살상확률 산정은 이에 대응하는 대공무기체계의 위력과 관련이 크다. 본 연구는 대공무기의 발사 및 조우시점에서 특정상태(위치, 속도)에 있는 공중표적을 명중 및 살상할 수 있는 확률을 산정 하는데 국한하였으며 이를 위하여 그림 1과 같이 3가지 기본적 단계에 따라 이루어졌다.

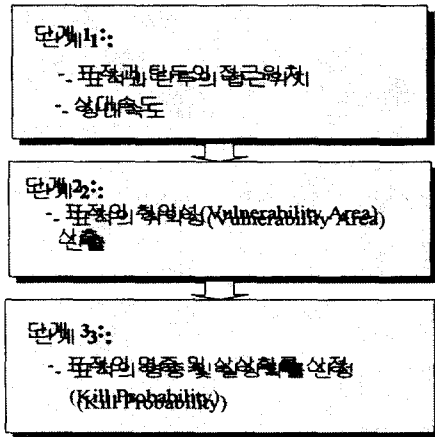


그림 1. 표적살상확률산정의 3단계

이를 위하여 다음과 같은 자료를 사용하였다.

- 표적 Data :
 - 위치(거리, 높이, 고도)
 - 속도
 - 취약면적
- 탄두 Data :
 - 총구속도
 - 탄두의 비행저항
- 대공무기제원:
 - 발사회수
 - 탄두비행 분산도
 - 조준오차

2.1 명중오차의 산정

시간에 따른 탄두의 궤적을 다음과 같이 공기저항력 D 에 비례하는 것으로 가정하였다.

$$D = \left(\frac{\rho S C_D}{2} \right) V^2$$

여기서, ρ : 공기밀도
 V : 탄두속도
 S : 고려된 면적
 C_D : 공기 저항계수

일반적으로 $\rho S C_D / 2$ 를 상수 K' 로 가정하면 D 는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$D = K' V^2$$

여기서 사거리 R과 비행하는 시간 t는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$t = \frac{m}{K' V_0} \left(\exp\left(\frac{RK'}{m}\right) - 1 \right)$$

여기서, m : 탄두 무게
 V_0 : 총구속도
 R : 사거리

C_d 를 상수로 가정할 경우 공기저항력 D는

$$D = \left(\frac{\rho S C_D}{2} \sqrt{V} \right) V^{\frac{3}{2}} = K V^{\frac{3}{2}}$$

여기서 탄두속도와 저항력 D의 관계로 Newton의 제 2법칙에 의하여

$$mV = D$$

$$mV = k V^{3/2}$$

여기서 V와 R의 초기조건은

$$V = V_0, \quad R = \phi$$

t 시점에서 탄두의 속도 V는 다음과 같이 표시된다.

$$\int_0^t \frac{K}{m} dt = \int_{V_0}^V V^{-\frac{3}{2}} dV$$

$$V = V_0 / \left(\frac{K\sqrt{V_0}}{2m} t + 1 \right)^2$$

여기서, V_0 : 총구의 초기속도
 V : t시점의 탄두속도
 t : 비행시간

여기서 저항계수 β 을 대입하면 위의 식은 다음과 같이 된다.

$$\beta = \frac{K\sqrt{V_0}}{2m}$$

$$V = \frac{V_0}{(\beta t + 1)^2}$$

사거리 R은 다음과 같이 주어진다.

$$R = \int_0^t V dt = \int_0^t \frac{V_0}{(\beta t + 1)^2} dt$$

$$= \frac{V_0 \cdot t}{\beta t + 1}$$

$$t = R(V_0 - \beta R)$$

2.2 조우지점(Intercept point)의 산정

다음과 같이 Newton-Ramphson 방법을 이용하여 산정 하였다.

$$X_{N+1} = X_N - \frac{F X_N}{F' X_N}$$

여기서 조우지점은 표적과 탄두가 무기체계로부터 동일한 거리에 있는 지점으로 정의하면

$$T_{N+1} = T_N - F(T)/F'(T)$$

여기서, T_N : 추정비행시간

T_{N+1} : 개선된 추정치

$F(T)$ = (표적까지의 거리)-(탄두까지의 거리)

$F'(T)$ = $dF(T)/d(T)$

본 연구에서는 T_{N+1} 의 산정을 위하여 다음과

같이 2개 단계에 따라서 산출하고 이를 위한 전산프로그램을 개발하여 활용하였다.

단계 1 : 초기 비행시간 산출

단계 2 : 비행시간 후의 탄두위치 산출

$$X_I = X_F + V_X * T_N$$

$$Y_I = Y_F + V_Y * T_N$$

$$Z_I = Z_F + V_Z * T_N$$

여기서, (X_I, Y_I, Z_I) : 예상 조우지점 위치

(X_F, Y_F, Z_F) : 발사 시점 위치

(V_X, V_Y, V_Z) : 표적의 속도

조우 위치까지의 거리, R은 다음 식으로 주어진다.

$$R_{TGT} = \sqrt{X_I^2 + Y_I^2 + Z_I^2}$$

측정된 비행시간 T_N 이후의 탄두의 거리

$$R_{PROJ} = V_0 T_N / (\beta T_N + 1)$$

Newton-Ramphson계수를 산정 하면,

$$F(T_N) = R_{TGT} - R_{PROJ}$$

$$F'(T_N) = \frac{dR_{TGT}}{dT} - \frac{dR_{PROJ}}{dT}$$

$$F(T_N) = \sqrt{X_I^2 + Y_I^2 + Z_I^2}$$

$$F'(T_N) = (X_I V_{XI} + Y_I V_{YI} + Z_I V_{ZI}) / R_{TGT} - V_0 / (1 + \beta T_N)^2$$

여기서,

- 만일 $|F(T_N)|$ 가 매우 적은 수일 경우, 반복계산을 중지하고 최종 선정된 위치를 조우위치로 결정한다.
- 그렇지 않은 경우, 다음과 같이 T_N 의 새로운 측정값을 산정 한다.

$$T_{N+1} = T_N - \frac{F(T_N)}{F'(T_N)}$$

충분한 횟수만큼 되풀이하여 최선의 해를 구한다.

2.3 표적의 취약성(Vulnerable Area)

표적의 취약성정도를 탄두의 진행방향에 투사된 취약면적(Vulnerable Area)으로 산출하였다. 이를 위한 간단한 방법으로 표적을 직입방체로 정의하고 전후 좌우 상하 등 6개의 구형 면적으로 환산하는 방법을 사용하였다. 이는 "Shoobox"의 개념으로 설명된다. 여기서 취약성 탄두로부터 직접명중 또는 파편의 위협으로부터 특정부분의 피해(Kill)정도를 나타내는 취약면적을 산출하고 탄두의 상대속도(Relative Velocity Vector)를 고려하여 살상정도를 산출한다. 여기서 상대속도 벡터는 표적과 탄두의

속도벡터의 차이로 표시되며 다음 그림과 같이 표시된다. 여기서 탄두의 공기저항 및 양력에 대한 영향은 본 취약면적 산정에는 고려하지 않았다. 표적과의 조우시점의 탄두의 속도 V_R 은 식(4)에 의하여 다음과 같이 주어진다.

$$V_R = V_0 / (\beta T + 1)^2$$

표적과의 조우지점 (X_I, Y_I, Z_I) 과 표적의 속도벡터 (V_X, V_Y, V_Z) 로부터 상대속도 벡터(Relative Velocity Vector)를 표시하면 다음과 같다.

$$W_X = V_X - \frac{V_R X_I}{R_{TGT}}$$

$$W_Y = V_Y - \frac{V_R Y_I}{R_{TGT}}$$

$$W_Z = V_Z - \frac{V_R Z_I}{R_{TGT}}$$

표적의 취약면적산출을 위하여 다음과 같이 상대속도벡터의 Cosine값을 먼저 산출하였다.

$$\cos \alpha = \frac{W_X}{|W|}, \quad \cos \beta = \frac{W_Y}{|W|},$$

$$\cos \gamma = \frac{W_Z}{|W|}$$

여기서,

$$|W| = \sqrt{W_X^2 + W_Y^2 + W_Z^2}$$

표적의 취약면적은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$A_v = A_{Front} \cdot \cos \alpha + A_{Side} \cdot \cos \beta + A_{Bottom} \cdot \cos \gamma$$

2.4 명중확률(Probability of Hit)산정

표적과 탄두의 접근위치(조우지점) 및 표적의 취약면적으로부터 표적의 명중확률을 산정 하였다.

1) 가정사항 :

- 취약면적 A_v 를 원형으로 가정(직각형 및 타원형으로도 가정할 수 있으나 계산상의 편의성을 고려하여 원형으로 가정하였다.)
- 단발(Single Shot) 및 동시다발(Salvo) 사격을 가정 (N_B)
- 탄두의 비행궤도 분산, ρ_D 을 일정하다고 가정

2) 명중확률산정 :

동시다발(Salvo) 발사 시 N_B 발사 중 최소 1발이 표적취약면적에 명중할 확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P = \exp\left(-\frac{\pi R^2}{A_V}\right) \\ = \exp\left(-\frac{\pi(X^2 + Y^2)}{A_V}\right)$$

여기서 비행오차가 원형분포로 주어질 경우 이는 다음 분포 식에 의해서 구할 수 있다.

$$F(R) = \frac{1}{2\pi\sigma_D^2} \exp\left[-\frac{R^2}{2\sigma_D^2}\right] \\ = \frac{1}{2\pi\sigma_D^2} \exp\left[-\frac{X^2 + Y^2}{2\sigma_D^2}\right]$$

식(14)으로 부터 모든 R을 고려하고 조준오차가 없을 경우 단발명중확률 Pss를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_0 = \frac{1}{2\pi\sigma_D^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(X^2 + Y^2)}{2\sigma_D^2}\right] \\ \exp\left[-\frac{\pi(X^2 + Y^2)}{A_V}\right] \\ = \frac{A_V}{A_V + 2\pi\sigma_D^2}$$

원형 분포의 중심점을 일반 위치 (X, Y)로 가정하면 위 식은 다음과 같이 주어진다.

$$P_{ss} = \frac{1}{2\pi\sigma_D^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(X' - X)^2 + (Y' - Y)^2}{2\sigma_D^2}\right] \\ \exp\left[-\frac{\pi(X'^2 + Y'^2)}{2\sigma_D^2}\right] dX' dY' \\ = \frac{A_V}{A_V + 2\pi\sigma_D^2} \cdot \exp\left[\frac{\pi(X^2 + Y^2)}{A_V + 2\pi\sigma_D^2}\right]$$

다음으로 위의 단발 명중 확률 Pss를 다발명중 확률(Salve Probability)로 확장하면 다음과 같다. 즉, 동시 발사 수 N중 표적이 생존할 확률은 다음과 같다.

$$P_B = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (1 - P_{ss})^N \cdot F(X, Y) dX dY$$

여기서,

$$F(X, Y) = \frac{1}{2\pi\sigma_D^2} \exp\left[-\frac{(X - H_X)^2 + (Y - H_Y)^2}{2\sigma_D^2}\right]$$

$$(1 - P_{ss})^N = \sum_{j=0}^N (-1)^j \binom{N}{j} (P_{ss})^j$$

위 식을 정리하며,

$$P_B = \sum_{j=0}^N (-1)^j \binom{N}{j} \left(\frac{A_V}{A_V + 2\pi\sigma_D^2}\right)^{j-1} \\ \left[\frac{A_V}{A_V + 2\pi(\sigma_D^2 + j \cdot \sigma_B^2)}\right] \\ \cdot \exp\left[\frac{-j\pi H^2}{A_V + 2\pi(\sigma_D^2 + j \cdot \sigma_B^2)}\right]$$

여기서, $H^2 = H_X^2 + H_Y^2$

3. 모델의 응용

3.1 전산프로그램

본 모델의 개선을 위하여 그림 2와 같이 전산 프로그램을 개발하고 이를 응용한 식 예를 들어 보았다.

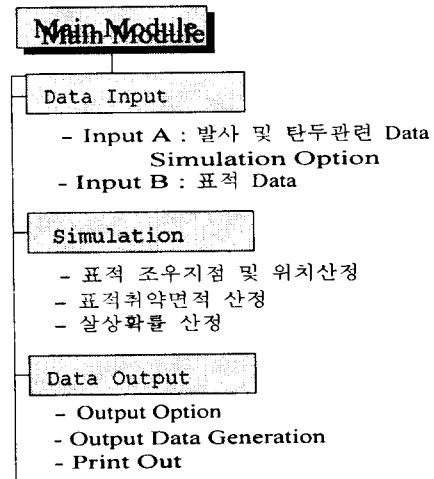


그림 2. 전산프로그램 구조

3.2 표적취약면적에 따른 살상 확률 비교

본 모델을 이용한 표적의 취약 면적에 따른 살상 확률 산정 결과를 요약하면 표 1과 같다. 즉, 같은 사거리 및 탄두 조건에서 취약 면적에 따라 표적의 살상 확률이 크게 달라짐을 알 수 있다

표 1. 표적의 취약면적에 대한 탄두과편효과(예:)

구분	표적취약면적	살상확률
1	0.1	0.5419605
2	0.2	0.7901999
3	0.3	0.9111210
4	0.4	0.9559839
5	0.5	0.9798388
6	0.6	0.9907654
7	0.7	0.9957702
8	0.8	0.9980626
9	0.9	0.9991126
10	1.0	0.9995936

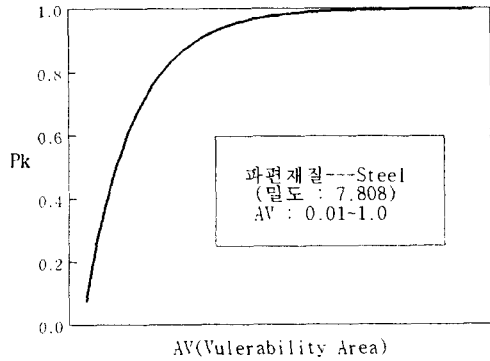


그림 3. 표적의 취약면적에 따른 살상확률 (예)

3.3 살상 확률 산정

다음 표 2의 대공무기체계 및 표적 Data를 이용하여 본 모델을 응용한 산출한 결과를 표 1에서와 같이 요약하였다. 사거리를 500m 및 1,500m 두 가지의 경우의 살상확률을 산출하여 비교하였다.

표 2. Sample Input Data

표적의 비행고도 : 200 m
 비행속도 : 200 m/s
 사거리 : 500 m, 1,500 m
 편이거리 : 300 m
 표적재원 전면 : 2 m'
 측면 : 20 m'
 아래면 : 26 m'
 탄두자물 총구속도 : 1200 m/s
 공기저항 계수 : 0.2 /s
 탄두산포도 : 3 mrad
 조준오차 : 6
 동시발사탄수 : 60 rounds

표 3. Sample Output

TARGET POSITION AT TIME OF FIRE
 X = 567.16 Y = 300.00 Z = 200.00
 TARGET POSITION AT TIME OF INTERCEPT
 X = 500.00 Y = 300.00 Z = 200.00
 RANGE AT INTERCEPT = 616.44
 REMAINING VELOCITY = 897.33
 TIME OF FLIGHT = .648
 VULNERABLE AREA = 16.93
 KILL PROBABILITY = .690

TARGET POSITION AT TIME OF FIRE
 X = 1899.78 Y = 300.00 Z = 200.00
 TARGET POSITION AT TIME OF INTERCEPT
 X = 1500.00 Y = 300.00 Z = 200.00
 RANGE AT INTERCEPT = 154 6.44
 REMAINING VELOCITY = 578.56
 TIME OF FLIGHT = 1.948
 VULNERABLE AREA = 7.23
 KILL PROBABILITY = .163

위의 출력결과를 보면 사거리 500m의 경우의 살상 확률은 .690으로 사거리 1,500m의 경우의 .163보다 우수함을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구는 대공 무기 체계의 표적 살상 확률 산정을 위한 간편한 방법과 이를 위한 전산 프로그램을 개발하였다. 단발 및 동시 다발시의 살상 확률 산정을 위한 방법을 보였다. 이를 위하여 3단계의 과정을 거쳐서 표적 살상 확률을 산정 하는 전산 프로그램을 개발하였다.

- 표적과 탄두간의 조우위치 및 상대속도산출
- 표적의 취약 면적 산출
- 표적의 명중 및 살상 확률 산정

본 모델의 응용을 위하여 동일 표적과 무기 체계의 조건에서 먼저 취약 면적에 따른 살상 확률을 산 정하여 비교하였으며 다양한 표적 및 무기 체계의 조건에서 표적의 살상 확률을 산 정 하는 Sample 출력을 보였다.

참고문헌

1. A.D.Groves, "A Method for Obtaining Probabilities of Various Types of Kill on Multiple-Component Targets," AMSAA Technical Memorandum No.87, Sep. 1970.
2. J. R. Miller, "Interim Report on the Sensitivity Analysis of Fragment Vulnerability Simulation Models," Rep. NWC TP 5421, NWC, Oct. 1972.
3. C. Candland, G. Kuel, "A Survey of Models Used within the Vulnerability Laboratory," "BRL Memorandum Rep. No. 2434, Jan. 1975.
4. 황 홍석외 2명, "유도무기체계 효과분석 연구(명중률/살상확률 중심)", ADD Rep. MSRD-414-91007, 1990.1.
5. 황 홍석외 3명, "Missile System의 생존성과 방어체계의 최적구성에 관한 연구", ADD Rep. MSDC-415, 1993.1
6. Robert M Macfadzean and James M. Johnson "Surface -Based System Analysis: Software and User's Guide", Artech House, Inc., 1992.
7. David K. Barton and William P. Barton "Modern Radar System Analysis Software and User's Manual Ver.2.0", Artech House, Inc., 1992.
8. Albert G. Huizing and Arne Theil, "CARPET : Computer-Aided Radar Performance Evaluation Tool Software and User's Manual Vers. 1.0", Artech House, Inc., 1992.