

# 2차원 관절형 고속열차 모델을 이용한 차량/궤도/교량 상호작용해석 Train/Track/Bridge Interaction Analysis Using 2-Dimensional Articulated High-Speed Train Model

김 만 철\* · 양 신 추\*\* · 이 종 득\*\*\*  
Kim, Man-Cheol · Yang, Sin-Chu · Lee, Jong-Duk

## ABSTRACT

In this paper, the simplified method for 2-dimensional train/track/bridge interaction analysis is utilized in the analysis of dynamic behavior of bridges in which the eccentricity of axle loads and the effect of the toriosnal forces acting on the bridge are included for the more accurate train/track/bridge interaction analysis. Inverstigations mainly into the influence of vehicle speed on train/track/bridge interactions are carried out for the two cases. The first case is that only train and bridge are considered in the modelling and the other case is that train, track and bridge are considered.

## 1. 서 론

최근 건설되고 있는 경부고속철도사업에서 총 412 km 구간 중 교량연장이 112 km(27%)에 이르고 있다. 경부고속철도는 중량의 열차가 300 km/h에 이르는 고속으로 교량을 통과함에 따라 도로교 및 기존 재래선의 일반열차(최대속도 140 km/h)와는 상이한 진동특성을 보여줄 것이다. 따라서 교량구간의 안전성과 좋은 승차감을 확보하기 위해서는 차량/궤도/교량의 상호작용 해석을 통하여 교량의 정확한 동적특성을 분석하는 것이 필요하다.

철도교에 대한 진동문제는 19 C 중반부터 Willis Stokes, Kryloff, Timoshenko, Inglis[1] 등에 의해 시작되었으며, 주행차량모형을 개발한 Chu 등[2]과 Yang 등[3]에 이르기 까지 많은 연구자들에 의해 연구가 수행되었다. 국내에서는 장승필 등[4], 유철수 등[5]과 박홍성[6] 등이 철도차량을 고려한 동적해석연구를 수행하였다. 또한 최창근, 양신추 등[7]은 2차원 차량모형에 교량의 편심의 영향을 고려하므로써 2차원 해석의 정확성을 개선하고, 차량과 교량의 전체 모델링에 의한 3차원 동적해석 시 소요되는 많은 시간 및 계산량 등을 감소시킨 2차원 차량/교량 해석방법을 개발하였다.

본 연구에서는 최창근, 양신추 등[7]의 연구결과를 기초로 궤도 및 윤축과 레일의 접촉강성의 영향을 고려한 차량/궤도/교량의 2차원 해석방법을 개발하였다.

\* 정회원, 한국철도기술연구원 선임위축연구원

\*\* 정회원, 한국철도기술연구원 책임연구원

\*\*\* 정회원, 국립철도대학 교수

## 2. 차량의 모델링

본 논문에서 사용한 TGV 차량(그림 1)은 동력차(Power Car) 2량, 동력객차(Motorized Trailer) 2량과 객차(Passenger Car) 13량으로 이루어져 있다. 각각의 구성차량은 차체(Car Body)와 2차 현가장치(Secondary Suspension), 대차(Bogie)와 1차 현가장치(Primary Suspension)와 윤축(Axle)로 이루어져 있다. TGV 차량의 가장 큰 특징은 동력차에는 2개의 동력대차가 사용되고 있지만, 동력객차와 객차의 연결과 객차와 객차 사이에 연결에 있어서 차체의 유동성이 종속되는 관절형의 대차가 사용된다는 것이다. 관절형 대차를 사용함으로써 열차 전체가 유기적으로 연결되어 차체의 독립적인 거동을 막아줌으로써 기존 열차에 나타났던 진동 현상을 억제하는 효과를 얻고 있다. 본 논문에서는 차량의 연직 운동(Vertical Displacement)과 피칭(Pitching), 대차의 중앙점에서 연직 운동과 피칭을 그리고 윤축에서 연직운동을 차량의 자유도로 고려하였다(그림 1). 또한 차량과 대차는 질량을 갖는 강체로 가정하였고, 열차는 등속 직선운동을 하는 것으로 하였다.

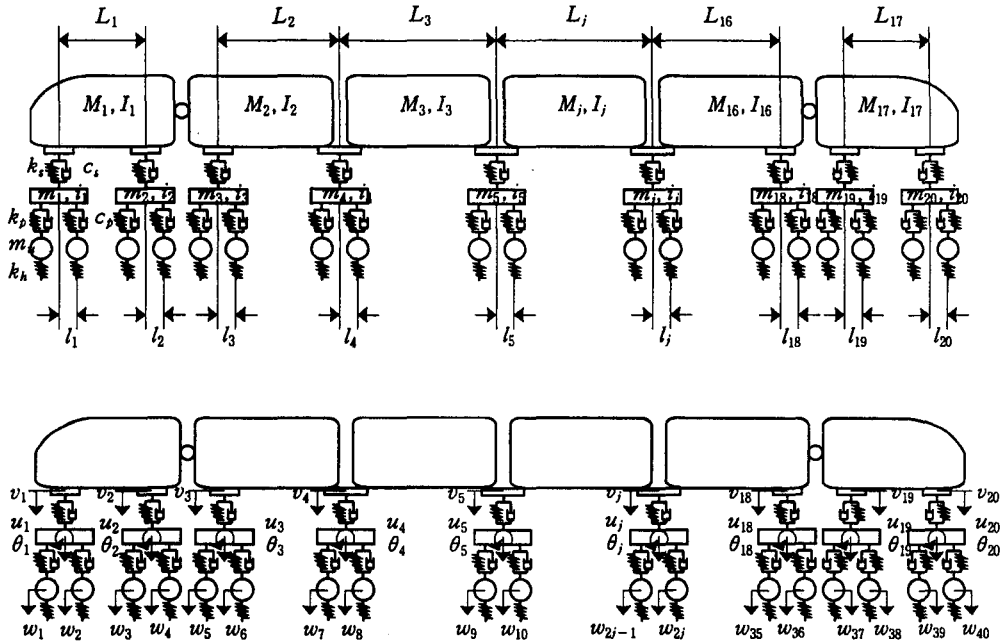


그림 1. TGV 차량의 물성치 및 자유도

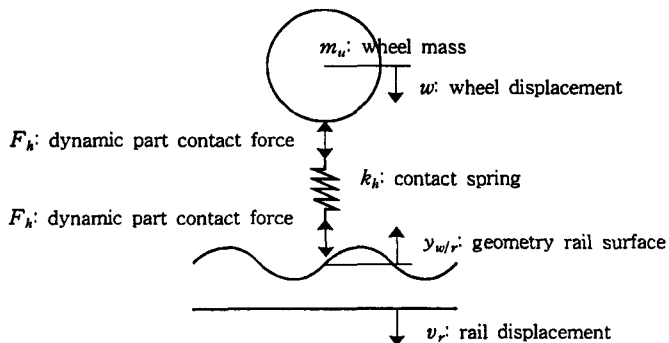


그림 2. 차륜과 레일의 접촉강성 모델

차륜과 레일의 접촉강성을 고려하기 위하여 접촉 스프링( $k_h$ )을 고려하였다. 접촉강성은 차륜( $w$ )과 레일의 변위 및 레일의 불규칙성( $v_r + y_{w/r}$ )에 대한 상대변위에 의존하는 비선형 방정식으로 주어지지만[7] 본 연구에서는 선형으로 가정하였다.

차량의 운동방정식을 유도하기 위하여 식(1)과 같은 라그랑지안 방정식(Lagrange's Equation)을 도입하였다.

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial T}{\partial \dot{g}_i} \right\} - \left\{ \frac{\partial T}{\partial g_i} \right\} + \left\{ \frac{\partial V}{\partial g_i} \right\} + \left\{ \frac{\partial D}{\partial \dot{g}_i} \right\} = 0 \quad (1)$$

식(1)에서  $T$ 는 운동에너지(Kinetic Energy)를,  $V$ 와  $D$ 는 각각 변형에너지(Potential Energy)와 분산에너지(Dissipation Energy)를 의미하고,  $g_i$ 는 변위를 나타낸다.

앞 동력차의 운동에너지( $T$ )와 변형에너지( $V$ ), 분산에너지( $D$ )는 다음 식과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \left\{ M_1 \left( \frac{\dot{v}_1 + \dot{v}_2}{2} \right)^2 + I_1 \left( \frac{\dot{v}_1 - \dot{v}_2}{L_1} \right)^2 \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^2 (m_i \dot{u}_i^2 + i_i \dot{\theta}_i^2) + \sum_{i=1}^4 m_{ui} \dot{w}_i^2 \right\} \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 k_{si} y_{si}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 k_{pi} y_{pi}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 k_{hi} y_{hi}^2 \quad (3)$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 c_{si} \dot{y}_{si}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 c_{pi} \dot{y}_{pi}^2 \quad (4)$$

동력차 및 객차의 운동에너지( $T$ )와 변형에너지( $V$ ), 분산에너지( $D$ )는 다음 식과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{16} \left\{ M_i \left( \frac{\dot{v}_{i+1} + \dot{v}_{i+2}}{2} \right)^2 + I_i \left( \frac{\dot{v}_{i+1} - \dot{v}_{i+2}}{L_i} \right)^2 \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=3}^{18} (m_i \dot{u}_i^2 + i_i \dot{\theta}_i^2) + \sum_{i=5}^{36} m_{ui} \dot{w}_i^2 \right\} \quad (5)$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=3}^{18} k_{si} y_{si}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=5}^{36} k_{pi} y_{pi}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=5}^{36} k_{hi} y_{hi}^2 \quad (6)$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=3}^{18} c_{si} \dot{y}_{si}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=5}^{36} c_{pi} \dot{y}_{pi}^2 \quad (7)$$

뒤 동력차의 운동에너지( $T$ )와 변형에너지( $V$ ), 분산에너지( $D$ )는 다음 식과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \left\{ M_{17} \left( \frac{\dot{v}_{19} + \dot{v}_{20}}{2} \right)^2 + I_{17} \left( \frac{\dot{v}_{19} - \dot{v}_{20}}{L_{17}} \right)^2 \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=19}^{20} (m_i \dot{u}_i^2 + i_i \dot{\theta}_i^2) + \sum_{i=37}^{40} m_{ui} \dot{w}_i^2 \right\} \quad (8)$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=19}^{20} k_{si} y_{si}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=37}^{40} k_{pi} y_{pi}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=37}^{40} k_{hi} y_{hi}^2 \quad (9)$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=19}^{20} c_{si} \dot{y}_{si}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=37}^{40} c_{pi} \dot{y}_{pi}^2 \quad (10)$$

여기서  $y_{si}$ 는 2차 현가장치의 상대변위를,  $y_{pi}$ 와  $y_{hi}$ 는 각각 1차 현가장치의 상대변위와 접촉 스프링의 상대변위를 의미한다.

$$y_{si} = v_i - u_i \quad (11)$$

$$y_{pi} = u_i + (-1)^{(i+1)} l_i \theta_i - w_i \quad (12)$$

$$y_{hi} = w_i - v_r(x_i) + y_{w/r}(x_i) \quad (13)$$

$v_r(x_i)$  는  $i$ 번째 윤축의 위치  $x_i$ 에서 레일의 변위이고  $y_{w/r}(x_i)$ 는 그 점에서의 궤도의 불규칙성을 의미한다(그림 2).

차량의 자유도  $g_t = \langle v_j, u_j, \theta_j, w_{2j-1}, w_{2j} \rangle^T$ ,  $j=1, \dots, 20$ 에 대해 식(2)~(10)을 라그랑지안 방정식 (1)에 적용하므로써 다음과 같은 차량의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$M_t \ddot{g}_t + C_t \dot{g}_t + K_t g_t = q_t \quad (14)$$

여기서  $q_t = \langle M_j g, 0, m_j g, 0, m_{uj} g + k_h \{v_r(x_{2j-1}) - y_{w/r}(x_{2j-1})\}, m_{uj} g + k_h \{v_r(x_{2j}) - y_{w/r}(x_{2j})\} \rangle^T$ ,  $j=1, \dots, 20$ 이고,  $g$ 는 중력가속도 이다.

### 3. 궤도의 모델링

궤도는 레일(Rail)과 침목(Sleeper) 도상(Ballast)으로 이루어져 있다. 레일은 보요소를 이용하여 2차원으로 모델링 하였다. 침목 및 도상은 Winkler 스프링[7]에 의한 모델링 방법과 등가의 집중 스프링(Lumped Spring) 및 집중 감쇠기(Lumped Damper)로 모델링하는 방법이 있다. 본 논문에서는 침목 및 도상을 등가의 집중 스프링(Lumped Spring) 및 집중 감쇠기(Lumped Damper)로 모델링 하였다(그림 3). 궤도의 운동방정식은 다음과 같다.

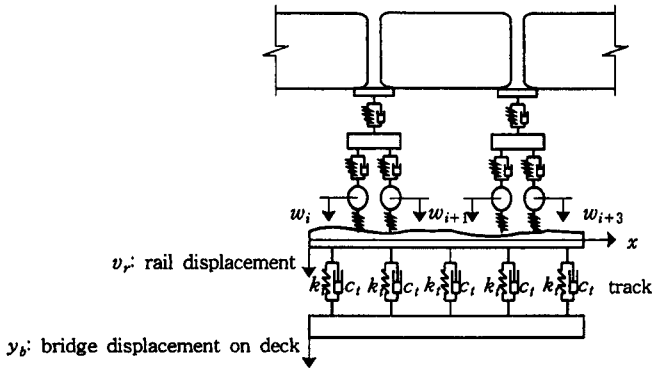


그림 3. 궤도의 모델링

$$E_r I_r \frac{\partial^4 v_r}{\partial x^4} + \rho_r A_r \frac{\partial^2 v_r}{\partial t^2} + \sum_{k=1}^n R_k(t) \delta(x - x_k) = \sum_{i=1}^m P_i(t) \delta(x - x_i) \quad (15)$$

여기서  $E_r I_r$ 은 레일의 휨강성,  $\rho_r$ 와  $A_r$ 은 레일의 밀도 및 단면적이다.  $n$ 은 체결구의 갯수이고,  $m$ 은 교량에 작용하는 윤축의 갯수를 의미한다.  $R_k(t)$ 는  $k$ 번째 체결구의 지점반력이고,  $P_i(t)$ 는 교량상에 존재하는  $m$ 개의 윤축 중  $i$ 번째 윤축에 의한 동하중으로 다음과 같다.

$$R_k(t) = c_i \{ \dot{v}_r(x_k) - \dot{y}_b(x_k) \} + k_f \{ v_r(x_k) - y_b(x_k) \} \quad (16)$$

$$P_i(t) = k_h \{ w_i - v_r(x_i) + y_{w/r}(x_i) \} \quad (17)$$

$y_b$ 는  $k$ 번째 체결구  $x_k$ 에서 교량 상판(Deck)에서의 변위를 나타낸다.  $y_b$ 에 대한 교량 중립축의 변위  $v_b$ ,  $\theta_b$ 와  $\psi_b$ 와의 관계식은 교량의 모델링에서 나타내었다(식 18).

#### 4. 교량의 모델링

교량은 보요소를 이용하여 2차원으로 모델링하였다. 기존의 2차원 상호작용해석에 있어서는 차량의 윤축이 교량의 도심(Neutral Axis of Area)에 작용한다고 가정하여 해석하였다. 그러나 실제 고속철도 교량에 있어서, 교량 상판에 설치되는 궤도는 복선으로 건설되므로, 궤도를 통과하는 차량에 의한 축하중의 편심을 고려하여 해석하는 것이 타당하다. 따라서, 보요소는 연직변위( $v_b$ )와 회전변위( $\theta_b$ )에 비틀림변위( $\psi_b$ )를 추가하여 윤축 편심에 대한 영향을 고려할 수 있도록 하였다(최창근 등, 1999). 궤도를 모델링한 집중 스프링과 감쇠기의 상대변위는 레일의 변위  $v_r(x_k)$ 와 교량 상판(Deck)에서의 변위  $y_b(x_k)$ 로 나타낸다.  $y_b(x_k)$ 는 기하학적인 형상에 의해 교량의 도심에서 연직변위  $v_b(x_k)$ 와 비틀림변위  $\psi_b(x_k)$ 의 함수로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

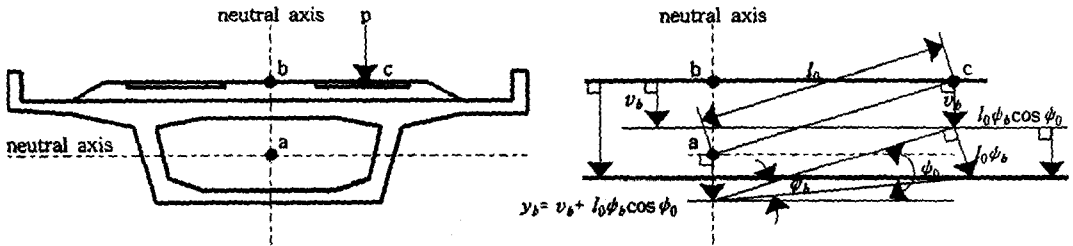


그림 4. 축하중 편심의 모형화

$$y_b(x_k) = v_b(x_k) + l_0 \psi_b(x_k) \cos \psi_0 \quad (18)$$

본 연구에서는 교량의 도심을 나타내는 절점과 교량 상판을 나타내는 절점의 연직변위를 다음과 같은 제약조건식(Constraint Equation)을 이용하여 나타내었다.

$$\begin{Bmatrix} y_b \\ v_b \\ \theta_b \\ \psi_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & l_0 \cos \psi_0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_b \\ \theta_b \\ \psi_b \end{Bmatrix} \quad (19)$$

박스 거더 교량의 경우 전단변형이 전체 거더의 변형에 미치는 영향이 미소하므로 본 연구에서는 전단변형의 영향을 무시하였다. 교량의 감쇠행렬은 Rayleigh 감쇠를 이용하여 구성하였다.

$$C_b = \alpha M_b + \beta K_b \quad (20)$$

여기서  $C_b$ ,  $M_b$ 와  $K_b$ 는 각각 교량의 감쇠, 질량 및 강성행렬을 의미하고,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 Rayleigh 계

수이다.

본 연구에서 사용한 차량/궤도/교량 상호작용해석 프로그램의 흐름도는 다음과 같다.

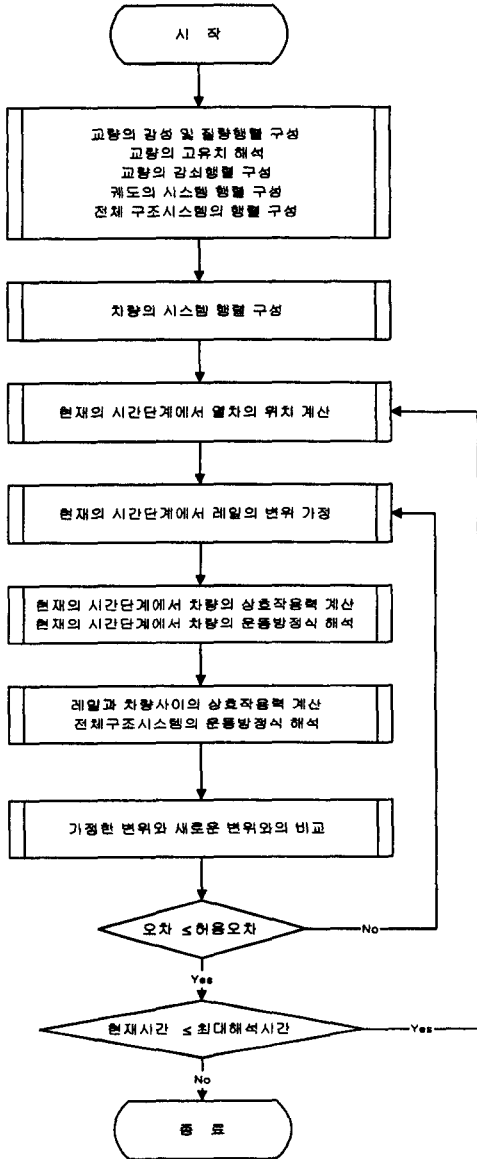


그림 5. 차량/궤도/교량의 상호작용해석 프로그램 흐름도

표 1. 구조시스템의 물성치(단위: tonf, m)

세부항목	레일	궤도	교량
탄성계수	21.0e+6	12.2e+3	3.6e+6
감쇠계수	0	20	5%감쇠
단위질량	0.806	궤도는	0.491
2차관성모멘트	6.1e-5	0.6m	10.061
극관성모멘트	06.1e-5	간격의	131.17
면적	15.4e-3	집중스	10.046
Poisson's 비	0.3	프링 및	0.2
		감쇠기	

표 2. 차량의 물성치(단위: tonf, m)

세부항목	동력차	동력객차	객차
열차속도	200km/hr ~ 400 km/hr		
차체질량	5.22	4.00	2.30
대차질량	0.30	0.30	0.30
윤축질량	0.21	0.21	0.21
차체관성모멘트	107.55	82.00	61.00
대차관성모멘트	0.15	0.15	0.15
현가장치			
2차스프링	255.10	85.03	60.20
1차스프링	255.10	255.10	145.80
2차감쇠기	2.04	2.04	1.02
1차감쇠기	2.04	2.04	2.04
접촉스프링	10.2	10.2	10.2

## 5. 수치해석

단순 지지된 30 m PC 박스 거더 교량을 해석 교량으로 하였다. 총 지간 30 m에 대해서 교량 및 레일은 0.6 m 침목 간격으로 각각 총 50개의 보요소로 모델링하였다. 교량은 각 절점당 연직 ( $v_b$ ), 회전 ( $\theta_b$ )과 비틀림 ( $\psi_b$ ) 자유도를 갖으며, 레일은 절점당 연직 ( $v_r$ ) 및 회전 ( $\theta_r$ ) 자유도를

갖는다. 도상은 0.6 m 침목 간격으로 집중 스프링과 감쇠기로 모델링 하였다. 교량의 물성치 및 단면도와 레일 및 도상의 물성치를 표 1과 그림 6에 나타내었다. 해석에 사용한 레일은 UIC 60이다. 해석에 사용한 TGV 차량의 물성치를 표 2에 나타내었다.

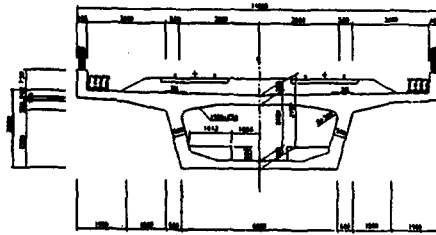


그림 6. 교량의 단면형태

본 연구에서는 레일의 불규칙성에 대한 영향을 분석하기 위해서 다음과 같은 조화함수를 이용하였다. 식(21)에서  $x$ 는 차량의 위치이고,  $l$ 은 레일 불규칙성의 주파수에 따른 변화를 살펴보기 위해  $L$ (총 지간에 대해 1 cycle),  $L/100$ (100 cycles)과  $L/200$ (200 cycles)을 사용하였다.

$$y_{w/r}(x) = \frac{\sin\left(\frac{x}{l} 2\pi\right)}{200} \quad (21)$$

그림 7~9는 불규칙성 주파수에 따른 지간 중앙점에서 접촉 스프링 및 궤도를 모델링에 포함하였을 경우와 포함하지 않은 경우, 차량속도 200 km/h, 250 km/h, 300 km/h, 350 km/h와 400 km/h에 대해 동적해석과 정적해석에 의한 최대 연직변위의 비를 나타낸 것이다. 그림 10~11은 속도변화에 따른 변위를 비교한 것이다.

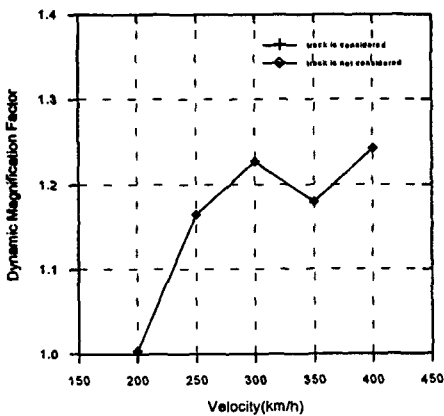


그림 7.  $l=L$ 일 경우 D.M.F. 비교

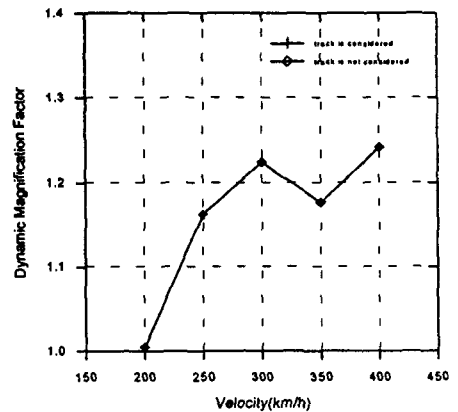


그림 8.  $l=L/100$ 일 경우 D.M.F. 비교

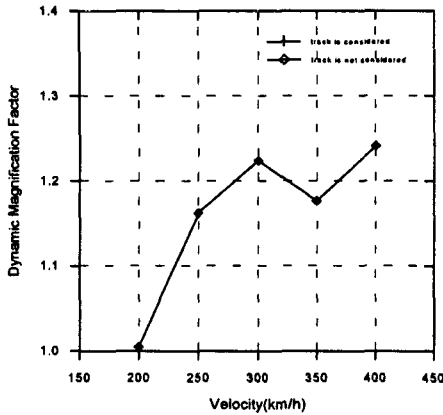


그림 9.  $l=L/200$ 일 경우 D.M.F. 비교

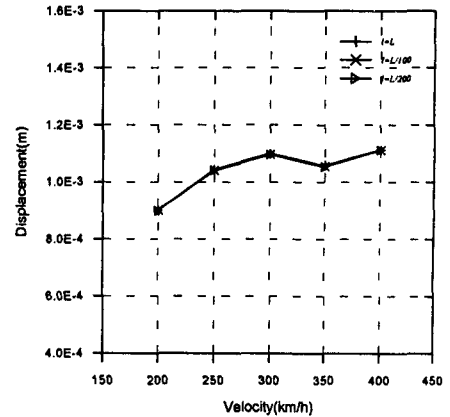


그림 10. 궤도를 고려한 경우 변위 비교

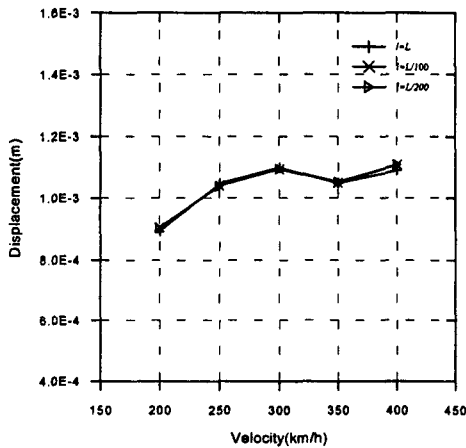


그림 11. 궤도를 고려하지 않은 경우 변위 비교

## 6. 결 론

본 연구에서는 2차원 차량모형에 교량의 편심의 영향을 고려함으로써 2차원 해석의 정확성을 개선하고, 차량과 교량의 전체 모델링에 의한 3차원 동적해석 시 소요되는 많은 시간 및 계산량 등을 감소시킨 궤도 및 윤축과 레일의 접촉강성의 영향을 고려한 차량/궤도/교량의 2차원 해석방법을 개발하였다. 또한, 개발된 해석법을 이용하여 단경간 PC 박스 거더 교량에 대해 속도별 동적해석을 수행하여 고찰하였다.

본 연구는 3차원 차량/궤도/교량의 상호작용을 해석하기 위한 중간단계이다. 추후 연구과제로는 본 연구에서 고려하지 못했던 ①접촉 강성을 비선형을 고려한 Hertzian 스프링으로 모델링, ②실질적인 궤도의 불규칙성 고려, ③궤도를 Winkler 기초 이론에 근거한 모델링 등을 들 수 있다.

## 참고문헌

1. S.K. Chauduri(1975), "Dynamic Response of Horizontally Curved I-Girder Highway Bridges Due to a Moving Vehicle," Dissertation, The University of Pennsylvania.
2. K.H. Chu, and V.K. Garg(1986), "Impact in Railway Prestressed Concrete Bridges," Journal of Structural Engineering(ASCE), Vol.112, No.5, pp.1036-1051.
3. Y.B. Yang, J.D. Yau, and L.C. Hsu(1997), "Vibration of Simple Beams due to Trains Moving at High Speeds," Engineering Structures, Vol.19, No.11, pp.936-944.
4. 장승필, 박종원, 하상길, 김성일(1998), "고속열차하중하의 강합성형 철도교의 동적거동에 관한 연구," 한국철도학회 춘계학술대회 논문집, pp.548-555.
5. 유철수, 강영종, 김종현, 권재현(1998), "고속철도 차량의 주행이 교량에 미치는 충격효과," 한국강구조학회 논문집, 제10권, 제2호, pp.187-199.
6. 박홍석(1998), "개선된 고속철도열차모형을 사용한 교량의 동적해석에 관한 연구," 박사학위논문, 연세대학교.
7. 한국철도기술연구원(1998), "고속전철 시스템 엔지니어링 기술개발(2차년도 연차보고서)".