

## 심장의 수축 및 이완기에서의 좌심실 벽 움직임 시뮬레이션†

최수미 · 김명희

이화여자대학교 컴퓨터학과

## The left ventricle wall motion simulation during systolic and diastolic stages of the heart

Soo-Mi Choi · Myoung-Hee Kim

Dept. of Computer Science and Engineering, Ewha Womans University

### 요 약

심장의 수축 및 이완기에서의 좌심실 벽 움직임은 허혈 및 심근경색증과 같은 심장질환에서 영상적 진단의 중요한 특징이다. 심장은 동적 기관으로써 진단을 위해서는 속도와 같은 4차원 파라미터의 추정이 필요하다. 본 논문에서는 심장의 좌심실 형태 및 움직임을 모델링하여 동적으로 가시화 하는 방법을 제시한다. 본 논문에서는 좌심실을 Dynamic Gaussian Blob 모델로 근사화하였다. 이 모델은 가우시안 함수 기반 FEM 요소와 superellipsoid를 통합한 것으로, 좌심실의 형태 및 벽의 움직임을 물리기반 방법에 의해 묘사할 수 있다. 즉, 일련의 영상들로부터 좌심실 벽에 대응되는 3차원 점들을 추출한 후 이 점들에 작용되는 힘에 의해 박동하는 좌심실의 움직임을 추적한다. 이와 같은 좌심실 벽 움직임 시뮬레이션은 심장 움직임에 이상이 있는 질환의 진단을 위한 빠르고 간편한 보조 도구로써 사용되어질 수 있다.

### 1. 서론

심장은 산업 국가에서 가장 심각한 병중의 하나로써 전체 질환자의 약 50%는 심혈관(cardiovascular) 질환이고, 뒤를 이어 악성종양이 20%를 차지하고 있다. 현재 일반 병원의 심장질환 진단 및 치료는 심장내과 또는 방사선과 전문의들의 판단 및 수작업에 의한 측정이 주를 이루고 있다. 그러나 고속·대용량 컴퓨터의 대중화로 의료영상과 같은 대용량 자료를 고속으로 처리할 수 있을 뿐만 아니라 비용면에서도 구입 가능하게 되어, 일반 컴퓨터를 이용한 진단 보조 역할의 중요성이 높아지고 있다. 본 논문에서는 심장의 수축 및 이완기에서 좌심실 내벽 움직임을 시뮬레이션 함으로써 허혈이나 심근경색증처럼 움직임에 이상이 있는 심장질환의 진단을 돋기 위하여 좌심실의 3차원 형태를 정확히 모델링하고 일련의 3차원 의료영상으로부터 그 움직임 추적할 수 있는 방법을 제안한다. 2장에서는 유한요소기법에 대한 기본적인 이론을 설명하고, 3장에서는 좌심실 벽 움직임 시뮬레이션을 위한 처리 단계를 자세히 설명한다. 4장에서는 제안된 모델을 이용한 결과 영상을 5장에서는 결론 및 향후 연구를 제시한다.

### 2. 유한요소기법

유한요소기법(Finite Element Method : FEM)은 평형 수식(equilibrium expression)을 만족시키는 연속 함수를 근사하기 위해서 많이 사용되어진다. 이 방법에

서 하나의 물체(object)는 이산 노드점(discrete node points)들에서 연결된 요소(elements)들로 나누어지고, 전체 시스템은 원하는 함수를 각 요소에서의 보간(interpolation) 또는 형태 함수(shape functions)라 불리는 함수의 유한 합으로 표현함으로써 이산화 되어진다. 유한요소기법의 주된 장점은 표면 보간(surface interpolation)으로써 Galerkin 방법을 사용한다는 점이다. 즉, 한 점에서의 변위(displacement)와 물체 내의 다른 모든 노드들의 상대적인 변위를 연관시키는 보간 함수에 의해 시스템이 표현되어질 수 있다. 이와 같은 특성은 전체 표면에 대한 형태(shape) 및 탄성(elastic property) 분석(analytic characterization)을 제공할 수 있을 뿐만 아니라 비정규적인 특징점(feature points) 챔플링 문제를 완화 할 수 있다[1].

일반적으로 각 요소에 대한 보간 함수는 다음과 같은 벡터 식으로 쓰여진다.

$$u(x) = H(x)U \quad (1)$$

여기서  $H$ 는 보간 행렬이고,  $x$ 는 요소 내에서 변위를 측정하려는 점의 지역 좌표이다.  $U$ 는 각 요소 노드에서의 변위 벡터를 의미한다.

각 물체가 동적인 평형 형태(dynamic equilibrium shape)를 유지시키려는 방향으로 움직인다면 다음과 같은 동적 평형 방정식(dynamic equilibrium equation)을 적용할 수 있다.

† 본 연구는 1997년 정보통신부 정보통신기술 국제공동연구지원사업에 의해 수행되었습니다.

$$MU' + DU + KU = R \quad (2)$$

$R$ 은 각 특징점과 물체 표면 사이의 스프링 힘(spring force)에 해당하고  $M$ ,  $D$ ,  $K$ 는 각각 질량(mass), 제동(damping), 경직(stiffness) 행렬을 가리킨다. Pentland은 모달 분석(modal analysis)을 이용하여 변형 객체의 동역학을 위한 보다 간단한 수식을 개발하였다[2]. 즉, (식 2)에서 질량, 제동, 경직 행렬이 주어질 때 다음과 같은 행렬  $\phi$ 와 대각 행렬  $\lambda$ 가 존재한다.

$$K\phi = \lambda M\phi \quad (3)$$

$\phi$ 의 열들은  $M$ 과  $K$ 의 일반화된 고유벡터(generalized eigenvectors)들이고  $\lambda$ 의 대각 요소들은 일반화된 고유값(generalized eigenvalues)들이다.  $M$ 과  $K$ 는 보통 symmetric positive definite 이므로 늘 다  $\phi$ 에 의해 대각화 되어질 수 있다.

$$\phi^T M \phi = \tilde{M}, \quad \phi^T K \phi = \tilde{K} \quad (4)$$

(식 4)에서  $\tilde{M}$ 과  $\tilde{K}$ 는 대각행렬이다.  $D$ 는  $M$ 과  $K$ 의 선형 조합(linear combination)이므로 이 또한  $\phi$ 에 의해 대각화될 수 있다. (식 2)에  $\phi^T$ 를 곱하고

$U = \phi \tilde{U}$ 변환을 사용하여 다음과 같은 식을 유도할 수 있다. (식 5)에서  $\tilde{R} = \phi^T R$  정의하면 (식 6)이 유도된다.

$$\begin{aligned} \phi^T M \phi \tilde{U}' + \phi^T D \phi \tilde{U} + \phi^T K \phi \tilde{U} &= \phi^T \tilde{R} \\ \tilde{M} \tilde{U}' + \tilde{D} \tilde{U} + \tilde{K} \tilde{U} &= \tilde{R} \end{aligned} \quad (6)$$

### 3. 좌심실 벽 움직임 시뮬레이션

본 장에서는 좌심실 내벽의 움직임을 시뮬레이션하기 위한 방법으로 좌심실을 고무와 같은 탄성을 지닌 Blob 형태로 간주하고 기하학적 정보와 물리적 정보를 통합하는 Dynamic Gaussian Blob(DGB) 모델을 소개한다. 또한 이를 이용하여 동적으로 움직이는 좌심실을 추적(tracking)하는 방법을 설명한다.

#### 3.1 처리 단계

DGB 모델을 이용하여 좌심실 벽 움직임을 시뮬레이션하는 단계는 그림 1과 같다. 먼저, 환자의 심전도(electrocardiogram)에 동기화되어 획득한 3차원 영상들로부터 좌심실만을 분할한 후 삼각화된 표면으로부터 3차원 특징점들을 추출한다. DGB 모델 초기화를 위해 시각  $T=0$ 에서는 중심점이 무게 중심에 위치하고 주축(principal axes)에 의해 회전된 superellipsoid를 생성한다. Superellipsoid로 근사된 초기 기하학적 형태로부터 물리적인 힘에 의해 움직이는 DGB 모델은 초기 모델 위에 FEM 노드들을 겹쳐 놓음으로써 기하학적 정보와 물리적 정보를 통합한다. 초기 DGB 모델은 superellipsoid의 파라메트릭 방정식(parametric

equation)을 이용하여 균일하게 삼각화 되어진 후, 기분할된 좌심실 표면으로부터 추출된 3차원 특징점들과 DGB 모델의 점들간의 매칭을 위한 대응 관계를 결정한다. 좌심실이 동적인 평형 형태를 유지시키려는 방향으로 움직인다고 가정하고 (식 2)의 동적 평형 방정식을 이용한 유한요소법을 적용한다. 즉, 질량, 제동, 경직 행렬을 계산하고 mode shape vectors를 구한다. 시각  $T$ 에서의 DGB 모델을 3차원 특징점들로 적합(fitting)시키기 위해서는 weighted least square 방법으로 모달 진폭(modal amplitude)을 계산한 후 이를 노드 변위(nodal displacement)로 변환한다. 이 노드 변위를 이용하여 시각  $T$ 에서의 DGB 모델이 변형하여 3차원 특징점들로 적합하기 위한 계수를 구할 수 있다. 계산된 계수를 시각  $T$ 의 DGB 모델 위의 모든 점들에 적용하여 변형된 DGB 모델을 얻게 된다. 시각  $T$ 에서 변형된 DGB 모델은 시각  $T+1$ 의 좌심실 표면에서 추출된 3차원 특징점들의 무게 중심으로 중심점을 이동하고 새로이 계산된 주축에 의해 회전한다. 이동 및 회전된 DGB 모델은 시각  $T+1$ 에서의 시작 모델로 사용되어진다. FEM 노드 위치는 시각  $T$ 에서 계산된 변위에 따라 생긴된다.

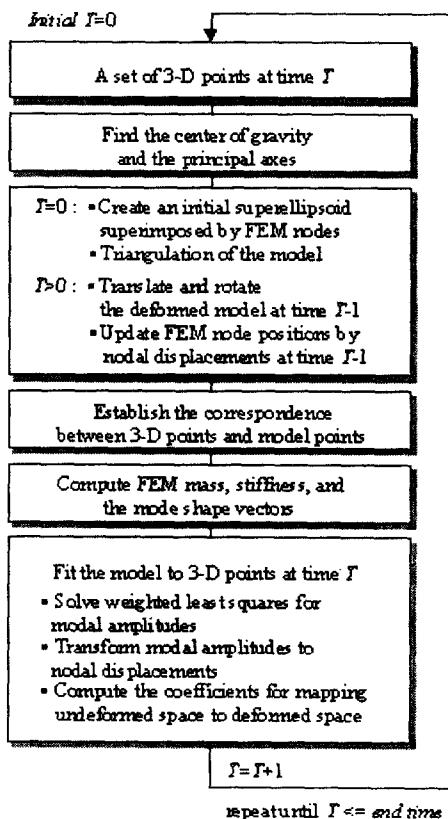


그림 1. 처리단계

### 3.2 Superellipsoid를 이용한 초기 모델 생성

본 논문에서는 심장의 좌심실을 닫힌 물체로 간주하고 초기모델로 간단한 superellipsoid를 사용한다. (식 7)은 사용된 superellipsoid의 파라메트릭 방정식이다.

$$\begin{aligned} x &= a \operatorname{sgn}(\cos w \cos n) |\cos w|^{\epsilon^1} |\cos n|^{\epsilon^2} \\ y &= b \operatorname{sgn}(\cos w \sin n) |\cos w|^{\epsilon^1} |\sin n|^{\epsilon^2} \\ z &= c \operatorname{sgn}(\sin w) |\sin w|^{\epsilon^1} \\ -\pi/2 &\leq w \leq \pi/2 \quad -\pi \leq n \leq \pi \\ \operatorname{sgn}() &: \text{sign function} \end{aligned} \quad (7)$$

초기 모델의 중심은 3차원 특정점들의 무게중심으로, 주축(principal axes)은 spatial covariance의 고유벡터로 결정한다. 초기 모델의 x, y, z 축으로의 크기는 계산된 회전 각도에 의해 특정점을 회전시키지 않은 상태로 변환한 후, 각 축 방향에서 최대 거리를 갖는 두 점 사이의 거리를 이용하여 계산한다.

### 3.3 좌심실 표면의 3차원 특정점과 DGB 모델 점들간의 대응관계 결정

현재 대부분의 의료영상화 방법들은 시간축상의 일련의 영상 간에 대응관계를 제공하지 못한다. DGB 모델에서는 가상의 스프링을 3차원 특정점과 모델 표면상의 점들 간에 부착함으로써 이러한 대응관계를 목적으로 설정한다. DGB 모델은 bi-directional closest match 방법으로 스프링을 부착한다. 첫 번째 단계에서는 각 특정점을 가장 가까운 DGB 모델의 점들로 매칭시킨다. 여러 특정점들이 같은 점으로 매칭 될 경우 대응점 위치를 계산하기 위해서 가중 평균법을 사용한다. 두 번째 단계로 매칭되지 않은 DGB 모델점들은 가장 가까운 3차원 특정점으로 같은 가중치 가지고 매칭된다.

### 3.4 물리기반 적합 및 추적

본 절에서는 DGB 모델의 적합 및 추적을 위한 물리기반 방법에 대해 설명한다. 유한요소기법의 주된 아이디어는 임의의 점에서 요소 변위들과 요소 상의 노드 점들의 변위를 보간 함수를 사용하여 직접 연관시켜 준다는 점이다. 이러한 보간 함수  $h_i$ 는 한 노드 점에서의 값이 1이면 다른 모든 노드 점들의 값은 0이 되는 특성을 가지고 있다. 일단 물체의 기하학적 모양과 원하는 정확도를 파악한 후 적절한 유한요소와 보간함수를 선택할 수 있다. 유한요소와 보간함수의 최적의 선택은 물체의 형태와, 자유도(degree of freedom), 정확도와 계산량 간의 trade-offs에 달려있다. 일반적으로 많은 노드들과 복잡한 보간함수로 된 요소들은 같은 정확도를 유지할 때 더 적은 수의 요소들을 필요로 한다.

DGB 모델로 좌심실을 적합하고 추적하기 위해서 먼저 초기 superellipsoid에서 점들을 샘플링하여 FEM 노드로 사용한다. 이때 샘플링의 수는 원하는 정확도에

따라 선택되어질 수 있다. 노드간의 보간함수는 (식 8)의 3차원 가우시안 기반 함수를 사용한다.

$$g_i(x, y, z) = e^{-[(x-x_i)^2/2\sigma_x^2 + (y-y_i)^2/2\sigma_y^2 + (z-z_i)^2/2\sigma_z^2]} \quad (8)$$

$a_{ik}$ 는 계수들로서 보간 계수 행렬은  $G^{-1}$ 이다.

$$G = \begin{bmatrix} g_1(x_1, y_1, z_1) & \cdots & g_1(x_m, y_m, z_m) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ g_m(x_1, y_1, z_1) & \cdots & g_m(x_m, y_m, z_m) \end{bmatrix} \quad (9)$$

질량과 경적 행렬은 다음과 공식들에 의해 구축된다.

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$M_{11} = M_{22} = M_{33}$$

$$M_{11ij} = \rho \int_V \sum_k a_{ik} a_{jl} g_k(x, y, z) g_l(x, y, z) dV$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$K_{12} = K_{21}, \quad K_{13} = K_{31}, \quad K_{23} = K_{32}$$

$$\begin{aligned} K_{11ij} &= \beta \int_V \sum_k a_{ik} a_{jl} \times \left[ \frac{\partial g_k}{\partial x} \frac{\partial g_l}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. + \xi \frac{\partial g_k}{\partial y} \frac{\partial g_l}{\partial y} + \xi \frac{\partial g_k}{\partial z} \frac{\partial g_l}{\partial z} \right] dV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{22ij} &= \beta \int_V \sum_k a_{ik} a_{jl} \times \left[ \xi \frac{\partial g_k}{\partial x} \frac{\partial g_l}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial g_k}{\partial y} \frac{\partial g_l}{\partial y} + \xi \frac{\partial g_k}{\partial z} \frac{\partial g_l}{\partial z} \right] dV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{33ij} &= \beta \int_V \sum_k a_{ik} a_{jl} \times \left[ \xi \frac{\partial g_k}{\partial x} \frac{\partial g_l}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. + \xi \frac{\partial g_k}{\partial y} \frac{\partial g_l}{\partial y} + \frac{\partial g_k}{\partial z} \frac{\partial g_l}{\partial z} \right] dV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{12ij} &= \beta \int_V \sum_k a_{ik} a_{jl} \times \\ &\quad \left[ \alpha \frac{\partial g_k}{\partial x} \frac{\partial g_l}{\partial y} + \xi \frac{\partial g_k}{\partial y} \frac{\partial g_l}{\partial x} \right] dV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{13ij} &= \beta \int_V \sum_k a_{ik} a_{jl} \times \\ &\quad \left[ \alpha \frac{\partial g_k}{\partial x} \frac{\partial g_l}{\partial z} + \xi \frac{\partial g_k}{\partial z} \frac{\partial g_l}{\partial x} \right] dV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{23ij} &= \beta \int_V \sum_k a_{ik} a_{jl} \times \\ &\quad \left[ \alpha \frac{\partial g_k}{\partial y} \frac{\partial g_l}{\partial z} + \xi \frac{\partial g_k}{\partial z} \frac{\partial g_l}{\partial y} \right] dV \end{aligned}$$

$\alpha, \beta, \xi$ 는 탄성(elasticity)과 poisson ratio[1]의

material's modulus함수이다. 질량과 경직 행렬을 계산한 후 mode shape vectors (eigenvectors)를 구하기 위해 일반화된 eigenproblem(식 2 참조)을 풀다. 그리고나서 가중 least square 방법에 의해 DGB 모델 전들을 3차원 특징점으로 적합시키는 modal amplitude(식 5에서  $\hat{U}$ )를 구한다. 이 modal amplitude는 노드 변위들로 변환되어진다(식 2의  $U$ ). 그리하여 변형되기 전의 모델 공간에서 변형된 노드 공간으로 맵핑시켜 주는 계수들을 계산한다. 이 계수들을 모델 전들에 적용하면 시각  $T$ 에서의 모델 상의 모든 점들의 변형되어진 변위를 계산해 낼 수 있다.

본 논문에서는 DGB 모델 결과를 3차원 isoparametric 유한요소를 사용한 결과와 비교한다. Isoparametric 유한요소는 natural 좌표계 ( $-1 \leq r \leq 1, -1 \leq s \leq 1, -1 \leq t \leq 1$ )에서 정의된 같은 보간 함수를 이용하여 요소 좌표의 보간값과 요소 변위를 구할 수 있다. 비교를 위해 사용된 27-node unit isoparametric FEM 요소는 그림 2와 같다.

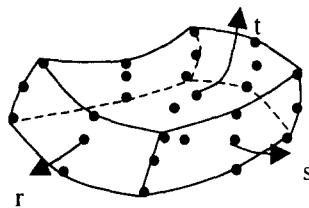


그림 2. 27-node 3D FEM 요소

위의 요소는 간단하여 초기 superellipsoid 점들을 좌심실에 대략적으로 빠르게 적합시키는데 사용될 수 있다. Isoparametric 유한요소 방법에서 질량과 경직 행렬은 보간 행렬  $H$ 로부터 (식 12)와 (식 13)에 의해 적절 계산되어진다.

$$M = \int_V \rho H^T H dV \quad (12)$$

$$K = \int_V B^T C B dV \quad (13)$$

$\rho$ 는 질량 밀도(mass density)이고  $C$ 는 물질(material)의 특별한 stress-strain law를 표현하는 material 행렬이다.  $B$ 는 strain 변위 행렬로써 각 행동의 값은 보간 행렬  $H$ 의 행들을 적절히 미분하고 조합함으로써 얻어진다[1].

#### 4. 실험 결과

본 장에서는 3장에서 설명된 DGB모델과 isoparametric 유한요소를 이용한 적합 및 추적 결과를 비교한다. 그림 3은 심장 수축 단계 영상에 대한 결과로써 첫 줄은 27-node unit isoparametric 요소를 이용

하여 매 시각에서 superellipsoid를 3차원 특징점들에 적합 시킨 결과이고 아래줄은 같은 영상에 대해 DGB모델에 의해 연속적으로 추적한 결과를 매 시각별로 보여준 것이다. DGB모델은 27-node unit isoparametric 요소를 이용한 방법보다 좌심실의 형태를 더 정확하게 묘사할 수 있을 뿐만 아니라 초기 모델로부터 연속적으로 좌심실의 움직임을 추적할 수 있다. 27-node isoparametric 요소를 이용한 방법은 매우 빠르게 좌심실의 형태를 적합시키지만 노드의 위치가 미리 고정되어 계산되어짐으로써 움직임의 추적이 아닌 매 시각에서의 새로운 초기 모델 생성에 의한 적합만 가능하다는 단점이 있다. 그럼 4는 그림 3의 아래줄과 같은 결과를 심장의 수축기 및 이완기에 대하여 3차원 렌더링된 결과를 보여준다.

#### 5. 결론 및 향후 연구

본 논문에서는 좌심실의 움직임을 효율적으로 추적할 수 있는 방법을 제안하고 이를 3차원에서 많이 사용되는 27-node unit isoparametric 요소를 이용한 방법과 비교하였다. 제안된 DGB 모델은 보간 함수로써 가우시안 함수를 사용함으로써 좌심실 움직임을 시간상에서 추적하는데 유용하고 심장의 움직임에 이상이 있는 질환에 대해 효과적으로 가시화 하는 것이 가능하다. 향후 연구로는 좌심실 질환 진단을 돋기 위해 움직임 크기를 색채 코딩하여 가시화 해주고 좌심실 불량 변화를 계량적으로 제시해 줌으로써 진단 보조로써의 가치를 높이는 방향으로 연구를 진행하고 있다.

#### 6. 참고문헌

- [1] K. Bathe, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, 1982.
- [2] A. Pentland and S. Sclaroff, Closed-Form Solutions for Physically Based Shape Modeling and Recognition, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. 13, no. 7, pp.715-729, 1991.
- [3] S. Sclaroff and A. Pentland, Modal Matching for Correspondence and Recognition, Technical Report Vision and Modeling TR-201, MIT, May 1993.
- [4] E. Bardinet, L. D.Cohen and N. Ayache, Tracking and motion analysis of the left ventricle with deformable superquadratics, Medical Image Analysis, vol. 1, no.2, pp.129-149, 1996.
- [5] J. Park and D. Metaxas, et al., Deformable Models with Parameter Functions for Cardiac Motion Analysis from Tagged MRI Data, IEEE Trans. on Medical Imaging, vol. 15, no. 3, 1996.
- [6] S. F.F.Gibson and B. Mirtich, A Survey of Deformable Modeling in Computer Graphics, MERL-A Mitsubishi Electric Research Laboratory TR-97-19, Nov. 1997.
- [7] J. Park and D. Metaxas, et al., Deformable Models with Parameter Functions for Cardiac Motion Analysis from Tagged MRI Data, IEEE Trans. on Medical Imaging, vol. 15, no. 3, 1996.
- [8] Soo-Mi Choi and Myoung-Hee Kim, Modelling of the Left Ventricle with a Dynamic Gaussian Blob

Model, International Conference on Visual Computing(ICVC99), pp. 289-293, 1999.

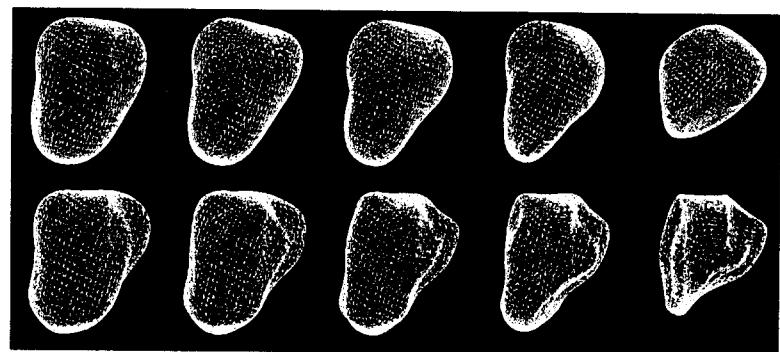


그림 3. 위 : 27-node isoparametric 요소를 이용한 적합 결과  
아래 : DGB 모델을 이용한 추적 결과 (심장의 수축 단계)

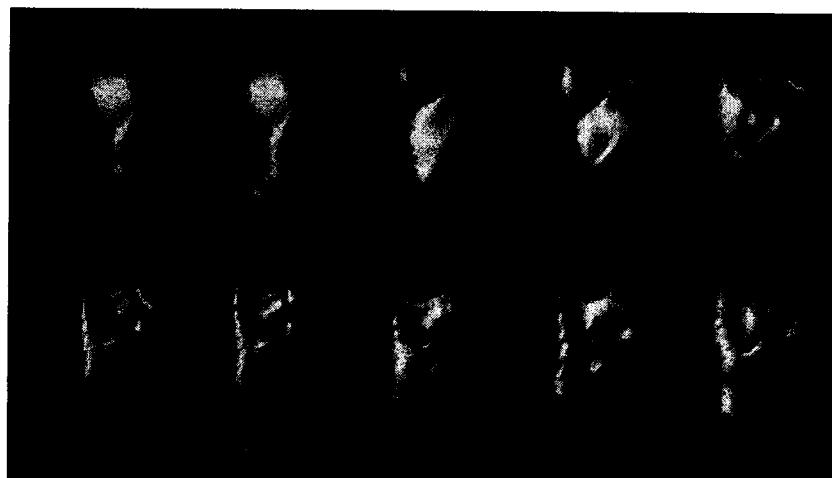


그림 4. 심장의 수축 및 이완기에서의 좌심실의 동적 가시화 (DGB 모델 사용)