

μ 제어에 의한 네트워크의 시간 지연이 존재하는 분산제어시스템의 램프추종 제어기 설계에 관한 연구

김용기, 임동진
한양대학교 제어계측공학과

A study on the ramp tracking controller for the Distributed Control Systems with Network-induced Time Delays by μ-control

Yong-Ki Kim, Dong-Jin Lim
Dep. of Control & Instrumentation Eng., Hanyang University

Abstract - In the distributed control systems where the control components, controllers and sensors are distributed on a communications network, there exist network time delays on communication lines between the system components. This paper deals with the ramp tracking controller design issue for such systems. Time delay terms are converted into the rational terms using Pade approximation method and the system is augmented with two integrators for ramp tracking. For this system, μ-controller design method, which enables to meet not only performance requirements but robust stabilities simultaneously, is employed.

일반적으로 불확실한 시간지연을 포함한 플랜트를 식 (1)과 같이 나타낼 때 식 (2)같이 근사화한다.

$$g_p(s) = g(s)(1 + l(\omega)\Delta(s)), \quad |\Delta| \leq 1 \quad (2)$$

Δ : complex perturbation
l(ω) : multiplicative uncertainty

여기서 l(ω)의 bound는 Owens과 Raya에 의해 다음과 같이 정의되어진다.

$$l(\omega) = \begin{cases} |e^{-j\tau\omega} - 1|, & \forall \omega < \pi/\tau \\ 2, & \forall \omega \geq \pi/\tau \end{cases} \quad (3)$$

1. 서 론

일반적으로 분산 제어 시스템에서는 센서 모듈과 제어기가 분리되어 있는 경우가 많고, 센서로부터의 데이터가 근거리 통신망을 통하여 전송되게 된다. 분산 제어 시스템에서 사용되는 통신망은 실시간의 기능을 가진 통신망이 사용되지만, 네트워크의 오버헤드로 인하여 데이터 전송으로 인한 시간 지연을 피할 수가 없게 된다. 본 논문에서는 이러한 환경에서 계단(step)입력 및 램프(ramp) 기준 입력을 추종할 수 있는 제어기의 설계 방법을 제시한다. 이를 위하여 네트워크로 인한 시간 지연 요소를 파데 근사법을 이용하여 근사화 시킨 후 시간 지연 요소를 구조화된 불확실 요소로 전환하고 램프 추종을 위해서 오차 적분기를 도입하여, μ제어기 설계 기법을 도입한 제어기를 설계하는 과정을 제시한다. 마지막으로 이렇게 설계되어진 제어기를 시뮬레이션을 통해 계단 입력 및 램프 입력 추종을 검증한다.

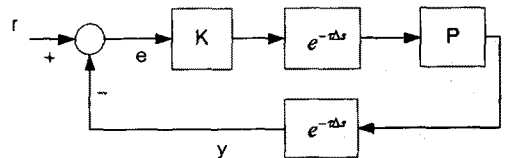


그림 2-1 일반적인 시간지연이 있는 시스템 모델

pade 근사화를 통해 일반적으로 식(4) 같이 시간지연을 근사화할 수 있으나 이것의 ω(s)의 가중치(weight)는 l(ω)보다 어떤 주파수 범위에서는 더 작은 bound를 나타내므로 부적절하다.

$$e^{-\tau s} \approx 1 - \frac{\tau s}{1 + \frac{\tau}{2}s} \Delta = 1 + \omega(s)\Delta, \quad |\Delta| \leq 4$$

τ : 시간 지연 (time delay)
Δ : complex perturbation

여기서 ω(s)는 Wang에 의해 제시된 변형된 파데 근사법(a modified Pade approximation method)을 이용하여 근사화한 ω_h(s) 가중치를 적용한다.

$$\omega_h(s) = \frac{\tau s}{1 + \tau s / 3.465}$$

따라서 그림2-1에서 제시된 모델을 그림2-2와 같이 나타낼 수 있다.

2. 본 론

2.1 시스템 모델

통신상에서 나타나는 시간 지연 요소가 포함된 피드백 제어 시스템에 대한 모델을 일반적으로 그림2-1과 같이 나타낸다. 제어기와 플랜트 사이에 시간 지연(forward network delays)과 플랜트에서 제어기로 피드백(feedback)에서 나타나는 시간지연(backward network delays)요소를 고려하였다.

$$g_p(s) = g(s) e^{-\tau \Delta s}, \quad -1 \leq \Delta \leq 1 \quad (1)$$

g(s) : 일반적인 플랜트(nominal plant)
g_p(s) : 시간지연이 있는 플랜트 모델
(the set of delay uncertain plant)

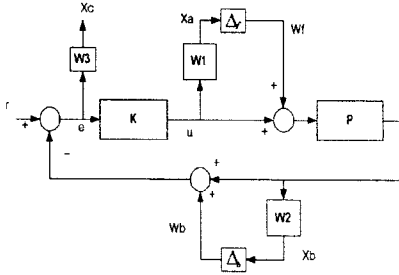


그림 2-2 시간지연을 근사화한 제어 시스템

2.2 오차 적분기 설계

램프입력을 오차 없이 추종하기 위해 오차적분기로 시스템을 그림2-3과 같이 확장한다. 따라서 시스템의 제어기(controller)는 오차적분기(K_2)와 시간지연요소 에 대한 안정성을 위한 μ 제어기(K_1)로 구성되어진다.

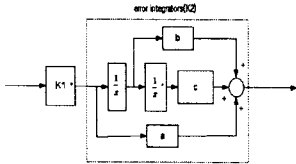


그림 2-3 오차적분기

$$K_2(s) = \frac{as^2 + bs + c}{s^2}$$

따라서 오차적분기가 확장된 전체 시스템 모델은 그림 2-4와 같이 볼 수 있다.

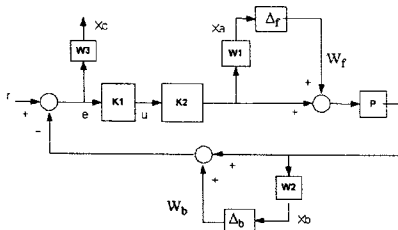


그림 2-4 오차적분기를 포함한 제어 시스템

2.3 μ -제어기 설계

본 논문에서는 μ -제어기법을 사용하여 제어기를 설계한다. μ 제어기법은 다중입력-다중출력(multi-input multi-output) 시스템에서의 성능 강인성과 함께 모델 오차 및 시스템 파라미터들의 교란 등 모델 불확실성(model uncertainties)에 대한 안정도 강인성을 만족하는 제어기 설계를 가능하게 해준다.

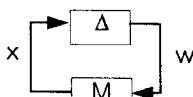


그림 2-5

위의 블록도에서 $\Delta \in C^{n \times n}$ 는 아래와 같이 정의되며

$$\Delta = \{ \text{diag}[\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_s I_{r_s}, \Delta_1, \dots, \Delta_F] : \delta_i \in C, \Delta_j \in C^{m_j \times m_j} \}$$

$$\sum_{i=1}^s r_i + \sum_{j=1}^F m_j = n \quad (5)$$

Δ_j 는 모델 불확실성(model uncertainty)에 대한 성능과 강인성 요구조건을 의미한다. 구조적 특이값(structured singular value) μ 는 식 (6)으로 정의된다.

$$\mu_{\Delta}(M) := \frac{1}{\min \{ \sigma(\Delta) : \Delta \in \Delta, \det(I - M\Delta) = 0 \}} \quad (6)$$

그림 2-5과 같은 페루프 시스템의 성능 강인성 μ -해석 문제에서 모든 주파수에 대해서 식(7)이 만족되면 성능 강인성 요구조건은 만족된다.

$$\mu(M) = \mu(F_I(P, K)) < 1 \quad (7)$$

그러나, $\mu(M)$ 을 최소화하는 직접적인 방법은 없으므로 이를 위해 H_{∞} 기법을 이용한 식(8)을 사용한다.

$$\| \mu(F_I(P, K)) \|_{\infty} < 1 \quad (8)$$

즉, μ -제어 기법은 주어진 성능 강인성과 안정성 강인성 요구조건에 대하여 식(8)을 만족하도록 안정한 제어기 K를 설계하는 것이라 할 수 있다.

불확실성 블록 Δ 에 대응되며 안정한 역행렬을 갖는 최적화된 행렬 $D(s)$ 를 찾아내어 $\| DF_I(P, K) D^{-1} \|_{\infty}$ 을 최소화하는 K를 구해낸다.

이 과정에서 D-K 반복법(D-K iteration)이라 불리는 2단계 과정을 반복한다.

1단계는 대각행렬 $D(s)$ 와 $D^{-1}(s)$ 이 안정하며, $\sigma(DF_I(P, K) D^{-1})$ 가 주파수에 대해 대략적으로 최소화되는 대각행렬 $D(s)$ 를 가능하면 제어기의 상태에 영향을 받지 않도록 상수 요소를 가지도록 선택한다. 주파수에 대해 최적화된 D를 계산하는 소프트웨어를 사용하여 D를 상수나 저차 전달 함수로 대략화한다. K를 알지 못하는 최초의 반복에서는 간단히 $D=I$ 로 설정한다.

2단계는 시스템의 ∞ norm $\| DF_I(P, K) D^{-1} \|_{\infty}$ 를 최소화하는 $K(s)$ 를 H_{∞} 방법을 사용하여 계산한다. 이때 시스템 전달 행렬 P는 아래의 식 (9)의 구조를 가지며 아래의 조건들을 만족하여야 한다.

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (9)$$

- i) (A, B_2) 는 stabilizable하며 (C_2, A) 는 detectable하다.
- ii) D_{12} 와 D_{21} 은 full rank이다.
- iii) $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ 는 모든 ω 에 대해서 full rank이다.
- iv) $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$ 는 모든 ω 에 대해서 full rank이다.

1단계와 2단계를 모든 주파수에 대해 식(8)이 만족되거나 μ 가 더 이상 줄어들지 않을 때까지 반복한다.

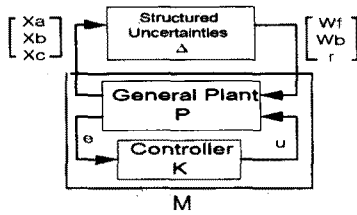


그림 2-6

이러한 μ 제어 기법에 의해 그림 2-4의 시스템을 그림 2-6와 같이 나타낼 수 있다. 여기서

$$M = P_{11} + P_{12} K_1 (I - P_{22} K_1)^{-1} P_{21}$$

$$P_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ W_2 P K_2 & 0 & 0 \\ -W_3 P K_2 & -W_3 & W_3 \end{bmatrix},$$

$$P_{12} = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 P K_2 \\ -W_3 P K_2 \end{bmatrix},$$

$$P_{21} = [-P K_2 \quad -1 \quad -1], \quad P_{22} = -P K_2$$

$\Delta = \text{diag}[\Delta_f, \Delta_b, \Delta_p]$ 는 모델 불확실성 블록이며, Δ_b 는 가상적인 불확실성 블록을 나타낸다.

2.4 시뮬레이션 결과

플랜트 모델(Plant)과 시간지연요소를 근사화한 모델에 대한 가중치와 오차적분기의 gain은 아래와 같이 설정한다.

$$W_1(s) = \frac{T_f s}{1 + T_f s / 3.465}, \quad W_2(s) = \frac{T_b s}{1 + T_b s / 3.465},$$

$$W_3(s) = \frac{0.9}{s^2 + s + 0.9}, \quad \text{Plant} = \frac{10}{s+1},$$

$$a = b = c = 1$$

여기서 T_f 는 forward time delay, T_b 는 backward time delay를 나타낸다. 최대 시간 지연은 각각 50ms로 설정하였다.

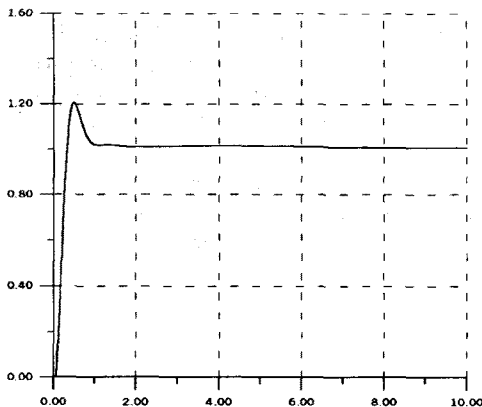


그림 2-7 계단 입력 추종

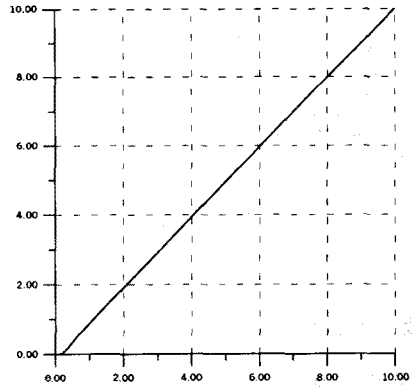


그림 2-8 램프 입력 추종

그림 2-7과 그림 2-8은 시간지연(50ms)을 포함한 시스템에 계단입력과 램프입력을 추종하는 시뮬레이션을 보여준다. 계단입력의 경우 시간지연이 클수록 오버슈트(overshoot)가 커지게 되며 램프입력의 경우 정확한 램프입력보다 약간 못 미치는 것은 backward time delay에 의한 것으로 볼 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 네트워크에서 나타나는 시간 지연에 따른 시스템의 안정성과 성능 저하를 보상하기 위하여 μ 제어 기법을 이용하여 램프 추종 제어를 설계하였다.

시간 지연 요소를 파데 근사법을 이용하여 근사화시킨 후 시간 지연 요소를 구조화된 불확실 요소로 모델링하고 오차적분기로 확장된 시스템을 μ 제어 기법을 이용하여 제어를 설계하였다. 설계된 제어기로 시뮬레이션을 통하여 램프입력을 추종을 하는 것을 확인하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] Z.Wang, P.Lundstrom, and S, Skogestad. "Representation of uncertain time delays in the h_∞ framework." international Journal of Control, 59(3), 1994.
- [2] Gary J.Balas, John C. Doyle, Keith Glover, Andy Packard, Roy Smith, μ -Analysis And Synthesis Toolbox, MUSYN Inc. and The MathWorks, Inc, 1991
- [3] R.Lane Dailey, Lecture Notes for the Workshop on H_∞ and μ -Method for Robust Control, 1991 IEEE Conference on Design and Control
- [4] J.M.Maciejowski, Multivariable Feedback Design, 1989 Addison-Wesley
- [5] Faik Goktas, Jonathan M. Smith, Ruzena Bajcsy " μ -Synthesis For Distributed Control Systems with network-Induced Delay" 1996 IEEE Conference on Decision and Control
- [6] D.H.Owens and A.Raya. "Robust stability of smith predictor controllers for time-delay systems." Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 129, 1982.