

# 유한요소법에 의한 합성제륜자 홈의 형상 최적화

## Groove Shape Optimization of a Composition Brake Shoe by Finite Element Method

구병춘\*                      최경진\*\*                      옥희동\*\*\*                      윤용석\*\*\*\*  
Goo, Byeong-Choon   Choi, Kyung-Jin   Ok, Hee-Dong   Yoon, Yong-Suk

### ABSTRACT

A composition brake shoe composed of iron, graphite, kevlar, barium sulphate, etc. was developed for Diesel locomotives. The density distribution of the shoe depends on groove shapes of the shoe (or punch shape). In this study, we investigated the influence of the punch shape on the density distribution, stresses, etc. The inclination of the groove exerts more influence on the density distribution than the groove filet radius.

### 1. 서론

분말야금기술은 특수소재나 정밀가공이 요구되는 산업계를 중심으로 폭 넓게 사용되고 있다. 다시 말해 일반 단조 공정에 비해 플래쉬(Flash)의 극소화, 가공 공정 및 형상의 최적화, 소재의 기계적 성질의 향상 등에 상대적으로 우수한 점이 있어 많은 분야에서 연구 및 개발이 이루어지고 있다. 하지만 분말야금제품의 기계적 성질은 가공 공정 시에 발생하는 분말의 밀도 분포에 상당한 영향을 받게 되는데 가공후에 뒤틀림, 균열 등이 발생할 수 있다. 이를 해결하기 위해서는 기공밀도는 낮게, 분말은 균일하고 높은 밀도를 유지하게 하여야 한다. 분말야금 가공 분야는 크게 자유분말성형과정, 소결과정, 소결된 소재의 성형과정으로 구분할 수 있으며 공정별로 많은 연구가 이루어지고 있다. 특히 공정별 분말 상태가 수학적인 모델로 표현이 가능해지고 유한요소해석과 접목됨으로써 시뮬레이션 기법을 설계에 반영하는 것이 가능하게 되었다. 공정별로 학계 및 산업계의 연구 진행 현황을 살펴보면 아래와 같이 크게 세 가지로 구별할 수 있다.

#### (1) 자유분말 성형과정

자유분말은 성형중 입자간의 미끄럼이 발생할 수 있어 인장강도가 압축강도보다 아주 낮고 가공에 의한 부피 변화와 가공경화를 수반하게 된다. 따라서 이를 수학적인 모델로 표현하는 데는 가공의 특성, 분말입자의 변형, 분말입자간의 상호 연관성 등에 대한 연구가 필요하다. 이의 효과적인 표현을 위해 지질역학 또는 석재역학을 기초로 하여 낮은 응력 상태에서 미끄럼에 의한 변형과 높은 응력에서의 소성변형을 포함하는 연구가 진행되고 있다. 일반적으로 유한요소해석을 통한 접근 방법은 금속분말을 단축 스트레인 압축(Unidirectional Strain Compression)과 단축압축(Unidirectional Compression)의 실험 결과를 이용하여 항복조건을 유도하고, 이를 다시 응력과 소성 변형률증분 사이의 관계식으로 표현하고 수치해석을 통해 가공 공정시에 나타나는 밀도분포를

\* 한국철도기술연구원 수송차량연구본부 선임연구원, 정희원

\*\* 한국철도기술연구원 수송차량연구본부 책임연구원, 정희원

\*\*\* A.T.E.S Ltd, 기술연구소 책임연구원

\*\*\*\* A.T.E.S Ltd, 기술연구소 연구원

최적화하는 것을 목표로 하고 있다. 자유분말성형과정에서 나타나는 분말의 밀도 분포는 소재의 기계적 성질과 소결과정 및 소결성형과정에 직접적으로 영향을 미치므로 이의 최적화는 중요한 설계 요인이 된다.

## (2) 소결과정

소결시 발생하는 원자간의 거동과 상변태를 고려한 소성 변형에 대하여 활발하게 연구가 진행 중이며 국내에서도 국외 연구기관과 공동으로 이의 연구가 진행되고 있다. 하지만 완성도 면에서는 다소 미흡하여 유한요소법을 이용한 시뮬레이션 적용에는 아직 활성화가 되고 있지 않다.

## (3) 소결된 소재의 성형 과정

분말야금공정 중에서 컴퓨터를 이용한 시뮬레이션 분야는 가장 성공적으로 적용되고 있는 과정이다. 소결분말은 기공이 없는 일반 금속과는 달리 단축 스트레인 압축(Unidirectional Strain Compression)만으로도 항복에 도달하고 인장강도와 압축강도가 유사하게 나타나므로 단축압축응력과 전단응력을 포함하는 항복조건식이 요구된다. 소결분말의 항복은 상대밀도가 증가할수록 분말간의 재결정에 의한 가공 경화보다는 금형형상, 마찰계수 등에 기인하는 기하학적 경화에 더 큰 영향을 받게된다는 것이다. 본 성형공정해석은 소재의 분말야금시 발생하는 문제점을 사전에 파악하고 이의 개선점을 찾는 것으로 이상에 열거된 3가지 공정이 모두 대상이 될 수 있으나, 제동 부품의 가공 공정이 복합적으로 연계된 공정이고, 자유 분말의 성형공정 해석은 소재의 물성치 분석이 원활하지 않고, 소결과정은 아직 상용되기에는 부적합한 면이 있다. 따라서 자유분말의 성형에 따른 밀도분포는 소결된 재료의 성형 과정 중에 나타나는 밀도분포와 동일하다는 가정하에 성형과정만을 대상으로 연구를 수행하였다.

## 2. 분말금속의 항복조건 및 구성방정식

금속재료의 대변형에 대한 소성이론은 일반적으로 거시적 기계적거동에 초점을 맞추고 있다. 이러한 이론은 Hill 등의 많은 연구자들에 의해 단순한 하중조건에서의 응력과 변형률의 관계에 대한 실험결과로부터 얻어졌다. 하지만 기공과 동시에 소결분말금속에서는 정수압에 의한 체적변형을 고려한 항복함수가 제안되었다<sup>(1-6)</sup> 기공과 동시에 입자간의 마찰이 존재하는 자유금속분말에서는 토양과 지질학에서 사용되었던 이론들이 사용되고 있다. 더욱이 자유금속분말은 압축과 인장에서 상이한 거동을 보이므로 소결분말금속에서 사용되었던 이론은 자유분말금속에 그대로 적용될 수 없으므로 자유분말금속의 압축시 필요한 하중과 밀도변화를 포함한 소성변형을 예측하기 위해서는 새로운 소성이론이 필요하다.

금속소재는 일반적으로 가공경화(work hardening)현상을 나타내므로 항복강도는 소성변형률의 증가에 비례하여 증가한다. 하지만 분말금속의 경우에는 입자 또는 모재의 가공경화와 기공도를 동시에 고려하여야 한다. 즉, 분말금속의 항복강도는 입자의 소성변형률의 증가와 상대밀도의 증가에 비례하여 증가한다. 상대밀도는 분말금속의 결보기부피에 대한 실제부피의 비로 정의된다. 만약 10%의 기공을 가지고 있는 분말금속체의 상대밀도는 0.9이고, 기공이 없는 경우에는 1.0이 된다.

자유분말금속의 압축시 낮은 상대밀도에서는 입자의 미끄러짐이 두드러지는 반면에 이로 인한 변형률 증가는 매우 작다. 높은 상대밀도에서는 미끄러짐이 작아지고 변형률과 상대밀도의 증가가 크게 나타난다. 다시 말해 낮은 상대밀도에서는 외부일의 대부분이 입자간의 미끄러짐으로 소비되며, 일부만이 입자의 소성변형일로 소비된다. 소결분말금속의 경우에는 입자간의 미끄러짐이 발생하지 않으므로 상대밀도에 무관하게 외부일은 소성변형일로 전부 소비되며, 인장과 압축에서 거의 동일한 강도를 갖는다.

금속소재의 항복조건은 정수압응력이 항복에 영향을 미치지 않으며 소성변형중에 부피변화가 없는 것으로 가정한다. 소결분말금속은 정수압만으로도 항복이 발생되며, 따라서 항복조건은 전단응력과 정수압응력을 함께 고려해야 한다. 한편, 자유분말금속의 경우에는 입자간의 미끄러짐이

발생하며 인장강도는 상대밀도의 증가에 따라 증가하나 압축강도에 비하여 매우 작다. 반면, 소결 분말금속의 경우에는 입자간의 미끄러짐이 발생하지 않으며 인장과 압축에서 거의 유사한 강도를 갖는다. 따라서 소결분말금속의 항복조건식은 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>(1-6)</sup>

$$F = A J_2' + B J_1^2 = \bar{\sigma}_R^2 = \delta \bar{\sigma}_b^2 \quad (1)$$

여기서  $J_2'$ 은 편차응력의 제2불변량,  $J_1$ 은 응력의 제1불변량,  $\bar{\sigma}_R$ 은 소결분말금속의 항복응력,  $\bar{\sigma}_b$ 는 기지금속의 항복응력을 나타낸다. 또한 A, B,  $\delta$ 는 상대밀도의 함수이다.

위 식에서  $\bar{\sigma}_R$ 을 인장 또는 압축항복응력으로 정의한다면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$B = 1 - \frac{A}{3} \quad (2)$$

식(1)을 소결분말금속의 소성 포텐셜(plastic potential)이라고 가정하면 응력과 변형률속도의 관계를 얻기 위해 다음과 같이 적용할 수 있다.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \lambda \quad (3)$$

여기서  $\dot{\epsilon}_{ij}$ 는 변형률 속도의 텐서성분,  $\sigma_{ij}$ 은 응력텐서의 성분,  $\lambda$ 는 양의 비례상수를 나타낸다. 식(1)을 식(3)에 대입하면 다음의 식이 유도된다.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = (A \sigma_{ij}' + 2B \sigma_{mn} \delta_{ij}) \lambda \quad (4)$$

여기서  $\sigma_{ij}'$ 는 편차응력 성분,  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker delta를 나타낸다.

항복함수는 응력성분의 순수한 이차함수인 것과 변형에너지의 평형을 고려하면 비례상수  $\lambda$ 를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$W = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = \sigma_{ij} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \lambda = 2F\lambda = \bar{\sigma}_R \dot{\bar{\epsilon}} \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{\bar{\sigma}_R \dot{\bar{\epsilon}}}{2F} = \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{2\bar{\sigma}_R} \quad (6)$$

여기서  $\dot{\bar{\epsilon}}$ 은 분말재료의 유효변형률속도이다.

식(6)을 식(4)에 대입하여 다음과 같은 응력과 변형률속도의 관계를 구한다.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{2\bar{\sigma}_R} (A \sigma_{ij}' + 2B \sigma_{mn} \delta_{ij}) \quad (7)$$

식(7)을 식(5)에 대입함으로써 분말재료의 유효변형률속도를 구한다.

$$\dot{\bar{\epsilon}}^2 = \frac{2}{A} \dot{\epsilon}_{ij}' \dot{\epsilon}_{ij}' + \frac{1}{9B} \dot{\epsilon}_{kk}^2 \quad (8)$$

분말재료의 유효변형률속도와 원재료의 유효변형률속도의 관계는 에너지의 평형을 고려함으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{\bar{\epsilon}}_b = \frac{\bar{\sigma}_R}{R \bar{\sigma}_b} \dot{\bar{\epsilon}}_R = \frac{\sqrt{\delta} \bar{\sigma}_b}{R \bar{\sigma}_b} \dot{\bar{\epsilon}}_R = \frac{\sqrt{\delta}}{R} \dot{\bar{\epsilon}}_R \quad (9)$$

변형과정에 축적된 원재료의 유효변형률을 구하고 미소시간 동안에 분말재료의 유효변형률속도가 일정하다고 가정하면 미소시간동안 원재료에 축적되는 유효변형률 증분은 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\Delta \bar{\epsilon}_b = \frac{\sqrt{\delta}}{R} \dot{\bar{\epsilon}}_R \Delta t = \frac{\sqrt{\delta}}{R} \Delta \bar{\epsilon}_R \quad (10)$$

상대밀도는 초기상대밀도와 체적변형률에 의하여 다음과 같이 얻어진다.

$$R = R_o \exp \left( - \int_0^t \dot{\epsilon}_v dt \right) \approx R_o \exp \left( - \Delta \epsilon_v \right) \quad (11)$$

여기서  $R_o$ 는 분말재료의 초기상대밀도를 나타낸다.

식(7)을 재정리하면 구성방정식은 식(12)와 같이 표현된다.

$$\sigma_{ij} = \frac{\bar{\sigma}_R}{\epsilon} \left[ \frac{2}{A} \dot{\epsilon}'_{ij} + \frac{\delta_{ij}}{9B} \dot{\epsilon}_{kk} \right] \quad (12)$$

단순압축의 응력상태를 고려하면  $\sigma_{11} = \sigma_{22} = 0$ ,  $\dot{\epsilon}_{11} = \dot{\epsilon}_{22}$  이 된다. 여기서 1은 반경방향, 2는 원주방향, 3은 축방향을 나타낸다. 식(7)을 이 응력상태에 적용하면 소성푸아송비  $\nu$ 와 A 사이의 관계가 다음과 같이 유도된다.

$$\nu = \frac{\dot{\epsilon}_{11}}{\dot{\epsilon}_{33}} = 1 - \frac{A}{2} \quad (13)$$

이 식은 식(2)와 더불어 A와 B가 소성푸아송비의 함수로 나타낼 수 있다는 것을 의미한다. 소성 푸아송비는 일반적으로  $\nu = 0.5R^n$  으로 표현되며, 재료상수 A, B와 Shima에<sup>(1)</sup> 의해 제안된  $\delta$ 를  $n=2.0$ 이라 가정하여 소성 푸아송비의 함수로 표현하면 식(1)은 다음과 같이 된다.

$$(2 + 2\nu) J_2' + \frac{1 - 2\nu}{3} J_1^2 = \bar{\sigma}_R^2 = \frac{8.15\nu^{2.5}}{2.44 - 1.41\nu^{0.5}} \bar{\sigma}_b^2 \quad (14)$$

대부분의 금속재료는 가공경화되므로 식(14)를 사용하기 위해서는 원재료의 유동응력  $\bar{\sigma}_b$ 를 원재료의 유효변형률의 함수로 표현하여야 한다. 이것은 단순압축실험으로부터 얻어진 항복응력 ( $\bar{\sigma}_R$ )과 유효변형률( $\bar{\epsilon}_R$ )의 곡선을 식(10), (12), (14)를 이용하여 변환시켜 얻을 수 있다.

### 3. 합성제륜자 성형해석

본 절에서는 금형에 의한 제륜자의 성형을 분석하였다. 실제의 제조과정은 가압과 열에 의해 성형되는 복잡한 공정이지만 소재는 분말소결체로 가정하고, 성형온도가 크게 높지 않고 재료의 폭방향으로의 변형이 없다고 가정하여, 등온과 평면변형률조건으로 해석하였다. 합성제륜자의 크기는 폭 84mm, 높이 57mm, 길이 350mm이며 깊이 32mm인 두 개의 홈을 갖는다. 그림 1은 합성제륜자 제작에 필요한 상 펀치의 오른쪽 반을 보여준다. 홈의 각도와 곡선부의 반경을 변화시켜 밀도분포가 균일하며 높은 밀도를 얻을 수 있는 형상을 조사하였다. Shima와 Oyane<sup>(1)</sup>의 항복조건과 강소성 유한요소이론을 적용하였다.

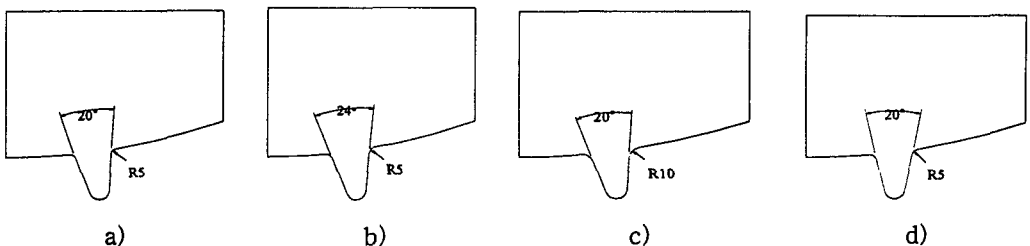


그림 1. 해석에 사용된 펀치 형상 (1/2 모델)

그림 2는 합성제륜자 성형해석용 유한요소 모델로 제륜자의 반만을 해석대상으로 하였다. 제륜자의 폭방향으로는 변형이 일정하다고 가정하여 2차원 문제로 해석하였으며 전체 요소수는 1168개, 절점수는 1091개로 사각형 요소를 사용하였다. 응력과 변형률은 압축실험에서 구한 관계식을 이용하였다.

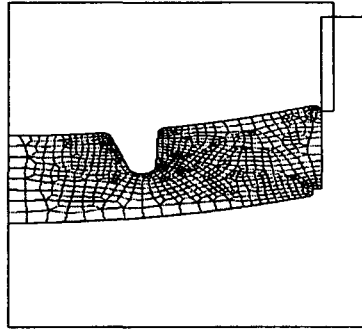


그림 2. 합성제륜자의 성형해석 유한요소 모델

### 3.1 합성제륜자 기본모델의 성형해석

자유분말금속의 변형은 낮은 응력상태에서 입자의 미끄러짐에 의한 변형과 높은 응력상태에서 입자의 소성변형으로 나타난다. 제륜자의 성형과정을 해석에 적용하기 위해 상대밀도가 상당히 커진 상태에서부터 소성변형을 하는 것으로 가정하였다. 따라서 초기 자유분말상태에서 압축되는 과정은 무시하고 84mm로 압축된 상태에서부터 성형되는 것으로 해석을 수행하였다. 부피비를 계산하여 초기상대밀도를 0.6, 소재와 금형과의 마찰은 일정전단마찰(constant shear factor friction)로 하여 마찰계수는 0.6으로, 펀치의 속도는 20mm/s로 하였다. 그림 1. (a)에 해석에 적용한 펀치의 형상을 나타내었다.

스트록이 진행되면서 소재는 압축되고 전체적으로 상대밀도가 점차 증가하게 된다. 특히 홈 밀부분은 소재가 수직방향으로의 압축에 의해 상당히 높은 상대밀도 분포를 나타내며, 홈의 경사 밀부분은 홈의 형상을 따라 이동하게 된다. 홈 좌·우측의 경사구배가 수직에 대하여 약간의 차이를 보이므로 마찰의 영향이 달라지게 된다. 좌측에 비하여 우측부분이 마찰의 영향이 적게되고 상대밀도가 낮게 나타난다. 최대 0.99에서 최소 0.8의 상대밀도를 나타냈으며, 홈 밀부분에서 가장 높고 홈의 우측 경사 밀부근에서 가장 낮게 나타났다. 또한 홈 코너부의 상대밀도는 0.87정도로 비교적 낮게 나타났다. 최대 Von mises 등가응력은 121 N/mm<sup>2</sup>로 홈 근처에서 발생하였다.

### 3.2 홈의 각도변화에 따른 영향

제륜자의 형상 변화에 따른 영향을 분석하기 위하여 홈의 각도를 20° 에서 24° 로 변경하여 해석을 수행하였다. 변경된 펀치의 형상을 그림 1. (b)에 도시하였으며, 다른 해석조건은 앞의 내용과 같게 적용하였다. 펀치 스트록에 따른 상대밀도 분포는 앞의 해석결과와 크게 다르지 않게 나타났다. 홈 밀부분에서 0.99로 가장 높고 홈의 우측 경사 밀부근에서 0.8로 가장 낮게 나타났으며, 홈과 표면사이의 곡면부는 상대밀도가 0.87정도로 앞의 해석결과와 거의 유사하게 나타났다. 따라서 홈의 각도변경이 상대밀도 분포의 변화에 큰 영향이 없음을 알 수 있다. 최대 Von mises 등가응력은 118 N/mm<sup>2</sup>로 홈 근처에서 발생하였다.

### 3.3 홈 코너부의 변화에 따른 영향

여기서는 홈 코너부의 필렛을 5° 에서 10° 으로 변경하여 해석을 수행하였다. 변경된 펀치의 형상을 그림 1. (c)에 도시하였으며, 다른 해석조건은 앞의 내용과 같게 적용하였다. 초기 형상의 결과와 비교해보면 상대밀도 분포의 변화는 별 차이가 없으며, 홈 밀부분에서 가장 높고, 홈의 우측 경사 밀부분에서 가장 낮게 나타났다. 상대밀도가 최대 0.99에서 최소 0.82로 최소 상대밀도값이 약간 증가하였지만 두드러진 개선효과는 보이지 않았다. 따라서 홈 코너부의 필렛변화가 상대밀도 분포에 큰 영향이 없음을 알 수 있다. 최대 Von mises 등가응력은 119 N/mm<sup>2</sup>로 홈 근처에서 발생

하였다

### 3.4 흙의 기울기 변화에 따른 영향

흙의 기울기를 수직하게 변경하여 해석을 수행하였다. 변경된 편치의 형상을 그림 1. (d)에 도시하였으며, 다른 해석조건은 앞의 내용과 같게 적용하였다.

앞의 해석들과 달리 흙 좌·우측의 상대밀도분포가 비슷하게 나타나며, 흙 부근에서의 상대밀도값도 0.88이상으로 상당히 개선된 결과를 보이고 있다. 흙의 기울기를 수직하게 변경함으로써 좌·우측의 경사구배가 같고, 좌·우측의 재료 유동이 동일하게 되기 때문에 상대밀도 분포가 좋아진 것으로 생각된다. 각 부분의 상대밀도는 흙 밑부분에서 0.99, 흙의 우측 경사 밑부분에서 0.89, 흙 코너부에서 0.87정도를 나타냈다. 최대 Von mises 등가응력은 119 N/mm<sup>2</sup>로 흙 근처에서 발생하였다

## 4. 결 론

철도차량 동력차용 합성제륜자의 성형공정을 상용유한요소 프로그램인 DEFORM을 이용하여 해석하였다. 합성제륜자의 흙 형상에 따른 상대밀도분포와 응력을 해석하였으며 그 결과를 분석하면 다음과 같다.

(1) 제륜자 성형해석에서 성형과정중의 제륜자의 상대밀도 분포를 분석한 결과 흙 밑부분에서 가장 높고 흙의 우측 경사 밑 부위에서 가장 낮게 나타났다. 전체적으로도 흙 우측 경사부근이 낮은 상대밀도분포를 보이고 있으며, 실제 제동시 제동력에 의한 발생응력이 작용할 때 이 부위가 상대적으로 취약할 것으로 판단된다.

(2) 형상변화에 따른 영향에서는 흙의 각도변화, 흙 코너부의 변화, 흙 기울기의 변화로 구분하였으며, 흙의 각도변화와 흙 코너부의 변화에 의한 두드러진 개선은 나타나지 않았으나, 흙 기울기의 변화에 의한 영향에서는 전반적으로 상대밀도의 분포가 균일하게 되었고 최소 상대밀도값도 크게 개선되었다. 특히 취약부분인 흙의 우측 경사부분의 상대밀도가 상당히 개선되었다.

## 참고문헌

1. S. Shima and M. Oyane (1976), "Plasticity Theory for Porous Solids," int. J. Mech. Sci. 18, pp.285-291.
2. J. J. Park (1995), "Constitutive Relations to Predict Plastic Deformations of Porous Metals in Compaction", Int. J. Mech. Sci., Vol.37, No.7, pp.709-719.
3. J. K. Park (1985,) "Die compaction of Powder: Constitutive Modeling and Finite Element Calculations," Ph. D. Thesis, College of Engineering, North Carolina State University, Raleigh.
4. H. Hsieh, E. Kavazanjian and R. Borja (1990), "Double-Yield Surface Cam Clay Plasticity Model", J. of Geotech. Eng., Vol.116, No.9, September, pp.1381-1401.
5. S. M. Doraivelu, H. L. Gegel, J. S. Gunasekera, J. C. Malas and J. T. Morgan (1984), "A New Yield Function for Compressible P/M Materials", Int. J. Mech. Sci. Vol.26, No.9/10, pp.527-535.
6. B. B. Hwang (1991), "Deformation Characterization of Powdered Metals in Compaction and Application of the Finite Element Method to Compaction Processes," Ph. D. Thesis, College of Engineering, U. C. Berkeley.