

CDMA 환경하에서 최적화된 유사임의 코드 획득에 대한 연구 : 선형 공간적인 접근방법

장 승 용, 장 우 진, 김 운 경

고려대학교 전기·전자·전파공학부 통신신호처리 연구실
서울 성북구 안암동 5가 1번지 고려대학교
syjang@davinci.korea.ac.kr

On Optimal PN Code Acquisition in CDMA Communications Environment : A Vector Space Approach

Seung-Yong Chang, Woo Jin Jang, Woon-Kyung Kim

Communication Signal Processing Laboratory
School of Electrical Engineering, Korea University
Sungbuk-gu Anam-dong 5 Ga 1 Seoul, 136-701 Korea
syjang@davinci.korea.ac.kr

Abstract

Many of the currently used PN code acquisition algorithms detect the phase of the incoming PN signal on the basis of ML estimation principle and utilize statistics grounded in taking inner products.

As an extension of PN code acquisition algorithm using one auxiliary code introduced by Salih in 1996, we propose a more and optimal (hardware / time / space complexity wise) algorithm by using a vector space approach. We outline some important differences between our algorithm and that introduced by Salih and in the process point out some advantages of our algorithm.

I. 서론

현재 상용화되어 있는 CDMA 방식은 차세대 통신방

식인 IMT-2000 에서도 채택되고 있다. CDMA 방식은 전송할 신호가 PN(Pseudo-random) code라는 유사임의 부호에 의해 대역 확산됨으로써, 전송되는 신호를 수신자가 아닌 사용자에게는 잡음과 같이 인식되도록 하여 다른 이용자가 데이터를 검출하고 추출해 내는데 어렵도록 하고 잡음에 강하며 동일한 주파수 대역에서 다른 방식보다 더 많은 사용자를 확보할 수 있다는 특징을 가진다.

그러므로 CDMA 방식을 다른 방식과 구분 지어 주는 PN code 획득은 CDMA System 분석에 있어 매우 중요하다. 이러한 PN code가 충분히 임의성을 가져야 하지만, 수신자가 신호를 추출하기 위해서는 동일하고 동기가 맞는 PN code를 생성할 수 있어야 한다. 따라서 수신자가 받아들인 신호와 대역확산된 PN code와 동일하고 동기가 맞는 PN code를 생성하는 과정을 PN code 획득이라고 정의할 수 있다. 그런데 일반적으로 PN code의 길이가 상당히 길기 때문에 PN code를 획득하는데 있어 상대적으로 오랜 시간이 걸리게 된다. 따라서 이러한 PN code 획득에 걸리는 시간을 줄

이는 방법에 대한 연구가 활발히 진행 중이다. 본 논문에서는 기존의 알고리즘보다 PN code 획득에 걸리는 시간을 줄이기 위해 좀 더 연산 결과적인 면에서 최적화된 알고리즘을 제시하고자 한다.

PN code를 획득하는데 있어서 여러 가지 알고리즘이 있지만 지금 현재 CDMA 방식에서 널리 사용되고 있는 알고리즘은 더블 드웰(double-dwell) 알고리즘이다. 이 알고리즘은 받아들인 PN sequence의 일부분과 2^n-1 candidate PN sequence를 차례대로 partial correlation을 해준 후에 이 중에서 가능성 있는 candidate PN sequence와 받아들인 PN sequence를 충분히 correlation을 해줌으로써 받아들인 PN sequence를 알아내는 알고리즘이다.

본 논문에서 새롭게 제안하는 PN code 획득 알고리즘은 새로운 reference code를 가지고 받아들인 PN sequence와 full(주기 $P=2^n-1$) correlation을 해줌으로써 받아들인 PN sequence를 알아내는 알고리즘이다. 이전의 방식과 연산횟수 면에서 비교해보면, 이전의 방식은 2^n-1 개의 candidate PN sequence가 필요하였으나 새롭게 제안하는 방식은 단 1개의 reference code만이 필요하다. 물론 이전의 방식이 partial correlation을 해주는 것에 비해 full correlation을 해주어야 하지만 전체적으로 보았을 때 내적 연산의 횟수가 획기적으로 줄어들을 기대할 수 있다.

II. Reference code를 이용한 새로운 PN code 획득 알고리즘

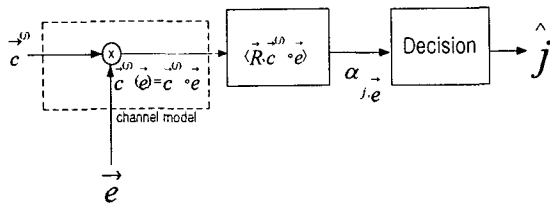


그림 1. Reference code를 이용한 새로운 PN code 획득 알고리즘 흐름도

본 논문에서 제안하는 PN code 획득 알고리즘은 reference code $\vec{R} = \sum_{i=0}^{2^n-2} a_i \vec{c}^{(i)}$ 와 수신된 PN code $\vec{c}^{(j)}$ ($\vec{e} = \vec{c}^{(j)} \cdot \vec{e} = (c_0^{(j)}e_0, \dots, c_{2^n-2}^{(j)}e_{2^n-2})$)와 full(주기 $P=2^n-1$) correlation을 해줌으로써 송신된 PN code, $\vec{c}^{(j)}$ 의 상대적 phase offset j 를 파악하는 알고리즘이다.

1. Reference code vector \vec{R} 의 설정 및 문제 분석

candidate PN code들의 집합 $\{\vec{c}^{(i)}\}_{i=0}^{2^n-2}$ 가 선형 독립적인 집합을 구성하므로 [7] 수신된 $\vec{c}^{(j)}$ 을 \vec{e} 를 내적 연산을 통해 획득하기 위해서는 \vec{R} 내에 $\vec{c}^{(j)}$ 의 합수로 존재하여야 한다. 따라서 $\vec{c}^{(i)}$, ($i=0, 1, 2, \dots, 2^n-2$)들의 linear combination으로 나타내준 \vec{R} 이 우리가 찾고자하는 최적화된 reference code임을 알 수 있다. 결국 reference code를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{R} = \sum_{i=0}^{2^n-2} a_i \vec{c}^{(i)}$$

효과적인 분석을 위하여 $\vec{c}^{(0)} = (c_0, \dots, c_{2^n-2})$ 를 i 만큼 왼쪽으로 cyclic shift한 code를 $\vec{c}^{(i)}$ 라고 정의하면 $\vec{c}^{(i)}$ 의 k 번째 요소는 $(\vec{c}^{(i)})_k = c_{i+k}$ 이고 2^n-1 개의 candidate PN code $\vec{c}^{(j)}$ 는 다음과 같이 나열될 수 있음을 알 수 있다 [6].

$$\begin{array}{l}
 [a_0] \quad \vec{c}^{(0)} = (c_0, \quad c_1, \quad c_2, \dots, c_{2^n-3}, \quad c_{2^n-2}) \\
 [a_1] \quad \vec{c}^{(1)} = (c_1, \quad c_2, \quad \dots, c_{2^n-3}, c_{2^n-2}, \quad c_0) \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 [a_{2^n-2}] \quad \vec{c}^{(2^n-2)} = (c_{2^n-2}, c_0, c_1, c_2 \dots c_{2^n-3})
 \end{array}$$

그림 2. PN code 순서배열

\vec{R} 은 잡음환경 하에 다음과 같은 평균 오류확률(average error probability)을 최소화 되도록 설정한다.

$$P_E = \sum_{j=0}^{2^n-2} E_z(p(\hat{j} \neq j | \vec{c}^{(j)} \text{ sent})) p(\vec{c}^{(j)} \text{ sent}) \quad (1)$$

그림 1.에서 $\langle \vec{R}, \vec{c}^{(j)} \cdot \vec{e} \rangle$ 값을 구해보면

$$\begin{aligned}
 &\langle \vec{R}, \vec{c}^{(j)} \cdot \vec{e} \rangle \\
 &= \langle \vec{R}, \vec{c}^{(j)} \cdot \{(1, 1, \dots, 1) - 2(0, 0, \dots, 0, 1, 0)\} \rangle \\
 &= \langle \vec{R}, \vec{c}^{(j)} \rangle - 2 \sum_{k=0}^{2^n-2} (\vec{R})_k (\vec{c}^{(j)})_k \\
 &\quad \quad \quad k: \text{places of error}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (a_j \cdot 2^n - \sum_{i=0}^{2^n-2} a_i) \\
 &\quad - 2 \sum_{k=0}^{2^n-2} \left(\sum_{i=0}^{2^n-2} a_i \vec{c}^{(i)} \right)_k \left(\vec{c}^{(j)} \right)_k \\
 &\quad \quad \quad k: \text{places of error} \\
 &= (a_j \cdot 2^n - \sum_{i=0}^{2^n-2} a_i) \\
 &\quad - 2 \sum_{k=0}^{2^n-2} \vec{c}^{(j)}_k \left[2 \sum_{\substack{i=0 \\ c_{i+k}=1}}^{2^n-2} a_i - G \right] \\
 &= (a_j \cdot 2^n - G) \\
 &\quad - 2 \sum_{k=0}^{2^n-2} \vec{c}^{(j)}_k \left[2 \sum_{i \in \mathcal{D}_{-k}} a_i - G \right] \quad (2) \\
 &\quad \quad \quad k: \text{places of error}
 \end{aligned}$$

$$\Delta f_j + \delta_{j,\vec{e}} \stackrel{\Delta}{=} \alpha_{j,\vec{e}}$$

$$\begin{aligned}
 \text{여기에서 } G &= \sum_{i=0}^{2^n-2} a_i = \sum_{\substack{i=0 \\ c_i=1}}^{2^n-2} a_i + \sum_{\substack{i=0 \\ c_i=-1}}^{2^n-2} a_i = \\
 &= \sum_{i \in \mathcal{D}} a_i + \sum_{i \in \mathcal{D}^c} a_i, \quad \mathcal{D} = \{i \mid c_i = 1\}, \{i \mid i+k \in \mathcal{D}\} \\
 &= \mathcal{D}_{-k}, \quad \sum_{\substack{i=0 \\ c_{i+k}=1}}^{2^n-2} a_i = \sum_{\{i \mid i+k \in \mathcal{D}\}} a_i = \sum_{i \in \mathcal{D}_{-k}} a_i = \sum_{i \in \mathcal{D}} a_{i-k}
 \end{aligned}$$

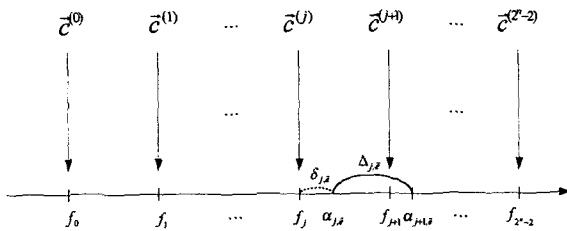


그림 3. 수신된 code vector 와 reference code vector 와의 내적 연산 값 관계에 대한 그림

$$\begin{aligned}
 \Delta_{j,\vec{e}} &= \alpha_{j+1,\vec{e}} - \alpha_{j,\vec{e}} = (a_{j+1} - a_j) \cdot 2^n \\
 &\quad - 2 \sum_{k=0}^{2^n-2} \left(\vec{c}^{(j+1)} - \vec{c}^{(j)} \right)_k \left[2 \sum_{i \in \mathcal{D}_{-k}} a_i - G \right] \\
 &\quad \quad \quad k: \text{places of error}
 \end{aligned}$$

위의 그림 3 에서 f_j , $\delta_{j,\vec{e}}$ 및 $\Delta_{j,\vec{e}}$ 는 내적 연산 후의 deterministic, random part 및 neighboring decision region의 중심점간의 거리를 의미한다

2. 해석 및 문제 분석

위 식(1)의 $P_E = \sum_{j=0}^{2^n-2} E_e(p(\hat{j} \neq j \mid \vec{c}^{(j)} \text{ sent}))$ 는 a_i 및 수신기의 decision region의 복잡한 함수이지만 P_E 를 최소화시키는 a_i 및 이에 해당하는 $\vec{R} = \sum_{i=0}^{2^n-2} a_i \vec{c}^{(i)}$

는 그림 2 선상에서 쉽게 해석됨을 알 수 있다.

3. 채널모델이 Gaussian 모델일 경우 \vec{R} 의 설정

기존의 논문 [5]에서는 \vec{R} 의 설정에 있어서 명확한 기준이 없었는데 반하여, 이번 논문에서는 reference code \vec{R} 가 P_E (error probability)를 최소화 되도록 최적으로 설정해 주기 위한 분석의 토대를 마련하였다.

$\vec{c}^{(j)}$ 와 $\vec{c}^{(j+1)}$ 가 송신되었을 때 $\delta_{j,\vec{e}}$ 및 $\delta_{j+1,\vec{e}}$ 이 동일한 Gaussian 또는 symmetric unimodal 확률 분포를 갖는다면, decision region의 범위를 $\frac{f_j + f_{j-1}}{2} \leq \alpha_{j,\vec{e}} < \frac{f_j + f_{j+1}}{2}$ 과 같이 정해주는 것이 P_E 를 최소화함을 쉽게 알 수 있다 [1]. 이 때, a_i 들을 서로 일정한 간격을 두도록 $a_i = i$ 와 같이 정해주는 것이 P_E 를 최소화하는 것을 아래와 같은 과정을 통해 보일 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P_E &= \sum_{j=0}^{2^n-2} E_e(p(\hat{j} \neq j \mid \vec{c}^{(j)} \text{ sent})) p(\vec{c}^{(j)} \text{ sent}) \\
 &= \frac{1}{2^n} \sum_{j=0}^{2^n-1} p(\text{error} \mid \vec{c}^{(j)} \text{ sent}) \\
 &= \frac{1}{2^n} \left[2 \sum_{i=1}^{2^n-1} Q \left(\frac{(a_i - a_{i-1}) 2^n}{2\sigma} \right) \right] \quad (3)
 \end{aligned}$$

식 (3)에서 $\frac{\partial P_E}{\partial a_i} = 0$ 으로 놓고 풀어주면

$a_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{2}$ 이다. 따라서 $a_i = i$ 는 P_E 를 최소화시킨다.

또한 기존의 논문 ($a_i = [(2^{n-1} - 1) - |i|]$) [5]에서는 하나의 $\alpha_{j,\vec{e}}$ 값에 대하여 두 개의 \hat{j} 값이 할당되는데 반하여, 이번에 제안한 방식에서는 하나의 \hat{j} 값이 할당되므로 단 한번의 계산을 통해 코드 획득이 이뤄진다.

4. 분석에 토대한 최적 \vec{R} 설정 방법

모든 k 에 대하여 $[2 \sum_{i \in \mathcal{D}} a_{i-k} - G] = 0$ 으로 만드는 a_i 가 존재하면 $P_E = 0$ 이 되므로 최적화 되었다고 볼 수 있는데, $[2 \sum_{i \in \mathcal{D}} a_{i-k} - G] = 0$ 을 $XA = G$ 의 행렬 형태로 나타내었을 때 행렬 X 가 nonsingular하며, 이것을 만족하는 해 a_i 는 존재하지 않음을 아래와 같은 과정을 통해 보일 수 있다:

$$2 \times \begin{pmatrix} \frac{c_0+1}{2} & \frac{c_1+1}{2} & \dots & \frac{c_{2^n-2}+1}{2} \\ \frac{c_1+1}{2} & \frac{c_2+1}{2} & \dots & \frac{c_0+1}{2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{c_{2^n-2}+1}{2} & \frac{c_0+1}{2} & \dots & \frac{c_{2^n-3}+1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{2^n-3} \\ a_{2^n-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G \\ G \\ \vdots \\ G \\ G \end{pmatrix} \quad (4)$$

위의 식(4)에서 행렬 X에 $1 \times (2^n - 1)$ ones 행렬을 마지막 행에 추가시키면, $(2^n - 1) \times 1$ 열 벡터 \vec{G} 에서도 새로운 2^n 번째 요소인 G가 생겨난다.

$$\begin{pmatrix} \frac{c_0+1}{2} & \frac{c_1+1}{2} & \dots & \frac{c_{2^n-2}+1}{2} \\ \frac{c_1+1}{2} & \frac{c_2+1}{2} & \dots & \frac{c_0+1}{2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{c_{2^n-2}+1}{2} & \frac{c_0+1}{2} & \dots & \frac{c_{2^n-3}+1}{2} \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{2^n-3} \\ a_{2^n-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{G}{2} \\ \frac{G}{2} \\ \vdots \\ \frac{G}{2} \\ G \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_{2^n-2} \\ c_1 & c_2 & \dots & c_0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ c_{2^n-2} & c_0 & \dots & c_{2^n-3} \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{2^n-3} \\ a_{2^n-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ G \end{pmatrix} \quad (5)$$

위의 식 (5)를 $X'A=G$ 의 형태로 보았을 때 $X'(2^n \times 2^{n-1}$ 행렬)의 각 열벡터들 간의 내적은 0이므로 서로 직교하고, 따라서 선형독립이다.

\vec{G}' 의 차원이 2^n 인데 반하여 X' 의 $2^n - 1$ 개의 열벡터들이 span하는 차원은 $2^n - 1$ 이기 때문에, \vec{G}' 을 X' 의 열벡터들의 linear combination으로 나타낼 수는 없다. 위의 식(24)에서 X' 의 $2^n - 1$ 개 열벡터들의 linear combination으로 나타내어진, \vec{G}' 와 가장 가까운 (linear approximation) 열벡터를 \vec{G}'' 라고 하면,

$$\vec{G}'' = \sum_{i=0}^{2^n-2} a_i \vec{c}'^{(i)}, \quad a_i = \frac{\vec{G}' \cdot \vec{c}'^{(i)}}{|\vec{c}'^{(i)}|^2} = \frac{G}{2^n} \quad (\forall i)$$

$$\vec{G}'' = \sum_{i=0}^{2^n-2} a_i \vec{c}'^{(i)} = \frac{G}{2^n} \sum_{i=0}^{2^n-2} \vec{c}'^{(i)}$$

$$= -\frac{G}{2^n} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ -(2^n - 1) \end{pmatrix}$$

$\vec{G}' \neq \vec{G}''$ 이므로 \vec{G}' 을 X' 의 열벡터들의 linear combination으로 나타낼 수는 없음을 보였고, $[2 \sum_{k=0}^{2^n-2} a_{i-k} - G] = 0$ 을 $XA=G$ 의 matrix 형태로 나타내었을 때 이것을 만족하는 해 a_i 는 존재하지 않음을 보였다.

III. 결론 및 추후 연구

본 논문은 기존의 알고리즘보다 PN code 획득에 걸리는 시간을 줄이기 위해 reference code \vec{R} 을 이용한 알고리즘을 제시하였다. P_E 를 최소화시키는 a_i 및 이에 해당되는 $\vec{R} = \sum_{i=0}^{2^n-2} a_i \vec{c}'^{(i)}$ 를 구하기 위한 분석의 토대를 마련하였다. 또한 채널이 Gaussian 모델 일 경우, 최적의 a_i 로써 $a_i = i$ 에 대한 성능을 평가하였다. 앞으로 decision region을 결정해주는 대신에 a_i 로부터 간단한 연산을 통하여 j 을 얻는 방법에 대하여 연구가 지속되어야 한다.

Acknowledgement

본 논문은 현대전자(주)의 지원으로 수행된 산학연 구과제 "PCS 기술연구개발"의 결과와 정보통신부 지원으로 수행된 "코드분할접속(CDMA) 의사잡음(PN)코드 및 월쉬(Walsh)코드를 포함한 직교코드 획득에 관한 연구"의 결과 중 일부입니다.

참고문헌

- [1] John G. Proakis, "Digital Communication", McGraw-Hill Third Edition, 1995
- [2] Andrew J. Viterbi, "CDMA-Principles of Spread Spectrum Communication", Addison-Wesley Publishing Company, 1995.
- [3] Jhong Sam Lee and Leonard E. Miller, "CDMA Systems Engineering Handbook", Artech House Publishers, 1998
- [4] "Mobile Station-Base Station Compatibility Standard for Dual-Mode Wideband Spread Spectrum Cellular System IS-95-A", Ballot Version, 1995.
- [5] Murat Salih, Sawasd Tantaratana, "A Closed Loop Coherent Acquisition scheme for PN Sequences Using an Auxiliary Sequence", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol.14, NO.8, OCTOBER, 1996.
- [6] Woonkyung Kim, "Unified ML Approach to Acquisition of PN Codes", J.Info.&Comm. Tech., vol 7, pp.51-57, 1997.
- [7] 장우진, 김현정, 송문호, 김운경 "최적화된 PN Code Acquisition에 대한 연구", 대한전자공학회 하계학술대회, pp23-25, 1998.
- [8] Chi-Tsong Chen, "Linear System Theory and Design", Saunders College Publishing, 1984