

## CMA 를 이용한 적응 간섭신호 제거기의 수렴 분석

임상훈, 오정호, 우승원, 유차희, 신양수, 이충용\*

현대전자산업주식회사 통신시스템본부

Phone: +82-336-639-6965, Fax: +82-336-639-6983

\* 연세대학교 전기·컴퓨터공학과 음향, 음성 및 신호처리 연구실

### Convergence Analysis for Adaptive Interference Canceller Using CMA

Sang-Hoon Lim, Jeong Ho Oh, Seung Won Woo, Cha Hee Yoo, Yang-soo Shin and Chungyoung Lee\*

Telecommunication System Division, Hyundai Electronics Industries Co. Ltd.

E-mail: slim99@hei.co.kr

\* ASSP Lab., Dept. of Electrical and Computer Eng., Yonsei Univ.

#### ABSTRACT

CDMA receiving algorithms, such as single/multi user detector and smart antenna system which have been proposed to suppress ISI and MAI, still suffer from the residual interferences among the output signals. A blind adaptive CMA post-processing technique, which is able to suppress the residual ISI and MAI symbol-by-symbol was proposed. It can be easily applied to any conventional detector at the expense of a small amount of additional computations. In this paper, a solution for the convergence problem of proposed method is proposed and analyzed. Through computer simulations it was shown that the proposed method has stable convergence property and good performance in BER.

#### 1. 서론

CDMA와 같은 다중 접속 무선 통신 방식에서는 다중경로 페이딩으로 인한 심벌간 간섭신호(Inter-Symbol Interference: ISI)와 다중 사용자 접속으로 인한 다중 접속 간섭신호(Multiple Access Interference: MAI)가 발생하게 된다. 이러한 간섭신호들을 제거하여 원하는 사용자의 신호를 효율적으로 검출하기 위해서 많은 방법들이 연구되어지고 있다. 그러나 이러한 여러 수신 알고리즘을 통하여 검출한 신호에도 여전히 다중 접속 간섭신호와 심벌간 간섭신호의 영향이 남아있다. 사용된 알고리즘에 따라 다르지만 이러한 간섭신호의 영향으로 각 사용자의 BER 성능이 떨어지게 된다. 이렇게 기존의 검파기를 통과하고도

여전히 남아있는 여러 간섭신호들을 제거하여 시스템의 성능을 높이기 위하여 기존의 검파기에 새롭게 후처리단을 두어 남아있는 간섭신호들을 제거하는 간섭신호 제거기가 제안되었다[1]. 제안된 기법은 CMA (Constant Modulus Algorithm)를 이용한 것으로 심벌 단위로 잔존하는 간섭신호들을 제거하고 원하는 사용자 신호의 변동을 제거한다. CMA는 원래 통신 신호의 전송과정에서 발생하는 채널 왜곡에 의한 심벌간 간섭신호의 문제를 해결하기 위해 제안된 것으로, 신호의 일정 진폭을 갖는 성질을 이용하고, 학습 신호열을 사용하지 않는 블라인드 적응 필터링 기법이다[2]. 그러나 CMA는 그 비유함수의 특성 상 수렴 문제가 늘 까다롭고, 또한, CDMA 시스템처럼 일정 진폭을 갖는 다중 사용자의 접속으로 인한 간섭신호가 존재하는 경우에는 어떤 신호가 원하는 신호이고, 어떤 신호가 간섭신호인지를 분리해 내지 못한다[3]. 따라서 본 논문에서는 이렇게 제안된 CMA를 이용한 간섭신호 제거기의 수렴 특성을 연구하고, 적절한 계수벡터의 초기화를 통하여 CMA의 수렴문제를 해결할 수 있음을 증명하고 모의실험을 통하여 보였다.

#### 2. CMA를 이용한 간섭신호 제거기

CMA를 이용한 간섭신호 제거기를 채택한 전체 수신 알고리즘은 그림 1과 같이 두 단으로 나눌 수 있다. 두 번째 처리단에서 사용될 CMA는 단지 각 사용자별로 어느 정도 분리된 신호를 요구하기 때문에, 첫 번째 처리단은 어떤 알고리즘을 사용하든지 수신된 신호를 각 사용자별로 분리시키는 역할만을 하면 된다.

다중경로 페이딩이 일어날 때 한 심벌의 길이 이상의 시간 지연을 갖는 다중경로 신호는 무시할 수 있다는 가정을 하면, 첫 번째 단에서 임의의 알고리즘을 사용해서 사용자들의 신호를 분리할 때  $k$ 번째 사용자의  $n$ 번째 출력 신호는 식 (1)과 같이 표현될 수 있다.

$$y_k(n) = \alpha_{kk}(n)b_k(n) + \alpha_{kk,b}(n)b_k(n-1) + \alpha_{kk,f}(n)b_k(n+1) + \sum_{l=1, l \neq k}^K [\alpha_{ul,b}(n)b_l(n-1) + \alpha_{ul}(n)b_l(n) + \alpha_{ul,f}(n)b_l(n+1)] + n_k(n) \quad (1)$$

여기서  $K$ 은 전체 사용자의 수이고,  $\alpha$ 는  $k$ 번째 사용자의  $n$ 번째 신호를 검출하고자 할 때  $n$ 번째 심벌 주기 동안 각 간섭신호 성분의 양을 나타내는 것으로  $\alpha_{ul,b}(n)$ ,  $\alpha_{ul}(n)$ 와  $\alpha_{ul,f}(n)$ 는 각각  $l$ 번째 사용자의  $n-1$ ,  $n$ ,  $n+1$ 번째 심벌에 의해서 발생하는 간섭신호 성분의 양을 의미한다. 첫 번째 처리단에서 사용된 알고리즘에 따라  $\alpha$ 의 변화는 있어도 식 (1)의 형태는 변함없다.

또한, 첫 번째 단에서 사용된 알고리즘이 완벽해서 모든 신호를 간섭신호가 없이 잘 분리했다면  $\alpha_{kk}(n) = 1$ 이 되고,  $l$ 이 1부터  $K$ 까지  $k$ 가 아닌 어떤 값을 갖든지  $\alpha_{ul,b}(n) = \alpha_{ul}(n) = 0$ 이 되어 식 (1)은 첫째 항과 마지막 항만 남게 된다. 그러나 현재 존재하는 모든 알고리즘들은 간섭신호들을 모두 완벽하게 제거할 수 없으므로 두 번째 단, 즉, 후처리단을 통하여 간섭신호들을 더욱 제거하는 방법이 제안되었다[1].

이렇게 사용될 CMA 후처리단은 그림 2에서 그 구조를 볼 수 있다. 여기서의 각 계수들은 첫 번째 처리단의 출력 신호에서 간섭신호의 양을 추정하여 그것을 빼주는 역할을 담당한다. 첫 번째 처리단에서 각 사용자의 출력 신호를 세 심벌 주기동안 축적하면 다음과 같이 벡터 형태로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{y}(n) = [y_1(n+1) \dots y_K(n+1) : y_1(n) \dots y_K(n) : y_1(n-1) \dots y_K(n-1)]^T \quad (2)$$

그리고,  $3K$ 개의 성분으로 이루어진 계수 벡터는

$$\mathbf{w}_k(n) = [w_{k1f}(n) \dots w_{kKf}(n) : w_{k1}(n) \dots w_{kK}(n) : w_{k1b}(n) \dots w_{kKb}(n)]^T \quad (3)$$

이다. 그러면 두 번째 처리단의 출력, 즉, CMA 후처리단의 출력은

$$\mathbf{v}_k(n) = \mathbf{w}_k^T(n)\mathbf{y}(n), \quad (4)$$

이 되고, 비용함수와 에러 신호는

$$J_k = E \left[ (v_k^2(n) - 1)^2 \right] \quad (5)$$

$$e_k(n) = v_k(n)[1 - v_k^2(n)] \quad (6)$$

이 된다. 식 (5)의 비용함수를 최소화 하는 계수 벡터는 다음과 같이 각 심벌 주기마다 갱신된다.

$$\mathbf{w}_k(n+1) = \mathbf{w}_k(n) + \mu e_k(n)\mathbf{y}(n), \quad (7)$$

실제의 CMA를 이용하는 적응필터 구현시 일반적으로 쓰이는 스파이크 기반의 초기화를 본 논문에서는 사용한다[4]. 이 스파이크 기반의 초기화 방법은 등화기의 계수들 가운데 단 하나만이 0이 아닌 초기값을 가지고, 나머지 계수들은 모두 0의 초기값을 가지는 형태이다. 제안하는 방법에서 스파이크의 위치는 원하는 사용자에 의해서 결정되며, 따라서,  $k$ 번째 사용자의 초기 계수벡터는

$$\mathbf{w}_k(0) = [0 \dots 0 : 0 \dots 1 \dots 0 : 0 \dots 0]^T \quad (8)$$

이다. 여기서 1의 위치는  $(K+k)$ 번째 위치이다.

이와 같이 CMA 적응 알고리즘을 이용한 후처리단을 통해서, 계수벡터는 원하는 사용자 신호의 성분 외에 간섭신호들의 양을 추정하고 그것을 빼주는 역할과, 원하는 사용자 심벌의 변동을 추정하여 빼주는 역할을 수행함으로써 간섭하는 간섭신호들을 더욱 제거할 수 있다. 이와 같은 역할을 수행하기 위해 후처리단에서 요구하는 정보는 단순히 전체 사용자의 수이며,  $6K+3$ 의 스칼라 곱셈과,  $6K$ 의 덧셈만을 추가로 요구하게 된다.

### 3. 제안된 간섭신호 제거기의 수렴 분석

일반적인 CMA의 비용함수는 계수벡터  $\mathbf{w}$ 의 2차 함수 형태가 아니므로 적응 알고리즘의 수렴을 해칠 수 있는 여러 개의 정점들이 존재하며, 이를 CDMA 시스템에 적용하면 여러 개의 안정된 global minima가 존재한다. 따라서 CMA는 수렴문제와, 여러 사용자 신호의 구별문제를 안고 있다. 그림 3은 식 (5)의 비용함수를 계수벡터 중 원하는 사용자의 현재의 심벌에 해당하는 계수  $w_1$ 과 간섭 사용자의 현재의 심벌에 해당하는 계수  $w_2$ 를 제외한 나머지 계수는 모두 최적의 값에 수렴해있다고 가정하고 두 계수에 대해서 그린 것이다. 그림 3에서 알 수 있듯이 4개의 안정된 극소값을 가지므로 계수의 수렴문제가 중요하다. 따라서 제안된 CMA 적응 간섭신호 제거기가 정상적으로 동작하는지 실험해보기 전에 이런 수렴 문제와, 원하는 사용자 신호를 검출하는 'lock', 간섭 사용자 신호를 검출하는 'capture' 문제가 어떻게 되는가를 검토할 필요가 있다.

편의상 식 (1)에서의 잡음 성분  $n_k$ 는 생략하고,  $v_k$ ,  $\mathbf{w}_k$ ,  $\mathbf{g}_k$ 에서 사용자 첨자  $k$ 를 생략하여 식 (4)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{v}(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{y}(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{A}(n)\mathbf{b}(n) = \mathbf{g}^T(n)\mathbf{b}(n) \quad (9)$$

여기서 일반적인 검파기, 즉 첫 번째 처리단으로 사용된 검파기 출력  $\mathbf{y}$ 는 식 (1)의 표현처럼 각 간섭신호의 양을 나타내는  $\alpha$ 로 이루어진  $3K \times 5K$  행렬  $\mathbf{A}$ 와, 각 사용자의 5심벌 주기동안의 심벌로 이루어진  $5K$ 차원 벡터  $\mathbf{b}$ 로 분해될 수 있다. 이는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{A}(n) = \begin{pmatrix} A_r(n+1) & A_c(n+1) & A_s(n+1) & 0 & 0 \\ 0 & A_r(n) & A_c(n) & A_s(n) & 0 \\ 0 & 0 & A_r(n-1) & A_c(n-1) & A_s(n-1) \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{b}(n) = \begin{pmatrix} [b_1(n+2) \dots b_K(n+2)]^T \\ [b_1(n+1) \dots b_K(n+1)]^T \\ b_1(n) \dots b_K(n) \\ [b_1(n-1) \dots b_K(n-1)]^T \\ [b_1(n-2) \dots b_K(n-2)]^T \end{pmatrix} \quad (11)$$

여기서,

$$A_r(n) = \begin{pmatrix} \alpha_{u,r}(n) & \alpha_{e,r}(n) \\ \alpha_{e,r}(n) & \alpha_{e,r}(n) \end{pmatrix}, A_c(n) = \begin{pmatrix} \alpha_{c,r}(n) & \alpha_{e,r}(n) \\ \alpha_{c,r}(n) & \alpha_{e,r}(n) \end{pmatrix}, A_s(n) = \begin{pmatrix} \alpha_{u,s}(n) & \alpha_{e,s}(n) \\ \alpha_{e,u}(n) & \alpha_{e,s}(n) \end{pmatrix} \quad (12)$$

이다. 또한,  $\mathbf{g}$ 는  $5K$ 차원 벡터로 다음과 같이  $\mathbf{A}$ 와  $\mathbf{w}$ 로 이루어졌다.

$$\mathbf{g}(n) = \mathbf{A}^T(n)\mathbf{w}(n) = [g_1, g_2, \dots, g_{5K}]^T \quad (13)$$

식 (9)를 보면  $\mathbf{g}$ 의 성분들은 최종 CMA 후처리단 출력에서의 각 사용자들의 세 심벌주기 동안 각 심벌들의 진폭을 의미한다. 따라서 CMA 후처리단이 완벽히 간섭신호를 제거했다면 검출하고자 하는 사용자의 심벌 위치의 성분만이 1이 되고 나머지는 모두 0이 된다. 즉,  $\mathbf{g} = [0, \dots, 1, \dots, 0]^T$  이 된다. 여기서 1의 위치는  $(2K+k)$ 번째가 된다.

### 3.1 비용함수의 정점 분석

CMA 후처리단의 출력  $\mathbf{v}$ 를 식 (9)와 같이  $\mathbf{g}$ 의 함수로 쓰면 식 (5)의 비용함수는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$J(\mathbf{w}) = \Psi(\mathbf{g}) = E[(\mathbf{g}^T \mathbf{b})^2 - 1]^2 = E[(\mathbf{g}^T \mathbf{b})^4] - 2E[(\mathbf{g}^T \mathbf{b})^2] + 1 \\ = (\kappa - 3) \sum_{i=1}^{5K} g_i^4 + 3(\mathbf{g}^T \mathbf{g})^2 - 2(\mathbf{g}^T \mathbf{g}) + 1 \quad (14)$$

여기서 식 (11)에서  $\mathbf{b}$ 의 심벌들은 서로 통계적으로 독립된 성질을 가진다 가정했다. 또한,  $\kappa$ 는

$$\kappa = \frac{E[b_m^4]}{(E[b_m^2])^2}, \quad \text{for } m=1, 2, \dots, 5K \quad (15)$$

로서, 전송된 심벌의 정규화된 4차 모멘트를 의미하며, BPSK의 경우  $\kappa=1$ 이 된다. 이렇게 식 (14)와 같이 전개된 CMA 비용함수의 정점 주변에서의 곡률(curvature)을 나타내는 2차의 미분 행렬, 즉, 헤시안 행렬(hessian matrix)을 통해서 CMA 비용함수의 정점들의 성격에 대해서 알아볼 수 있다[5].

CMA 비용함수의 1차 미분은

$$\nabla_{\mathbf{g}} \Phi = 12(\mathbf{g}^T \mathbf{g}) - 4\mathbf{g} - 8[g_1^3, \dots, g_{5K}^3]^T \quad (16)$$

이고, 식 (20)이 0이 되는  $\mathbf{g}$ 의 해는 세 가지 형태로 나타난다. 그중

$$\mathbf{g} = [0, \dots, 0, g_m = \sqrt{1/\kappa}, 0, \dots, 0]^T, \quad \text{for } m=1, 2, \dots, 5K \quad (17)$$

인 경우에만 한 사용자의 한 심벌만을 검출하는 안정된 극소값을 비용함수가 가지게 된다[6].

### 3.2 'Capture'와 'Lock' 분석

한 사용자의 심벌만을 검출하는 안정된 정점을 갖더라도, 원하는 사용자의 원하는 심벌 대신에 다른 간섭신호의 심벌을 검출하게 되는 capture 현상이 일어날 수 있다. 이러한 capture 현상은 CMA 계수 벡터의 적당한 초기화에 의해서 막을 수 있는데, 이 절에서는 이에 대한 분석을 하겠다.

식 (7)에 식 (6)을 대입하면 다음과 같다.

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu(|v(n)|^2 - 1)v(n)y(n) \quad (18)$$

이 식의 양변에  $\mathbf{A}^T(i)$ 를 곱해주어  $\mathbf{g}$ 의 식으로 변환하면[6]

$$g_i(n+1) = \{1 - \mu[g_i^2(n) + 3g_i^2(n) - 1]\}g_i(n) \quad (19)$$

$$g_j(n+1) = \{1 - \mu[3g_i^2(n) + g_j^2(n) - 1]\}g_j(n) \quad (20)$$

의 갱신식을 얻음으로써  $g_1, g_2$ 의 초기값에 의해서 알고리즘의 capture와 lock 현상을 설명할 수 있다.  $g_1=1, g_2=0$ 이면 원하는 신호를 검출하게 되고,  $g_1=0, g_2=1$ 이면 간섭신호를 검출하게 된다. 식 (19), (20)에서  $g_1$ 의 증가 또는 감소를 일으키는 조건을 찾으면  $|g_1|, |g_2|$ 의 증가·감소의 영역으로 나타낼 수 있다[6]. 따라서, 초기값  $[|g_1(0)|, |g_2(0)|]$ 이 신호검출영역에 존재하도록 알고리즘이 초기화된다면 제안하는 알고리즘은 capture문제 없이 원하는 사용자와 간섭사용자의 신호를 검출할 수 있다.

그런데, 제안하는 CMA 후처리 기법에서 식 (8), (10), (12), (13)에 의해서

$$g_1(0) = \alpha_{1,1}(0) \\ g_2(0) = \alpha_{1,2}(0) \quad (21)$$

이 되는데, 실제로  $\alpha_{1,1} \approx 1, \alpha_{1,2} \approx 0$  이므로  $[|g_1(0)|, |g_2(0)|] \approx [1, 0]$ 으로 초기화되므로, 식 (8)처럼 계수 벡터가 초기화되면 제안하는 알고리즘은 원하는 사용자의 원하는 심벌을 정확히 검출할 수 있다.

## 4. 성능평가

본 절에서는 제안된 간섭신호 제거기의 안정된 수렴 특성을 보이고, CDMA 수신 알고리즘에 적용하여 그 성능 향상을 평가한다.

그림 4에서는  $w_1, w_2$  값에 대해서 비용함수의 등고선을 그린 것으로 올바르게 신호를 검출하게 될 때의 비용함수의 최소값은 \*의 지점이며,  $[w_1, w_2] = [1, 0]$ 으로 초기화되면 A지점에서 시작하여 최소값인 \*의 지점으로 수렴하는 것을 볼 수 있다.

비동기 CDMA 시스템에서 10명의 사용자 신호가 각각 확산 코드 칩 주기의 정수배로 임의의 시간지연을 갖으며, 임의의 전력과 임의의 입사각을 갖고 3개의 다중 경로를 통해 기지국 안테나에 수신되고 있다고 가정한다. 확산코드 길이는 63칩으로 하였을 때 SNR=30dB에서 제안된 기법을 정합필터에 적용했을 경우, 정합필터의 출력과  $\mu=0.005$ 일 때 제안된 간섭신호 제거기 출력의 성상도를 그림 5의 (a), (b)에서 비교할 수 있다.

그림 6에서는 정합필터와, RAKE 수신기 그리고 제안하는 CMA 후처리 기법을 정합필터와 RAKE 수신기에 적용했을 경우의 BER(Bit error rate) 성능 비교를 보여주고 있다. 제안하는 후처리 기법은 10명의 사용자가 있으므로, 단시 스칼라 급셀 63회와 덧셈 60회의 추가 연산량을 요구하며, 심벌단위로 적용적으로 수행된다. 그러나 이 후처리단을 거치게 되면 그 성능의 향상은 매우 큼을 그림 6에서 볼 수 있다

## 5. 결론

본 논문에서는 기존의 CDMA 수신 알고리즘을 사용해서 신호를 검출하여도 여전히 남아있는 간섭신호를 제거하여 더욱 향상된 BER 성능을 얻기 위해 제안된 CMA를 이용한 간섭신호 제거기의 수렴 특성을 분석하였다. CMA를 이동통신에 적용할 때 문제되는

capture 현상을 분석하여 제안된 기법이 안정된 수렴 특성을 갖는 것을 증명하였다. 제안된 기법을 CDMA 수신 알고리즘에 적용하여 성능을 평가한 결과, 기존의 정합 필터와 RAKE 수신기의 BER 성능을 향상시킴을 확인하였다.

참고문헌

- [1] 임상훈, 이충용, 윤대희, 차일환, "DS/CDMA 시스템에서 CMA를 이용한 적응 간섭신호 제거기" 한국통신학회 춘계 종합 학술대회 논문집, 1999년 7월.
- [2] D. N. Godard, "Self Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems", *IEEE trans. on Commun.*, vol. COM-28, no. 11, pp. 1867-1875, Nov. 1980.
- [3] J. R. Treichler and M. G. Larimore, "The Tone Capture Properties of CMA-Based Interference Suppressors", *IEEE trans. on ASSP*, vol. ASSP-33, no. 4, pp. 946-958, Aug. 1985.
- [4] C. Johnson, JR., P. Schniter, T. J. Endres, J. D. Behm, D. R. Brown, and R. A. Casas, "Blind Equalization Using the Constant Modulus Criterion: A Review", *Proc. of IEEE*, vol. 86, no. 10, pp. 1927-1950, Oct. 1998.
- [5] G. Strang, *Linear Algebra and Its Applications*, 3rd ed., Harcourt Brace & Company, 1988.
- [6] J. Miguez and L. Castedo, "A Constant Modulus Blind Adaptive Receiver For Multiuser Interference Suppression", *Signal Processing*, vol. 71, no. 1, pp. 15-27, Nov. 1998.

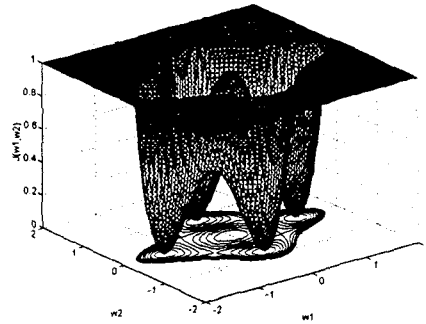


그림 3 CMA의 비용함수

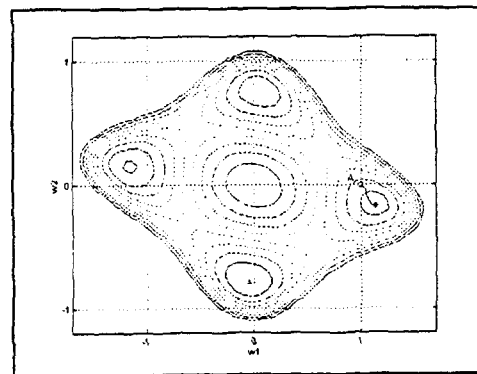


그림 4 CMA 비용함수의 등고선도와 계수의 수렴 궤적

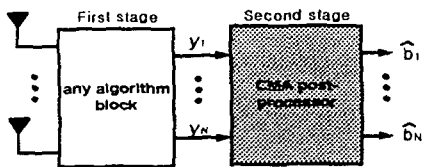


그림 1 제안된 2단 수신기

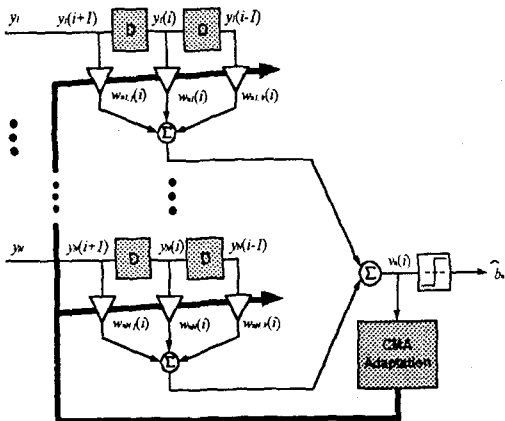


그림 2 CMA 후처리단의 구조

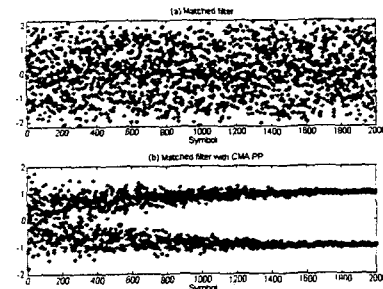


그림 5 CMA 간섭신호 제거기 전,후의 심별 성장도

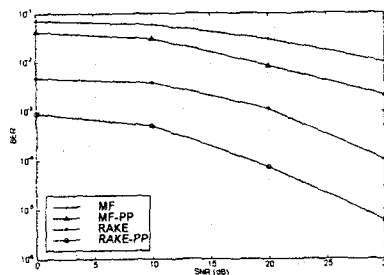


그림 6 CMA 간섭신호 제거기의 BER 성능 비교