

# 레일의 제조공정에서 비금속 개재물에 의한 레일의 잔류응력 해석

## Analysis of the Residual Stress Produced by non-metallic Inclusions during Rail Manufacturing Process

구병춘\*                      정우현\*\*                      이희성\*\*\*                      서정원\*\*\*\*  
Goo, Byeong-Choon                      Chung, Woo-Hyun                      Lee, Hi-Sung                      Seo, Jung-Won

### ABSTRACT

During the cooling process of rail, residual stresses are produced due to the difference of the coefficients of thermal expansion between rail and inhomogeneous non-metallic inclusions such as sulphides and oxides. A micro-mechanical approach is used to obtain the stresses in the inclusions and matrix. After obtaining the stress of an elliptical inhomogeneous inclusion in an infinite domain, average stresses of randomly distributed spherical inclusions are obtained by use of Mori-Tanaka's self consistent method. The magnitude of the calculated residual stress is near to the yield stress of the matrix in case of the spherical inclusions.

### 1. 서 론

철도차량의 레일에 존재하는 각종 비금속 개재물(inclusion)은 레일의 균열발생원으로 작용하여 레일의 마모를 증가시켜 레일의 수명을 단축시키며 열차의 안전운행에도 나쁜 영향을 미치므로 이러한 개재물이 레일의 기계적 특성에 미치는 영향에 대한 관심이 날로 증가하고 있다. 특히 이러한 개재물은 레일의 응착마모(adhesion wear)와 밀접한 관련이 있다<sup>(1, 2)</sup>. 레일의 마모특성을 개선하기 위해 레일의 경도를 증가시키나 퍼얼라이트의 경우 BHN 360~380을 초과하면 응착마모특성이 더 이상 향상되기 어려워 다른 수단을 찾아야 하는데 그 중의 하나가 황화물(sulphide)의 양을 조절하는 것이다. 응착마모 조건에 있는 레일의 표면근처 미세조직을 관찰하면 표면에 평행한 수많은 균열이 보인다. X-Ray 분석에 의하면 이들 대부분의 균열은 황화물 특히 MnS를 포함하고 있다<sup>(1)</sup>. MnS의 경도는 BHN 170 정도로 매우 연하여 레일 모재의 소성변형과 동일한 정도의 변형이 일어난다. 따라서 초기의 황화물은 전단층으로 들어가자마자 변형을 시작하고 표면에 가까워지며 따라 늘어난다. 이렇게 늘어난 MnS 개재물이 균열을 만들지만 현미경 관찰에 의하면

---

\* 한국철도기술연구원 수송차량연구본부 선임연구원, 정희원

\*\* 강원산업주식회사 기술부 부장, 정희원

\*\*\* 한국철도기술연구원 수송차량연구본부 책임연구원, 정희원

\*\*\*\* 한국철도기술연구원 수송차량연구본부 주임연구원, 정희원

이러한 균열은 표면에 매우 가까이 있어도 금속의 소성변형범위를 넘어서까지 성장하거나 진전하지는 않는다. 그러나 변형된 레일 모재에서 MnS 개재물의 밀도증가는 표면아래 전단층의 초기 균열 수를 증가시키므로 응축마모에 대한 레일의 저항을 감소시킨다. 실험에 의하면 응축마모율은 황화물 개재물의 밀도에 선형적으로 비례함을 보여준다<sup>(1)</sup>. 그러나 마모를 줄이기 위하여 황의 양을 극단적으로 줄이면 수소에 의한 균열(hydraugen flaking)을 증가시킬 수 있으므로 이점을 유의하여야 한다.

한편 레일의 모재에 비해 연한 황화물과 달리 실리콘산화물(SiO<sub>2</sub>)과 알루미늄산화물(Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)은 매우 딱딱하여 경도가 각각 BHN 800, BHN 2500 정도이다<sup>(1)</sup>. 따라서 이들 개재물은 레일 모재금속의 변형과 함께 변형되지 않으므로 황화물 개재물이 초기 균열을 만드는 정도로 전단층에서 초기 균열을 만들지는 않는다. 따라서 이들 개재물은 응축마모에 미소한 영향을 미친다고 할 수 있지만 이들 개재물은 피로균열을 발생시킬 수 있고 이들 균열이 발견되지 않고 성장하면 레일의 피로파괴에 이를 수 있으므로 이들 개재물 역시 최대한으로 관리되어야 하는 것이다. 일반적으로 셸(shells)은 거의가 알루미늄 산화물에서 시작된다고 보고되고 있다<sup>(2)</sup>. 개재물의 크기를 레일표면으로부터의 깊이에 따라 조사한 결과에 의하면 축하중이 큰 조건에서 셸이 발견되는 깊이에서 개재물의 크기가 증가하는데 이는 셸이 이들 개재물과 밀접한 관련이 있음을 말해 주는 것이다.

위에서 살펴본 바와 같이 개재물에 관한 기존의 연구는 개재물이 균열생성과 마모에 미치는 영향을 실험적으로 접근한 것이 대부분이다. 개재물이 영향을 끼칠 수 있는 또 하나의 영역은 레일의 제조과정에서 용융상태의 철이 냉각될 때 개재물과 모재의 열팽창계수의 차이로 인하여 발생하는 열응력이다. 이 열응력의 크기가 항복응력의 크기를 초과하면 소성변형을 일으키고 초기 균열을 만들 수 있으며 잔류응력을 생성할 수도 있다. 따라서 개재물을 포함한 레일은 제작과 함께 이미 균열원을 가지고 있다고 할 수 있다. 본 연구에서는 냉각 과정에서 발생하는 열응력의 크기를 Eshelby의 해, Mori-Tanaka의 개재물에 의한 평균응력 계산법 등에 근거한 미시역학적 접근으로 평가하고자 한다.

## 2. 레일의 모재 및 개재물에 작용하는 잔류응력

탄성계수가  $C'_{ijk}$ 이고 기지금속과 이질인(inhomogeneous) 타원체 형상인 하나의 개재물  $\Omega$ 를 포함하는 무한체인 해석대상  $D$ 에서 개재물과 기지금속( $D-\Omega$ )에서의 응력을 생각하자. 기지금속(모재)의 탄성계수는  $C_{ijk}$ 이다. 이 개재물은 탄성계수가 기지와 다르며  $\epsilon_{ij}^p$ 의 고유변형률(eigenstrain)을 가질 수 있다. 본 연구에서의 고유변형률은 기지금속과 개재물의 열팽창계수의 차이에 기인하므로 기지금속과 개재물이 등방체인 경우 다음과 같이 주어진다.

$$\epsilon_{ij}^p = \int_{T_1}^{T_2} \{ \alpha_i(T) - \alpha(T) \} \delta_{ij} dT \quad (1)$$

여기서  $\alpha$ 와  $\alpha_i$ 는 기지금속과 개재물의 열팽창계수이고,  $T_1$ 는 기준온도  $T_2$ 는 냉각상태에 있는 임이의 온도이다. 레일의 경우 용융상태의 온도가 기준온도가 된다. 냉각과 함께 기지금속과 개

재물의 열팽창계수의 차이에 의해 개재물에는 Eshelby의 해<sup>(3)</sup>에서의 고유변형률  $\varepsilon_{ij}^p$ 이 발생하게 되어 잔류응력  $\sigma_{ij}$ 가 생성된다. 이 잔류응력이 항복응력을 초과하면 레일에는 제작단계에서 이미 수많은 초기 균열원을 포함하고 있다고 할 수 있는 것이다. 항복응력을 초과하지 않아도 휠에 의한 응력이 추가되면 균열 발생을 일으킬 수 있다.

응력과 변형률에 대한 Hooke의 법칙은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^I (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p) \quad \text{in } \Omega \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \text{in } D - \Omega \quad (3)$$

평형방정식과 경계조건은 아래와 같다.

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad \text{in } D \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} n_j = 0 \quad \text{on } |D| \quad (5)$$

이질인 개재물에 대한 문제는 동질인(homogeneous) 개재물에 대한 등가문제로 변경될 수 있다<sup>(4)</sup>. 고유변형률  $\varepsilon_{ij}^p$ 에 가상적인 고유변형률  $\dot{\varepsilon}_{ij}^*$ 를 추가하여 개재물이 기지금속과 동일한 탄성계수를 갖는다고 하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p - \dot{\varepsilon}_{kl}^*) \quad \text{in } \Omega \quad (6)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \text{in } D - \Omega \quad (7)$$

식 (2)와 (6)이 동일하여야 하므로 다음의 관계가 주어진다.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^I (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p) = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p - \dot{\varepsilon}_{kl}^*) \quad \text{in } \Omega \quad (8)$$

개재물에서 고유변형률  $\varepsilon_{ij}^p$ 이 일정하면  $\varepsilon_{ij}$ 는 일정한 고유변형률  $\varepsilon_{kl}^p + \dot{\varepsilon}_{kl}^*$ 을 갖는 개재물에 대한 해로 다음과 같이 표현된다<sup>(4)</sup>.

$$\varepsilon_{kl} = S_{klmn} (\varepsilon_{mn}^p + \dot{\varepsilon}_{mn}^*) \equiv S_{klmn} \varepsilon_{mn}^{\ddot{}} \quad (9)$$

$$\varepsilon_{ij}^{\ddot{}} = \varepsilon_{ij}^p + \dot{\varepsilon}_{ij}^* \quad (10)$$

$S_{klmn}$ 은 Eshelby 텐서이다. 식 (9)를 식 (8)에 대입하면 아래의 식이 얻어진다.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^I (S_{klmn} \varepsilon_{mn}^{\ddot{}} - \varepsilon_{kl}^p) = C_{ijkl} (S_{klmn} \varepsilon_{mn}^{\ddot{}} - \varepsilon_{kl}^{\ddot{}}) \quad \text{in } \Omega \quad (11)$$

개재물과 기지금속이 등방성인 경우 식 (8)은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{ij} = 2\mu^I (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p) + \lambda^I \delta_{ij} (\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^p) = 2\mu (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^{\ddot{}}) + \lambda \delta_{ij} (\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^{\ddot{}}) \quad (12)$$

여기서  $\mu^I$ ,  $\lambda^I$  및  $\mu$ ,  $\lambda$ 는 각각 개재물과 기지금속의 Lamé의 상수이다. 그리고

$$\varepsilon_{ij}^{\bullet\bullet} = \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^{\bullet} \quad (13)$$

수식의 취급을 간단히 하기 위해 편차변형률(deviatoric strain)을 다음과 같이 정의한다.

$$\varepsilon'_{ij}{}^p = \varepsilon_{ij}^p - \delta_{ij} \varepsilon_{kk}^p / 3 \quad (14)$$

$$\varepsilon'_{ij}{}^{\bullet\bullet} = \varepsilon_{ij}^{\bullet\bullet} - \delta_{ij} \varepsilon_{kk}^{\bullet\bullet} / 3 \quad (15)$$

$$\varepsilon'_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij} \varepsilon_{kk} / 3 \quad (16)$$

위에서 정의된 편차변형률을 이용하면 식 (12)는 아래와 같이 2개의 식으로 표현될 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} 2\mu^I (\varepsilon'_{ij} - \varepsilon'_{ij}{}^p) &= 2\mu (\varepsilon'_{ij} - \varepsilon'_{ij}{}^{\bullet\bullet}) \\ K^I (\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^p) &= K (\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^{\bullet\bullet}) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

여기서 체적탄성계수  $K$ , 탄성계수  $E$ , 푸아송 비  $\nu$ 는 아래의 관계가 성립한다.

$$K = \lambda + 2\mu/3 = E/3(1-2\nu), \quad E = 2(1+\nu)\mu, \quad \lambda = 2\mu\nu/(1-2\nu) \quad (18)$$

개재물  $\Omega$ 에서  $\varepsilon_{ij}^p$ 가 일정할 때 식 (9)를 이용하여 식 (17)에서  $\varepsilon_{ij}^{\bullet}$ 를 구할 수 있다.  $\varepsilon_{ij}^{\bullet\bullet}$ 의 전단 성분은 식 (17)의 첫째 식으로부터 직접 얻어진다.

$$\varepsilon_{12}^{\bullet\bullet} = 2\mu^I \varepsilon_{12}^p / \{4(\mu^I - \mu)S_{1212} + 2\mu\} \quad (19)$$

$$\varepsilon_{23}^{\bullet\bullet} = 2\mu^I \varepsilon_{23}^p / \{4(\mu^I - \mu)S_{2323} + 2\mu\} \quad (20)$$

$$\varepsilon_{31}^{\bullet\bullet} = 2\mu^I \varepsilon_{31}^p / \{4(\mu^I - \mu)S_{3131} + 2\mu\} \quad (21)$$

임이의 타원체 형상 개재물에 대해서  $\varepsilon_{11}^{\bullet\bullet}$ ,  $\varepsilon_{22}^{\bullet\bullet}$ ,  $\varepsilon_{33}^{\bullet\bullet}$ 의 계산은 간단히 얻어지지 않으나 개재물이 구형일 때는 다음과 같이 간단한 식으로 주어진다<sup>(4)</sup>.

$$\varepsilon_{ij}^{\bullet\bullet} = -15(1-\nu)\varepsilon'_{ij}{}^p \mu^I / \{(5\nu-7)\mu - (8-10\nu)\mu^I\} - \delta_{ij} K^I \varepsilon_{kk}^p (1-\nu) / \{(4\nu-2)K - (1+\nu)K^I\} \quad (22)$$

$\varepsilon_{ij}^{\bullet\bullet}$ 가 계산되면 타원체이며 등방성인 개재물  $\Omega$ 에서의 응력은 아래의 식으로 주어진다.

$$\sigma_{ij} = 2\mu(S_{ijmn}\epsilon_{mn}'' - \epsilon_{ij}'') + \lambda\delta_{ij}(S_{klmn}\epsilon_{mn}'' - \epsilon_{kk}'') \quad (23)$$

기지에서서의 응력은 약간 복잡한 식으로 주어지지만 Eshelby의 해에 의해 계산할 수 있다.

실재의 레일에는 여러 종류의 개재물이 있고 각 개재물의 수도 무한히 많아 이들 개재물 사이에 간섭이 있으므로 하나의 개재물에 대한 해를 직접 사용할 수 없다. 많은 수의 개재물이 있는 경우 정확한 해는 얻기 어려우나 평균응력은 몇 가지 조건하에서 쉽게 얻어진다. 개재물의 수를  $N$ 개라 하고 충분한 수의 개재물을 포함하고 있는 체적  $V$ 인 해석대상에서 각 개재물이 차지하는 부피비를  $f_i = V_i/V$  ( $i=1\dots N$ )로 정의한다. 이 때 Mori-Tanaka<sup>(9)</sup>의 방법을 적용하면 각 개재물  $s$ 에 작용하는 평균응력  $\bar{\sigma}_{ij}^s$  ( $s=1\dots N$ )와 모재에 작용하는 평균응력  $\bar{\sigma}_{ij}^M$ 은 다음 식으로 주어진다<sup>(9)</sup>.

$$\bar{\sigma}_{ij}^s = C_{ijkl}(S_{klmn}\epsilon_{mn}'' - \epsilon_{kl}'') - C_{ijkl} \sum_{i=1}^N f_i (S_{klmn}\epsilon_{mn}'' - \epsilon_{kl}'') \quad (24)$$

$$\bar{\sigma}_{ij}^M = -C_{ijkl} \sum_{i=1}^N f_i (S_{klmn}\epsilon_{mn}'' - \epsilon_{kl}'') \quad (25)$$

앞에서 유도한 잔류응력의 크기를 평가하기 위해서는 레일의 모재와 개재물의 기계적 물리적 특성을 알아야 한다. Fig. 1에서 보는 바와 같이 용융상태로부터 냉각될 때 항복강도, 탄성계수  $E$ , 체적탄성계수  $K$ 는 증가하고, 비열  $c$ , 푸아송비  $\nu$ , 열팽창계수  $\alpha = \epsilon_{\theta\theta}$ 는 감소한다.

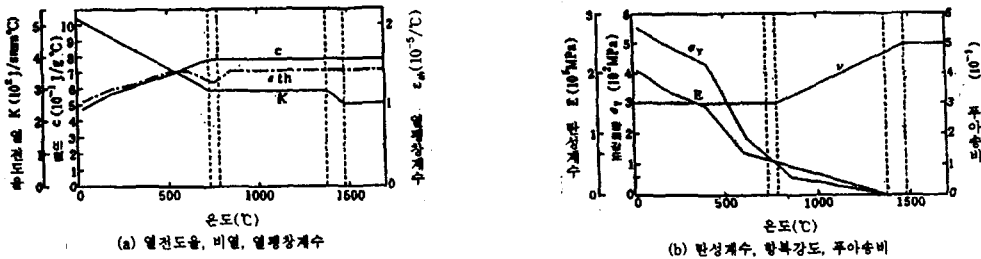


Fig. 1. 온도에 대한 레일의 기계적, 물리적 성질의 변화<sup>(6)</sup>

열팽창계수는 용융상태에서 상온까지 큰 변화가 없으므로 식 (1)의 고유변형률은 근사적으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\epsilon_{ij}^p = \int_{T_1}^{T_2} \{\alpha_i(T) - \alpha(T)\} \delta_{ij} dT = (\alpha_i - \alpha)(T_2 - T_1) \delta_{ij} \quad (26)$$

일반적으로 레일의 냉각시 온도분포는 균일하지 않으므로 비정상상태의 열전달방정식을 풀어야 정확한 해를 구할 수 있지만 여기서는 레일과 개재물이 온도의 구배없이 균일하게 냉각된다고 가정한다. 응력의 크기에 대한 평가를 위해 아주 딱딱한 구형의 알루미늄산화물( $Al_2O_3$ )이 무한체로

가정되는 레일의 내부에 놓여 있는 경우를 고려한다. 온도변화  $(T_2 - T_1) \approx -1400^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_1 - \alpha \approx 10 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$  라면  $\varepsilon_{ij}^p = -1.40 \times 10^{-3} \delta_{ij}$  이다.  $E=20,000 \text{ kgf}/\text{mm}^2$ ,  $\nu=0.3$ ,  $\mu'=10 \mu$  라 하면, 식 (23)에서  $\sigma_{11}^p = \sigma_{22}^p = \sigma_{33}^p = 351 \text{ kgf}/\text{mm}^2$ ,  $\sigma_{12}^p = \sigma_{23}^p = \sigma_{31}^p = 0$  이 얻어진다. 개재물의 열팽창계수가 크므로 개재물에는 인장응력이 작용하고 모재에는 압축응력이 작용하게 된다. 개재물 외부의 기지금속에서의 응력은 약간 복잡하나 유사한 방법으로 구할 수 있다<sup>(4)</sup>.

### 3. 결론

철도차량의 레일은 제작과정에 여러 종류의 비금속 개재물을 포함하게 된다. 대표적인 개재물로는 BHN 70 정도의 황화물 (MnS), BHN 800 정도의 실리콘산화물(SiO<sub>2</sub>), BHN 2500 정도의 아주 딱딱한 알루미늄산화물 (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) 등이다. 이들 개재물은 레일이 용융상태로부터 냉각될 때 모재와의 열팽창계수의 차이에 의해 잔류응력을 발생시킨다. 레일내부에 타원체 형상의 여러 종류의 개재물이 임의로 놓여 있는 경우 모재와 개재물에 작용하는 평균응력을 계산할 수 있는 이론해를 제시하였다. 딱딱한 한개의 구형인 알루미늄 산화물의 경우 개재물에 작용하는 응력은  $\sigma_{11}^p = \sigma_{22}^p = \sigma_{33}^p = 351 \text{ kgf}/\text{mm}^2$  정도이다. 이러한 개재물에 의해 레일은 개재물 근처에서 국부적으로 소성변형이 일어나며 균열원으로 작용하여 레일의 마모특성에 영향을 미치므로 개재물이 레일의 특성에 미치는 영향, 윤중에 의한 레일의 탄소성 변형<sup>(7)</sup>과 개재물과의 관계, 개재물 형상의 영향 등에 대한 연구가 기대된다.

### 참고문헌

1. J. Kalousek (1986), "Wear and Contact Fatigue Model for Railway Rail," Technical Report, TR-WE-50, NRC No. 27491, TDC No. TP 8344E, Transport Canada, Transportation Development Center, Motreal, Canada.
2. R. K. Steele (1991), "Performance Requirements of Railroad Rail," RETPRT R-793, AAR Technical Center, Chicago, Illinois, USA.
3. J. D. Eshelby (1957), "The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion and Related Problems," *Proc. Roy. Soc. A*, Vol. 241, pp. 376~396.
4. T. Mura (1987), "Micromechanics of defects in Solids," 2nd ed. Martinus Nijhoff, Dordrecht, pp. 177.
5. T. Mori and K. Tanaka (1973), "Average Stress in Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions," *Acta. metall. mater.*, Vol. 21, pp. 571~574.
6. M. Akama (1989), "Numerical Simulation of the Overlay Welding Process of Wheel Using General Purpose FEM Codes," RTRI REPORT Vol. 3, No. 6, pp. 62~67.
7. 구병춘 (1998), "파괴역학을 이용한 차륜과 휠의 마모에 관한 연구," 한국철도학회 1998년도 춘계학술대회논문집, pp. 315~322.