

# 페이딩 채널에서 OFDM에 적용 가능한 TCM방식 비교분석

조기원\*, 박범대\*\*

한국방송공사\*, 한국전산원\*\*

전화 : (02) 398-9169 / 팩스 : (02) 734-2171

## A Comparisons of TCM schemes for OFDM in fading channel

Ki-Weon Cho\*, Bum-Dae Park\*\*

Korea Broadcasting System\*, National Computerization Agency\*\*

E-mail : note2me@hotmail.com / bdpark@nca.or.kr

### Abstract

In this paper, it was studied that the performance of OFDM transmission scheme was improved in fading channel by applying TCM, which has advantages of error correction and bandwidth efficiency.

Simulation was carried out for two TCM models with different code efficient length. By mapping two models to square 16QAM, the model with the code efficient length of 2 achieved 3dB better than the other for the BER of  $10^{-3}$ .

In conclusion, if we want to achieve a better performance with TCM in OFDM applications, we should select a TCM with larger code efficient length.

OFDM의 단점으로 지적되는 낮은 전송률(data-rate)에 대한 대안으로 대역효율이 좋은 M-ary QAM으로 변조를 하여 OFDM 전송방식의 성능을 알아보고 그 연관성을 유추한다.

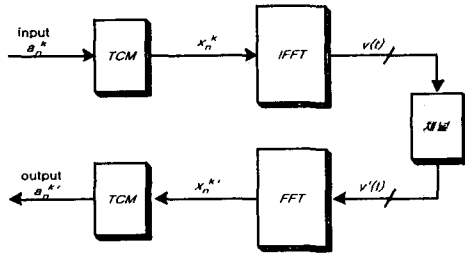
AWGN 채널에서는 유클리드 거리에 의한 부호화 이득이, 페이딩 채널에서는 코드의 유효길이가 성능에 크게 영향을 미치는 파라미터이다.<sup>[8][10]</sup> 이러한 근거를 바탕으로 유효길이가 다른 두 TCM 모델을 이용하여 전체 입력 비트에 대한 출력 비트의 에러를 비교하는 방식으로 단일 반송파일 경우와 OFDM을 적용할 경우의 성능을 분석하였다.

### I. 서론

OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)은 낮은 전송률을 갖는 다수의 반송파가 직교하여 중첩 배치되는 병렬처리 방식이다. OFDM은 광대역에 걸쳐 발생하는 주파수 선택성 페이딩 채널 환경을 좁은 주파수의 비선택성 페이딩 부채널로 변환하는데 이는 병렬형 복수 반송파 전송을 채용하기 때문에 가능하다.<sup>[3][4][6]</sup> 본 논문에서는 이동 통신 채널에 OFDM을 전송방식으로 이용할 경우 페이딩에 대한 영향을 확인하고, TCM을 부호화 방식으로 하여 구조에 따른 성능 등을 알아본다. 페이딩하에서 TCM의 주요한 성능요인인 코드의 유효길이에 중점을 두고 TCM을 설계하고,

### II. 시스템구성

[그림 1]에서 입력 데이터  $a_n^k$ 는 2진 신호열이며, 이러한 이진 신호는 TCM 부호화기(encoder)에서 부호화되고 16QAM 심볼로 사상(mapping)된  $x_n^k$ 신호는 병렬 신호로 변환되어 입력된다. 또한 IFFT 블록에서 OFDM 신호로 변환되어 다시 직렬신호로 변환된  $v_n^k$ 신호는 페이딩 채널을 통과하게 된다. 이러한 과정을 거쳐 전송된 신호는 송신과정의 역과정을 통해서 본래의 data로 검출되는데 본 연구에서는 인터리버, 저역통과필터, 등화기 등은 이상적인 경우라 가정하고 시스템을 구성하였다.



[그림 1] 시스템 블럭도

### III. OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)

OFDM은 직교 부반송파에 심볼을 블록(block) 단위로 병렬 전송하는 방식이다. 고속의 데이터를 저속의 병렬 데이터로 바꾸어서 FDM과 결합하는 형태인데, 주파수 선택성 페이딩 환경과 이동체의 이동 수신시의 도플러 효과에 대처하기 위해 OFDM에서는 페이딩 성분을 특정 심볼이 아닌 많은 수의 심볼로 분산시키는 방법을 채택했다.<sup>[6]</sup> 따라서 몇 개의 심볼이 집중적으로 파괴되는 것을 막고 대신 많은 수의 심볼이 조금씩 영향을 받게 만들어서 대부분의 데이터를 정확하게 복원한다.<sup>[7]</sup> 또한 보호구간을 이용함으로써 지연 신호에 대한 시스템의 영향을 줄일 수 있다.<sup>[5]</sup> 수식적으로 해석을 해보면 OFDM은 블록전송을 하기 때문에 심볼기간이  $T_s$ 인 직렬 입력 신호가 심볼 기간이  $T_p(=NT_s)$ 인  $N$ 개의 병렬 신호로 변환된다. 블록의 길이  $N$ 은  $NT_s \gg \sigma_r$ 인 값을 택하게 되는데, 여기서  $\sigma_r$ 는 채널의 지연 확산이다.<sup>[5][11]</sup> 각 부반송파의 심볼율은 직렬 입력 심볼율보다 훨씬 느리기 때문에 지연 확산의 영향은 크게 감소된다. 그러나 이 경우에도 여전히 연속적인 블록의 접침을 유발하는데 이 현상은 성능저하를 유발하는 심볼간 간섭(ISI)을 일으키고 이러한 ISI는 유효 채널 응답(effective channel impulse response)보다 더 긴 보호구간을 심볼 블록들 사이에 사용함으로써 제거할 수 있으나 채널용량의 손실을 감수해야 한다. 이러한 파라미터를 감안한 OFDM 신호의 포락선 수식은 다음과 같다.<sup>[3][4][6][7]</sup>

$$v(t) = A \sum_k \sum_{n=0}^{N-1} x_{k,n} \phi_n(t - kT_s) \quad (1)$$

여기서  $k$ 는 전송 심볼수이며  $\phi_n$ 은 직교 파형을 나타내고 식(2)와 같이 표현된다.

$$\phi_n(t) = \exp \left[ j \frac{2\pi(n - \frac{N-1}{2})t}{T_s} \right] U_T(t), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

여기서  $U_T(t)$ 는 window shaping function이다.

부반송파의 주파수 간격은  $1/T_s$ 이며, 부반송파들간의 직교성과 위상의 연속성은 유지된다. 병렬 변환된  $N$ 개의 data symbol들은  $N$ 개의 개별 펄스를 사용하여 전송된다. 본 연구에서 데이터 심볼  $x_{k,n}$ 은 16QAM 신호 점 배치로부터 구할 수 있다. 여기서  $x_{k,n}$ 은 다음과 같다.

$$x_{k,n} = x_{k,n}^I + jx_{k,n}^Q, \quad x_{k,n}^I, x_{k,n}^Q \in \{ \pm 1, \pm 3 \} \quad (3)$$

OFDM 신호의 전력밀도는 주파수상에서  $1/T_s$ 의 간격을 갖는 부반송파들의 개별적인 변조로부터 구할 수 있는데 부반송파들의 간격이  $1/T_s$  밖에 되지 않기 때문에 스펙트럼의 부엽(sidelobe)들은 겹치게 된다. zero mean 과 식 (5)와 같은 파형을 갖는 복소 포락선의 전력밀도(power density) 스펙트럼은 다음과 같다.

$$S(f) = \frac{A^2}{T_s} \sigma_x^2 \sum_{n=0}^{N-1} \left| \text{sinc} \left[ fT_s - \left( n - \frac{N-1}{2} \right) \right] \right|^2 \quad (5)$$

여기서  $\sigma_x^2 = \frac{1}{2} E[|x_{k,n}|^2]$  은 신호성좌(signal constellation)의 분산이다.

원하는 데이터 전송률을 유지하기 위해 긴 유효심볼 유지시간을 채용하면 반송파의 수가 증가하고 FFT 연산 크기가 증가하는 결과를 초래하는데 이동 통신에서와 같이 이동수신을 한다면 반송파의 간격은 도플러 편이보다 충분히 넓어야 한다.<sup>[3][5][11]</sup>

### IV. TCM(Trellis Coded Modulation)

TCM방식의 트렐리스 다이어그램에서 상태수는 부호화기의 메모리 수에 의존한다. 부호화기가  $\nu$ 개의 메모리를 갖는다면  $2^\nu$ 개의 상태수가 존재하고, 그에 따라 여러 파라미터 값들도 변한다. AWGN 채널에서의 트렐리스 부호화된 신호의 오류율은 길쌈코드에서와 같이 모든 다른 에러사건에 대하여 각각 에러 확률을 계산하고, 에러사건 확률의 합은 first-event error 확률에 대한 union bound를 이용하여 구한다.<sup>[8][10]</sup> 높은 SNR의 경우에 first-event error 확률은 다음 식과 같이 근사화 된다.

$$P_e \approx N_{free} Q \left( \sqrt{\frac{D_{free}^2}{2N_0}} \right) \quad (6)$$

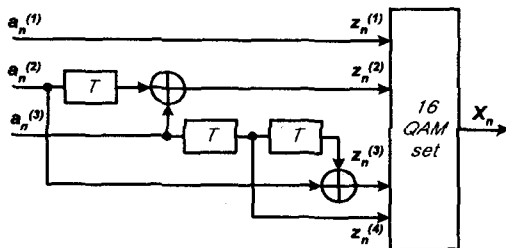
여기서  $N_{free}$ 는 거리  $D_{free}$ 를 갖는 신호열들의 수이다. 부호화 이득을 증가시키기 위해 보통  $D_{free}$ 에만 초점을 맞추는데, 많은 상태수를 갖는 TCM의 경우에는 큰  $N_{free}$ 를 갖기 때문에 전체적인 부호화 이득에서는 무시할 수 없다.<sup>[3][8][10][11]</sup> 이미 발표된 연구 자료를 참고하면 AWGN 채널에서 트렐리스 부호의 설계기준은 자승된 유클리드 거리  $D_{free}^2$ 이지만 레일리 페이딩 채널

에서 트렐리스 부호의 설계기준은 코드의 유효길이를 최대화해야 한다. 코드의 유효길이  $L$ 은 서로 다른 심볼의 최소수로 이 파라미터는 모든 가능한 에러 사건 중에서 가장 작은 길이를 갖는 에러사건으로 구하고 평균 에러 확률의 에러 곡선은  $(E_s/N_0)^{-L}$ 에 따라 변한다. 트렐리스의 병렬 천이는 코드의 유효길이를 1로 하여 가장 큰 성능저하를 유발한다. 결국 페이딩 채널에서의 TCM의 설계기준은 코드의 유효길이와 유클리드 거리를 극대화하는 것이다.<sup>[1][8][9][10]</sup>

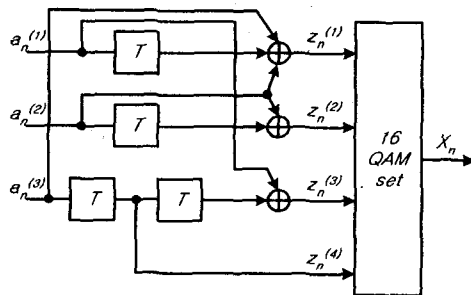
TCM 코드의 최대 유효길이는 입력 비트  $m$ 과 부호화기의 메모리수  $\nu$ 에 의존한다. 만약  $m$ 개의 비트가  $\nu$ 개의 메모리에서 각 시간마다 시프트 된다면 이러한 비트들은 최소한 기간  $\left\lfloor \frac{\nu}{m} \right\rfloor$  동안 부호화기의 메모리에 남게되고 두 코드는  $\left\lfloor \frac{\nu}{m} \right\rfloor + 1$  정수배의 기간후에 공통상태로 재유입 된다.  $[x]$ 는  $x$ 의 정수부분을 의미한다. 따라서 최대 유효길이  $L_{max}$ 는 두 개의 다른 경로에 대응하는 에러 사건의 가지들이 서로 다른 심볼들로 표시될 때 구해지며 아래의 식과 같다.<sup>[2][10]</sup>

$$L_{max} = \left\lfloor \frac{\nu}{m} \right\rfloor + 1 \quad (7)$$

본 연구에서 사용된 TCM 모델은 [그림 2]와 같으며 그에 따른 각각의 파라미터 값은 [표 1]과 같다.<sup>[3][10]</sup>



a) 상태수 8, 유효길이 1



b) 상태수 16, 유효길이 2

[그림 2] 모의 실험에 사용된 TCM 모델

[표 1] Parameters of Trellis coded QAM

상태수	부호화율 ( $k_1/k_1+1$ )	$D_{free}$	gain(dB) of 16QAM/unc oded 8QAM	asymptoti c coding gain(dB)	$L$	$L_{max}$ $\times$
8	2/3	$\approx 4.47$	3.98	3.98	1	2
16	3/4	$\approx 4.47$	3.98	3.98	2	3

### V. 채널모델

이동통신 시스템에서 다경로에 의한 페이딩 채널로 레일리 모델을 많이 사용하는데 모의 실험에서는 two-ray 레일리 model을 이용했다. 식(8)과 같이 하나의 직접파와 하나의 지연파가 각각 페이딩 필터를 통과한 신호로 구성되었다. 이 모델에 대한 순간 지연 프로파일  $C(t; \tau)$ , 도플러 스펙트럼 함수  $S_d(f)$ 는 아래와 같다.

$$C(t; \tau) = C_0(t)\delta(\tau) + C_1(t)\delta(\tau - \tau_1) \quad (8)$$

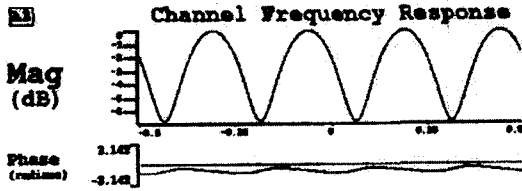
$$S_d(f) = \frac{b_{00}}{\pi f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_d}\right)^2}} \delta(\tau) + \frac{b_{01}}{\pi f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_d}\right)^2}} \delta(\tau - \tau_1) \quad (9)$$

$C_0(t)$ ,  $C_1(t)$ 는 복소 가우시안(complex gaussian) 분포를 갖는다. 일반적으로 도플러 주파수  $f_D$ 는 샘플링 주파수보다 매우 작기 때문에 페이딩 필터의 응답은 협대역 저역필터로 작용한다.<sup>[3][5][11]</sup>

### VI. 모의실험 결과 및 검토

모의실험은 SPW를 이용하여 설계하고 유효길이 1, 2인 두 TCM 모델을 바탕으로 수행했다. [표 2]는 채널 모델의 변수값이며 이 값들을 바탕으로 모의 실험을 통해 얻어진 채널의 주파수 특성은 [그림 3]과 같다. 가로축은 채널의 대역폭 1.25MHz를 정규화해서 나타내기 때문에 채널의 변동폭은 약 300kHz의 주파수 선택적 페이딩 채널이 된다. IFFT 블록의 길이는 512로 하였고, 보호구간은 유효길이의 1/64로 설정하여 채널의 2 $\mu$ s 지연시간보다 충분히 긴 6.5 $\mu$ s로 하였다. 전체적인 OFDM의 길이는 422.5 $\mu$ s로 하여 채널의 대역폭 1.25MHz보다 작은 1.226MHz의 대역을 사용하는 OFDM신호를 만들었다. 총 입력 비트는 500,000개, 도플러 주파수는 50Hz로 하여 입력비트에 대한 출력비트의 에러를 측정하였다.

[표 2] 채널 모델의 변수값



[그림 3] 채널의 주파수 특성

channel bandwidth	1.25MHz
doppler spread	50Hz
relative delay time	2 $\mu$ s
coherence bandwidth	347.5kHz
coherence time	8.46ms
rms delay spread	0.575 $\mu$ s
input bit-rate	2Mbps

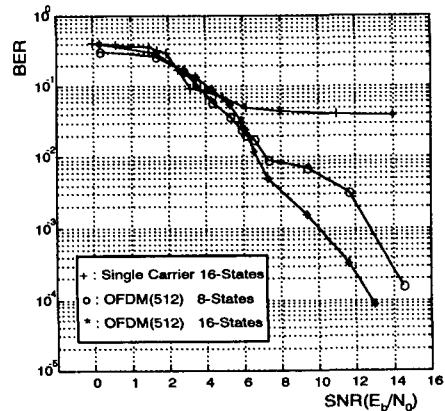
### VII. 결론

[그림4]는 본 논문의 결과를 나타내는 BER 곡선으로서 단일 반송파인 경우와 부반송파가 512인 OFDM 전송방식에서 TCM의 구조에 따른 성능을 보이고 있다. 비트 오류 곡선에서 볼 수 있듯이 단일 반송파 전송에서 스캐어 16QAM은  $P_B=10^{-1}$  근처에서 error floor 현상이 발생함을 모의 실험을 통해 알 수 있었다. 그러나 OFDM 전송방식에 TCM으로 부호화하고 스캐어 16QAM으로 매핑한 BER 곡선을 보면 단일 반송파의 경우보다 현저한 성능 향상이 있음을 알 수 있다. 본 논문에서 구현한 두 TCM 모델에 OFDM을 적용한 결과 유효길이 1인 경우보다 유효길이 2인 경우의 성능이  $P_B=10^{-3}$  근처에서 약 3dB 정도 개선됨을 확인할 수 있다. 이상과 같은 결과를 바탕으로 페이딩이 주도적인 이동통신 채널에서 TCM을 부호화 방식으로 채택하여 성능 향상을 도모할 경우, 기본적으로 집합분할을 이용한 매핑으로 코딩 이득을 얻고 코드의 유효길이 큰 구조의 TCM을 선택해서 OFDM으로 전송하며 몇 가지 세부적인 과제를 보완한다면 이동통신에서도 충분히 실현 가능할 것이라 기대된다.

### Reference

[1] J. K. Cavers and P. Ho, "Analysis of the Error Performance of Trellis-Coded Modulations in Rayleigh Fading Channels," IEEE Trans. Comm., Vol.40, January 1992.  
 [2] G. Ungerboeck, "Channel coding with multilevel/phase signal," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-28,

Jan. 1982  
 [3] J. G. Proakis, Digital Communications(3rd). New York : McGraw-Hill, 1995.  
 [4] B. Hirosaki, "An Orthogonally Multiplexed QAM System Using the Discrete Fourier Transform," IEEE Trans. Comm., Vol. COM-29, No.7, July 1981.  
 [5] D. T. Harvatin and R. E. Ziemer, "Orthogonal Frequency Division Multiplexing performance in delay and doppler spread channels," IEEE Trans. Comm. 1997.  
 [6] Weinstein, "Data Transmission by Frequency Division Multiplexing using the Discrete Fourier Transform," IEEE Trans. Comm. Oct., 1971.  
 [7] L. C. Cimini, Jr., "Analysis and Simulation of a Digital Mobile Channel using Orthogonal Frequency Division Multiplexing," IEEE Trans. Comm. July, 1985.  
 [8] Ezio. Biglieri, Introduction to Trellis-Coded Modulation with Applications, Macmillan Pub., Inc., 1991.  
 [9] W. T. Webb, Modern Quadrature Amplitude Modulation, IEEE Press., 1994.  
 [10] S. Hamidreza Jamali, Coded-Modulation Techniques for Fading Channels, Kluwer Academic Pub., 1994.  
 [11] T. S. Rappaport, Wireless Communications, IEEE Press., 1996.



[그림 4] OFDM 전송방식에서 TCM구조에 따른 성능 비교