

# 볼록형 최적화기법을 이용한 LQ-서보형 PI제어기 설계

이 응 식(李應碩), 서 병 설(徐丙高)  
 한양대학교 전자통신공학과, 한양대학교 전자통신공학과  
 전화 : (02) 2290-0364 / 팩스 : (02) 2281-9912

## LQ-servo PI Controller Design Using Convex Optimization

Eung-Suk Lee, Byung-Suhl Suh  
 Department of Electronic Communication Engineering  
 Hanyang University  
 e-mail : leelee@hymail.hanyang.ac.kr  
 bssuh@email.hanyang.ac.kr

### Abstract

The previous LQ-servo PI design methods have some serious design problems happened from the frequency matching of the maximum and minimum singular values of loop transfer function at both low and high frequency regions on the Bode plot. To solve these problems, this paper proposes a new design technique based on the inverse-optimal control and convex optimization.

### I. 서론

PID제어기 설계 방법에 최적이론의 도입은 일반적으로 제어기의 설계를 난해하게 하고 다변수 시스템에서는 그 어려움이 가중되었다<sup>[1],[2]</sup>. 이런 어려움을 해결하기 위해 Athans에 의해 제시되었던 LQ-서보<sup>[3]</sup>를 다변수 PI형 제어기로 해석함과 동시에 출력측 전달함수(transfer function)를 사용하는 특이값 일치방법을 개발하여 성능향상을 기할 수 있는 새로운 LQ-서보형 PI제어기가 제안<sup>[4]</sup>되었다 이와 같은 기존의 LQ-서보형 PI제어기 설계는 특이값 일치방법<sup>[3]</sup>의 사용으로 설계가 용이하다는 간편성에도 불구하고 LQG-LTR 방법과 같이 저가제어(cheap control)로 현실적인 문제점을 야기할 수 있으며, 입력 가장 행렬이 정칙행렬이 되어야만 하는 제한적 요소<sup>[5]</sup>를 갖고 있다. 또한 결정된 제어이득이 주어진 주파수역 성능을 만족하지 않을 경우 이를 해결하기 어렵다라는 경직성의 문제가 발생함으로 사실상 주파수역 성능에 대해 만족시킬 수 없는 경우가 발생할 수 있다. 이와 같은 특이값 일치방법에 의존하는 설계기법의 문제점들을 좀 더 원천적으로 해결하기 위해 본 논문에서는 종전의 LQ-서보기법의 설계방법의 역으로 우선 설계장벽(barrier)을 만족하는 출력측 전달함수들의 볼록형 집합(convex set)을 형성하여 주파수 영역에서의 설계장벽에 만족하는 제어이득을 결정하고 이로 인해 잃어버린 LQR 특성 즉, 최적 및 안정도-강인성을 부여하는 볼록형 최적화기법에 기초한 새로운 역 최적제어기법을 제안하도록 하겠다.

### II. 기존의 LQ-서보형 PI제어기 설계

LQ-서보형 PI구조는 시스템의 상태 중 일부를 부분적으로 분리해 낸 뒤 즉,  $y_p(t)$ , 이를 출력으로 케환시킴으로써 명령 추종에 대한 성능과, 외란과 잡음에 대한 강인성을 고려하고, 또한 시스템의 정상상태오차를 제거하자는 목적으로 시스템의 출력 케환에 적분기를 추가해 정상상태 오차를 제거하도록 하였다. 따라서 시스템은 출력의 적분이 상태에 추가,  $x_p(t)$ , 되어서는 덧붙임 상태(augmented state)가 되고, 식 (2-1)과 같은 덧붙임 상태 공간 모델식을 가진다. 또한 제어법칙은 식 (2-2)를 따르며, 식 (2-3)과 같이 쪼개어 그림 2-1로 나타낼 수 있다.

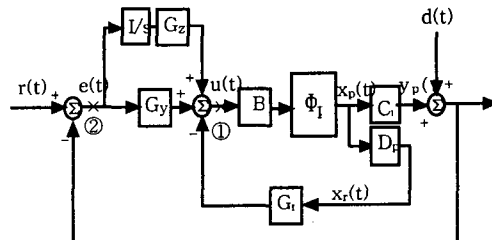


그림 2-1 LQ-서보형 PI 제어기 구조

상태공간식 :

$$x_p(t) = [y_p(t) \ x_r(t)]^T \cdot x_r(t) \in R^m, \quad y_p \in R^{n-m}$$

$$\dot{x}_p(t) = I \cdot y_p(t) \quad x(t) = [x_p(t) \ x_r(t)]^T, \quad x(t) \in R^{n+m}$$

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t)$$

$$C_p = [I_{m \times m} \ 0_{m \times (n-m)}], \quad D_p = [0_{(n-m) \times m} \ I_{(n-m) \times (n-m)}]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & C_p \\ 0 & A_p \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_{p1} \\ B_{p2} \end{bmatrix}, \quad \Phi_p(s) = (sI - A_p)^{-1} \quad (2-1)$$

$$u(t) = -G \cdot x(t) = -R^{-1} B^T K \cdot x(t) \quad (2-2)$$

$$G = [G_z \ ; \ G_y \ ; \ G_r] \quad (2-3)$$

이와 같은 LQ-서보형 PI 제어기는 적분요소를 포함한 LQ-서보형 구조가 그림 2-1에서 안정도 향상에 관련된 부분적(partial) 상태의 케환,  $x_r(t)$ ,에서의 설계 변수  $G_r$ 과 시스템의 성능에 관련되는 부분적 출력의 케환,  $y_p(t)$ ,에서의 PI 제어기인 비례 상수  $G_y$ , 적분 상수  $G_z$ 로 간주할 수 있어 PI 구조로 해석될 수 있다. 또한 그림 2-1 구조의 ①에서 절단한 입력측 개루프(open loop) 전달함수  $G_{Lo}(s)$ 는 식 (2-4)로 표현

되고 ②에서 절단한 출력측 개루프(open loop) 전달함수  $T(s)$ 는 식 (2-5)로 나타난다. 주파수 성능을 위한 구속조건은 식 (2-6),(2-7)과 같이 나타낼 수 있으며 여기서  $d(j\omega)$ 는 외란의 장벽을 나타내고,  $n(j\omega)$ 는 잡음의 장벽을 나타낸다.

$$G_{LQ}(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (2-4)$$

$$T(s) = C_p(sI - A_p + B_p G_p D_p)^{-1} B_p (G_y + \frac{I}{s} G_z) \quad (2-5)$$

$$\sigma_{\min}[T(j\omega)] \geq |d(j\omega)| \quad , \quad 0 \leq \omega \leq \omega_s \quad (2-6)$$

$$\sigma_{\max}[T(j\omega)] \leq |n(j\omega)| \quad , \quad \omega_d \leq \omega \quad (2-7)$$

기존 설계방법은 식 (2-8)을 최소화하는 최적설계변수  $Q, R$ 을 결정하고 Riccati 방정식 (2-9)을 풀음으로써 제어이득을 결정한다. 이때에 기존의 설계 방법들은  $Q, R$ 을 결정하는 조직적인 방법으로 루프형상 기법을 활용하기 위해 식 (2-4)의 입력측 루프전달함수<sup>[3]</sup>와 식 (2-5)의 출력측 루프전달함수<sup>[4],[5]</sup>를 사용하여 저주파와 고주파에서 루프전달함수의 특이값을 각각 일치시킴으로 LQ-서보 시스템의 설계변수  $Q$ 를 선정할 수 있었다. 또한 설계변수  $R(= \rho \cdot I)$  값의 선정은 특이값이 1이 되는 교차주파수  $\omega_c$ 가 설계 성능인 외란 장벽의 경계값  $\Omega_d$ 과 센서잡음 장벽의 경계값  $\Omega_n$  사이에 놓이도록 식 (2-10)을 만족하도록 선택한다<sup>[3],[5]</sup>.

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t) \cdot Q \cdot x(t) + u_p^T(t) \cdot R \cdot u_p(t)] dt \quad (2-8)$$

$$Q = N^T N, \quad R = \rho I$$

$$KA + A^T K + Q - KBR^{-1}B^T K = 0 \quad (2-9)$$

$$\frac{1}{\Omega_n^2} < \rho < \frac{1}{\Omega_d^2} \quad (2-10)$$

기존의 방법 중 식 (2-4)의 입력측 전달함수  $G_{LQ}(s)$ 에 대한 고려는 사실상 성능-강인성을 논할 수는 없다<sup>[9],[14],[5]</sup>. 또한 출력측 전달함수를 고려한 방법은 Kwakernaak Sivan의 제어이득행렬  $G$ 의 극한 거동<sup>[6]</sup>에 관한 관계식 (2-11)을 이용하여 특이값을 일치시킴으로 제어이득을 식 (2-12),(2-13),(2-14)와 같이 결정<sup>[5]</sup>할 수 있었으나, 관계식 (2-11)의 이용으로 LQG-LTR 방법에서와 같이 저가 제어가 발생하는 문제점과 비최소위상문제가 거론되어 제어이득에 나타나는 입력가중행렬  $B_{\rho 1}$ 이 정칙행렬이어야만 하는 제약<sup>[5]</sup>을 가진다. 무엇보다도 기존의 설계방법은 시행착오적으로  $\rho$ 를 결정하여야 하고, 그림 2와 같이  $\rho$ 를 통해 특이값 형상을 위,아래로 조정하여도 설계사양이 만족되지 않을 수 있다.

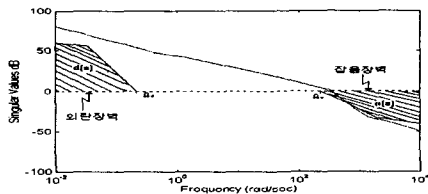


그림 2-2  $T(s)$ 의 특이값 선도

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho} G = WN \quad (2-11)$$

$$G_z = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{I}{\sqrt{\rho}} B_{\rho 1}^{-1} A_{11} \quad (2-12)$$

$$G_y = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{I}{\sqrt{\rho}} B_{\rho 1}^{-1} \quad (2-13)$$

$$G_r = B_{\rho 1}^{-1} A_{12} \quad (2-14)$$

### III. 본 논문에서 제안하는 방법

기존 연구 방법들의 문제점의 근원적인 해결은 기존의 방법과는 달리 즉, 역으로 주파수 설계장벽에 의한 구속조건 식 (2-6),(2-7)을 만족하는 제어이득을 우선 설계하는 것으로 가능해질 수 있다. 그러나 제어이득  $G$ 를 먼저 설정함으로써 LQR 특성 즉, 최적 제어와 안정도-강인성을 잃어버린다는 문제가 발생한다. 본 논문에서는 이를 해결하기 위해 새로운 역 최적제어기법을 제안하고자 한다. 먼저 앞 절의  $T(s)$ 의 식 (2-5)를 살펴보면, 시스템의 성능에 관련되는 PI 제어기의 제어이득  $G_y, G_z$ 와 상태피드백으로서 안정도 향상에 관련된 제어이득  $G_r$ 로 구성되어 있음을 볼 수 있다. 따라서 성능향상을 위해  $G_r$ 은 고정값(fixed)으로 간주하고  $G_y$ 와  $G_z$ 가 성능향상을 위한 설계파라미터가 된다. 이 설계파라미터들의 값에 따라 상용되어 형성되는 출력측 루프전달함수  $T(s)$ 들의 특이값 형상이 구속조건 식 (2-6),(2-7)을 만족하도록 함으로써 제어이득 집합을 구할 수 있게 되어지는 것이다. 먼저 구속조건을 만족할 수 있도록 기존의 방법<sup>[3],[5]</sup>으로 제어이득  $[G_z : G_y : G_r]$ 의 값들을 구하여 고정값(fixed value)으로 간주하고, 가중치  $(\alpha, \beta)$ 을 도입하면 제어이득을  $[\beta \cdot G_z : \alpha \cdot G_y : G_r]$ 로 나타낼 수 있게 된다. 이때 출력측 전달함수식 (2-5)는  $G_y$ 와  $G_z$ 의 선형결합임을 볼 수 있어 변형된 출력측 전달함수가 블록형 집합<sup>[7],[8]</sup>을 이룰 수 있음을 알 수 있다. 이제는 설계파라미터를  $G_y, G_z$ 가 아닌  $\alpha, \beta$ 로 간주할 수 있게 된다. 여기서 제어이득 값  $G_r, G_y, G_z$ 를 고정시킬 때 기존의 방법<sup>[5]</sup>으로 구해서 정하면 보다 효율적 설계가 될 수 있을 것이며 입력가중행렬이 정칙행렬이 아닌 경우에는 LQR을 따르는 임의의 방법을 써도 무방함으로 Athans에 의한 입력측 전달함수<sup>[3]</sup>를 고정값으로 간주하여도 된다.  $G_z, G_y, G_r$ 을 고정값으로 간주하고  $G_y$ 와  $G_z$ 에 대응하는 설계파라미터  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 도입하도록 하면 출력측 전달함수식 (2-5)는 변수  $\alpha$ 와  $\beta$ 만의 선형결합이 되어 LP(linear programming)를 이용하여 식 (2-6),(2-7)의 구속조건을 만족하는  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 구할 수 있게 된다. 그리고 이 제어이득 집합을 구함에 있어 이제는 LQR 특성을 부여하기 위해서 역 최적 제어 문제<sup>[9],[10]</sup>를 다루어야 할 것이다. 기존의 방법은 역 최적 문제를 해결하기 위해 주어진 시스템  $A, B$  상에서 식 (3-1)을 만족하는 제어이득  $G$ 가 식 (3-2)의 귀환차(return difference)에 의한 안정도-강인성을 만족할 때, 최적조건을 위한 Riccati 방정식에서 목적함수 식 (2-6)의 양의 반한정  $Q$ , 양의 한정  $R$ 이 존재<sup>[11]</sup>할 수 있다는 것이다.

$$\lambda_i(A - B \cdot G) < 0, \quad \forall i, i = 1, 2, \dots, n+m \quad (3-1)$$

$$\sigma_{\min}(I + G(j\omega I - A)^{-1}B) \geq 1 \quad \text{for } \omega \in R \quad (3-2)$$

이 기존의 방법은 부등식 (3-2)만을 가지고 만족하는 제어이득을 구하는 것으로 그 존재범위가 너무 넓어 사실상 불가능하기 때문에 알고 있는 제어이득에 대한 안정도 확인작업을 하는데만 유용하다. 그리고 조직적이고 용이한 구체적 방법을 개발한다는 것은 더욱 어렵다. 그러나 본 연구의 과제인 역 최적제어문제는 설계장벽들에 적합한  $G$ 가 주어졌을 때 잃어버린 LQR 특성 즉, 최적 및 안정도-강인성을 부여하기 위해

서 주어진 임의의 제어이득  $G$ 에 대해  $K$ 의 대칭성을 유지하도록 하는 것이다. 왜냐하면, Riccati 식 (2-7)에서  $K$ 가 대칭성을 유지하고  $R$ 을 양의 한정대칭행렬로 선택(일반적으로는  $R = \rho I$ 을 선택)하면  $Q$ 는 반한정 대칭 행렬의 선형 결합으로 나타나게 되어 대칭성을 유지시킬 수 있다는 것이다. 또한  $Q$ 가 양의 반한정 대칭행렬이 되도록 하면 주파수역 등가식 (freq. domain equality)을 만족시켜 안정도-강인성을 만족하게 되어 LQR 특성을 유지시킬 수 있다. LQ-서보에 의해 기존의 방법으로 얻어진 최적 제어이득  $G_x, G_y, G_r$ 은 식 (3-3) 관계로 나타내지며 그 제어이득은 LQR의 해임으로 항상  $K$ 는 식 (3-4)에서 볼 수 있듯이 대칭으로 선택할 수 있다. 그러면 이제  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 변화에도  $K$ 의 대칭성이 유지되어야 할 것이다. 그러나 식 (3-5)과 식 (3-6)에  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 도입되어 식 (3-7)와 식 (3-8)으로 나타낼 때 행렬  $K_{\alpha, \beta}$ 에서 대칭성이 유지되지 못함을 알 수 있다.

$$[G_x, G_y, G_r] = R^{-1} \cdot B^T \cdot K \quad (3-3)$$

$$= \frac{1}{\rho} [0 \ B_{\mu} \ B_{\rho}] \cdot \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

$$G_y = \frac{1}{\rho} (B_{\mu} \cdot K_{22} + B_{\rho} \cdot K_{23}) \quad (3-5)$$

$$G_x = \frac{1}{\rho} (B_{\mu} \cdot K_{12} + B_{\rho} \cdot K_{13}) \quad (3-6)$$

$$[\beta \cdot G_x \ \alpha \cdot G_y \ G_r] = R^{-1} \cdot B^T \cdot K_{\alpha, \beta} \quad (3-7)$$

$$= \frac{1}{\rho} [0 \ B_{\mu} \ B_{\rho}] \cdot \begin{bmatrix} \beta K_{11} & \alpha K_{12} & K_{13} \\ \beta K_{12} & \alpha K_{22} & K_{23} \\ \beta K_{13} & \alpha K_{23} & K_{33} \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

이에  $K$ 의 대칭성을 유지시키기 위해 (3-5)에서  $G_y$ 의 첫 번째 항에만  $\alpha$ '배를 해주어 식 (3-9)과 같이 변환한다. 그리고  $G_x$ 는 종전과 같이 선택한다. 따라서, 식 (3-9)과 식 (3-10)를 통해 식 (3-11)과 식 (3-12), 식 (3-13)의 관계식으로 나타낼 수 있어  $K_{\alpha, \beta}$ 는 대칭성을 유지시킬 수 있음을 알 수 있다.

$$G_{y, \alpha} = \frac{1}{\rho} (\alpha \cdot B_{\mu} \cdot K_{22} + B_{\rho} \cdot K_{23}) \quad (3-9)$$

$$G_{x, \beta} = \frac{1}{\rho} (\beta \cdot B_{\mu} \cdot K_{12} + \beta \cdot B_{\rho} \cdot K_{13}) \quad (3-10)$$

$$G_{\alpha, \beta} = \left[ \beta \cdot G_x \ \frac{1}{\rho} (\alpha \cdot B_{\mu} \cdot K_{22} + B_{\rho} \cdot K_{23}) \ G_r \right] \quad (3-11)$$

$$= R^{-1} \cdot B^T \cdot K_{\alpha, \beta} \quad (3-12)$$

$$= \frac{1}{\rho} [0 \ B_{\mu} \ B_{\rho}] \cdot \begin{bmatrix} K_{11} & \beta K_{12} & \beta K_{13} \\ \beta K_{12} & \alpha K_{22} & K_{23} \\ \beta K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{bmatrix} \quad (3-13)$$

변형된 가중치 도입에 의해  $K_{\alpha, \beta}$ 가 대칭행렬이 될 수 있다는 것은 LQ-서보의 구조적인 특징인 적분제어요소에 의해  $B^T = [0 \ B_{\mu} \ B_{\rho}]$ 와 같이 입력가중 행렬에 영행렬이 항상 부분적으로 포함되어 있어서 제어이득에 이 영행렬과 곱으로 나타나게 되는  $K_{12}$ 와  $K_{13}$ 에  $\beta$ 를 곱해주어도 제어이득과 시스템에는 아무런 변화가 없다는 점에 착안함으로써 가능해진다. 따라서 적분이득  $G_x$ 에는  $\beta$ 배를 해주고 비례이득  $G_y$ 의 일부에만  $\alpha$ '배를 해주어  $G_{y, \alpha}$ '를 형성함으로써 대칭성을 유지하는  $K_{\alpha, \beta}$ 가 존재하게 되고, 이  $K_{\alpha, \beta}$ 의 존재에 의해  $Q_{\alpha, \beta}$ 는 대칭성이 확보되어 진다. 따라서 역 최적제어를 통해 LQR 특성이 부여되어지는 것이다. 끝으로 설계절차는 다음과 같이 요약될 수 있다.

단계 1. 주어진 성능에 맞추도록 외란과 잡음장벽을 결정하고,

기존의 방법으로 제어이득을 구한다.

단계 2. 이 제어이득을 고정값으로 간주하고 식 (3-9), (3-10)과 같이  $\alpha$ '와  $\beta$ 를 이용하여 출력측 전달함수가  $\alpha$ '와  $\beta$ 만의 함수가 되도록 하고 식 (2-6)과 (2-7)의 주어진 성능을 만족하도록 임의의 순서쌍  $(\alpha_1', \beta_1)$ 와 순서쌍  $(\alpha_2', \beta_2)$ 를 LP로 구한다. 이때 LP의 목적함수는 설계목적에 맞추도록 임의로 선택한다.

단계 3. 이들을 변수  $0 \leq \lambda \leq 1$ 를 이용하여 convex 결합시킴으로써  $(\alpha', \beta)$ 의 블록형 집합을 구하도록 하고, 블록형 최적화 기법을 사용하여  $\lambda$ 의 값을 결정함으로써 제어이득을 구한다.

#### IV. 예 제

이 시뮬레이션 예제는 기존의 방법들과 비교하기 위해 기존의 방법들이 사용한 예제를 선택하였다.

(시스템의 상태 공간 모델식)

$$\dot{x}_p(t) = Ax_p(t) + B_p u(t), \quad y_p(t) = C_p x_p(t)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -1.4600 & 0.0000 & 2.4276 \\ 0.1643 & -0.4000 & -0.3788 \\ 0.3107 & 0.0000 & -2.2300 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 0.4182 & 5.2026 \\ 0.3921 & -0.1245 \\ 0.5186 & 0.0236 \end{bmatrix}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

먼저, 설계절차의 단계 1에 의해 구한 기존의 방법의 제어이득과 특이값 형상을 그림 4-1에 도시하였고 설계장벽으로 잡은 두 직선을 저주파영역과 고주파영역에서 특이값 형상이 두 직선의 바깥영역에 존재함으로써 설계장벽을 침범함을 볼 수 있다. 잡음장벽은  $\frac{10^2}{0.1, 2}$ , 외란장벽은  $\frac{10^2}{0.1, 2}$ 으로 선택한다.

(기존의 방법에서의  $R$ 값과 제어이득  $G$ )

$$R = \rho \cdot I = 0.001 \cdot I$$

$$G = \begin{bmatrix} -10.0741 & 31.4296 & 1.9274 & 78.5741 & -1.4941 \\ 9.7952 & -2.8489 & 5.9171 & -7.1223 & 1.0174 \end{bmatrix}$$

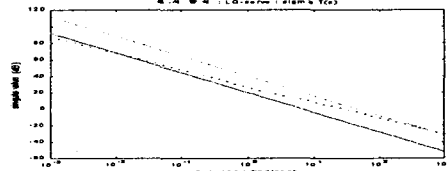


그림 4-1 기존의 방법의 출력측 전달함수

단계 2를 수행함에 있어 외란에 강하도록 LP의 목적함수를 선택하여  $(\alpha_1', \beta_1)$ 는 (0.6, 2.7)의 값으로 결정되었고 그 특이값 형상은 그림 4-2와 같이 도시할 수 있다. 그리고 잡음에 강하도록 LP의 목적함수를 선택한  $(\alpha_2', \beta_2)$ 는 (0.2, 2)가 되어 그 특이값 형상은 그림 4-3과 같이 된다. 다음은 단계 3으로 그림 4-2와 4-3의 출력측 전달함수를 convex 결합시켜 그림 4-4에 도시하였고 그림 4-4는  $\lambda$ 의 값에 의해 생성되는 모든 특이값 형상이 주어진 설계장벽을 만족함을 보이고 있다. 또한, Bryson' rule을 이용하여 입력변수의 제곱과 출력변수의 제곱의 합이 최소값을 갖도록 하는  $\lambda_{opt}$ 를 얻었고 그 값은  $\lambda_{opt} = 0$ 가 됨을 볼 수 있다. 그 제어이득은 아래와 같이 나타난다. 이  $G_{\alpha, \beta, opt}$ 를 이용하여 그림 4-6의 step response를 얻어 그림 4-5의 기존의 방법과 비교

하여 보면, 각각의 출력변수에 대해 5배와 10배로 명령추종이 빠르게 이루어짐을 볼 수 있다.

$$G_{\alpha', \beta_{opt}} = \begin{bmatrix} -20.1481 & 62.8593 & 0.3855 & 15.7148 & -1.4941 \\ 19.5903 & -5.6979 & 1.1834 & -1.4245 & 1.0174 \end{bmatrix}$$

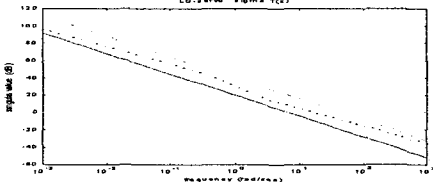


그림 4-2  $(\alpha', \beta_1) = (0.6, 2.7)$ 에 의해 얻어진 출력추 전달함수

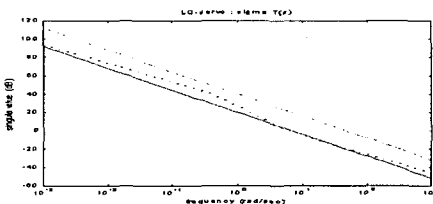


그림 4-3  $(\alpha', \beta_2) = (0.2, 2)$ 에 의해 얻어진 출력추 전달함수

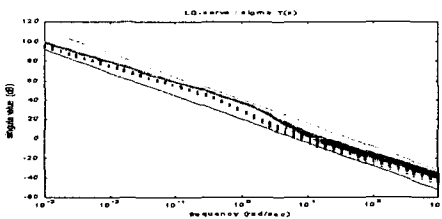


그림 4-4 convex적인 결합에 의해 얻어진 출력추 전달함수들의 집합

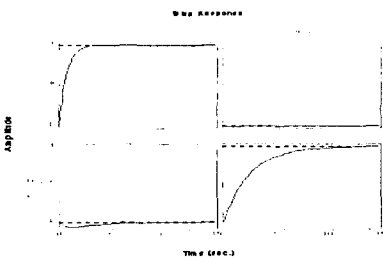


그림 4-5 기존의 방법에 따른 step response

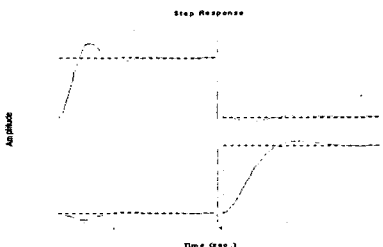


그림 4-6 본 논문에 따른 step response

### V. 결론

본 연구에서 제안한 설계방법은 LQ-서보형 PI제어기의 구조적 특징을 고려한 새로운 역 최적기법을 통해 LQR 특성을 유지하면서 동시에 주파수역 설계장벽을 항상 만족시킬 수 있는 제어이득의 블록형 집합을 형성시켜, 이 집합 내에서 블록형 최적화기법을 통해 제어이득을 결정하였다. 이와 같이 제안된 설계기법은 기존 방법의 문제점인 특이값 일치로 인한 경직성을 해결할 뿐만 아니라 극한 거동식을 사용하지 않아 저가제어의 문제와 입력가중 행렬이 정칙행렬이어야만 하는 제한을 해결할 수 있었다. 하지만 주파수영역에서 설계를 행함으로써 시간영역에서의 설계사양은 만족되기 힘들다. 이 점에 대해서는 시간영역에서의 고려가 행해져야 할 것으로 사료된다.

### VI. 참고 문헌

- [1] M.Grimble, "H<sub>∞</sub> controllers with a PID structure", J. of Dynamic Syst. Meas. and Contr., Vol 112, pp 325-336, 1990.
- [2] C. Matzezzoni and P. Rocco, "Robust Tuning of PID Regulators Based on Step-Response Identification", European J. of Contr. Vol 3, pp 125-136, 1997.
- [3] M. Athans, *Lecture Notes on Multivariable Control Systems*, M.I.T. Ref. No. 860224/6234., 1986.
- [4] 서병설, "가중치를 이용한 LQ-Servo형 PI제어기 설계", 한국통신학회 제재 예정중, 1999.
- [5] 윤성오, 서병설, "명령추종과 출력추 외란제거를 위한 LQ-servo 설계", 제어·자동화·시스템 공학회 논문집 제 3권 5호, 1997.
- [6] H. Kwakernaak and R. Sivan, "The Maximally Achievable Accuracy of Linear Optimal Regulators and Linear Optimal Filters", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-17, pp.79-86, 1972.
- [7] A. Wayne Roberts and Dale E. Varberg, "Convex Functions", *Academic Press*, 1973.
- [8] Stephen Boyd and Lieven Vandenberghe, *Course Reader for EE364, Introduction to Convex Optimization with Engineering Applications*, Stanford University, 1998.
- [9] Brian D. O. Anderson and John B. Moore, "Optimal Control", *Prentice-Hall International Editions*, 1989.
- [10] Brian P. Molinari, "The Stable Regulator Problem and Its Inverse", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-18, pp.454-459, 1973.
- [11] William s. Levine, "The Control Handbook", *CRC Press*, pp.595-606, 1996.

※ 본 연구는 한국과학재단 핵심전문 연구과제(과제 번호 : 981-0911-048-2)로 수행되었습니다.