

히스테리시스를 고려한 유한요소법과 회로 방정식을 이용한 포워드 컨버터의 동작특성 해석

\*박성진, \*권병일, \*\*박승찬  
\*한양대학교 전기공학과, \*\*한양대학교 공학기술연구소

Characteristics Analysis of a Forward Converter by Finite Element Method Considering Hysteresis and State Variables Equation

\*Seong-jin Park, \*Byung-il Kwon, \*\*Seung-chan Park  
\*Dept. of Electrical Engineering Hanyang University, \*\*RIET.

**Abstract** - This paper presents a method to analyze a forward converter. A transformer is coupled with the forward converter electric circuit and then the finite element analysis considering a hysteresis phenomenon of magnetic core is carried out when the primary or the reset winding conducts current. The analytical method is used to reduce the computation time when the reset winding circuit of the transformer turns off. As a result, the simulation results show a good agreement with experimental ones.

1. 서론

포워드 컨버터는 정전압원으로 많이 사용되고 있는 장치이다. 포워드 컨버터의 정확한 해석은 설계의 최적화에 있어서 중요하다. 또한, 포워드 컨버터를 해석하기 위해서는 특히 펄스 입력을 이차측으로 전달하고, 리셋 권선에 의해 변압기의 에너지를 소비하는 감자작용을 하는 변압기의 복잡한 동작을 정확히 해석하여야 한다. 일반적으로 컨버터의 해석을 위하여 회로해석 tool인 SPICE를 사용하고 있다. 이 방법에서는 B-H곡선을 지수함수 또는 급수로서 정의하여 고주파 변압기 코어의 자기적 비선형성을 고려할 수 있으나 1차 및 2차측 권선의 결합계수, 상호 인덕턴스, 누설 인덕턴스 등의 회로정수를 정확히 입력하지 않으면 특성 계산의 정확도가 떨어진다[1]. 또한 고주파 변압기 코어의 히스테리시스 모델을 고려한 SPICE 시뮬레이션 방법이 제시된 경우[2]도 있으나 정확한 회로정수가 필요한 등가회로 해석의 한계에 의하여 해석 파형에 다소 오차가 발생한다.

본 논문에서는 프라이자흐 모델과 유한요소법을 이용하여 포워드 컨버터의 변압기의 자계를 해석하고, 이를 외부회로와 결합하여 포워드 컨버터의 동작특성을 계산하고 이를 실험치와 비교하여 검증한다.

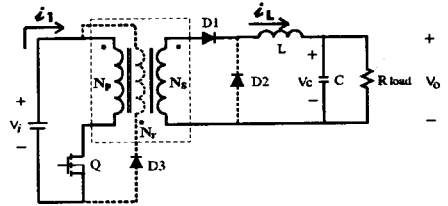
2. 포워드 컨버터의 해석

2.1 포워드 컨버터의 동작

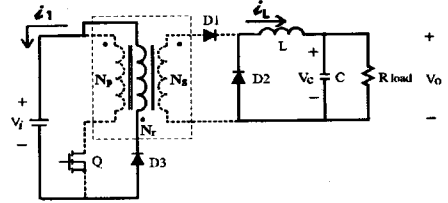
포워드 컨버터 동작의 한 주기는 스위칭 트랜지스터가 ON되는 구간과 OFF되는 구간으로 나눌 수 있다. 트랜지스터의 OFF구간은 리셋권선에 의해 변압기에 축적된 자화 에너지를 짧은 시간동안에 소비하는 감자작용이 일어나는 구간과 이러한 작용이 끝나고 나서 2차측의 인덕터에 축적된 에너지에 의해서만 전류가 부하로 흐르게 되는 구간으로 다시 나눌 수 있다. 그러므로, 컨버터의 한 주기동안 동작을 그림 1에서처럼 세가지모드로 나누어 나타낼 수 있다.

2.2 동작별 해석

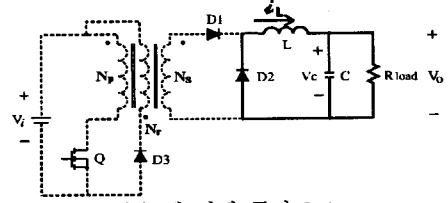
첫 번째 동작모드에서, 변압기 해석 영역에 대한 지배 방정식은 자기벡터퍼텐셜 A를 계변수로 하여 x,y좌표계에서



(a) 첫 번째 동작모드



(b) 두 번째 동작모드



(c) 세 번째 동작모드

그림 1 포워드 컨버터의 모드별 동작

식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = - \frac{N_p}{S_p} i_1 \quad (1)$$

$\mu$ 는 투자율,  $S_p$ 와  $N_p$ 는 일차권선의 단면적과 턴수를 나타낸다. 와전류는 포워드 컨버터에서 사용되는 페라이트 코어의 도전율이 매우 낮으므로 무시하였다. 변압기의 1, 2차측의 외부 회로 방정식은 그림 1로부터 구하면 식 (2), (3), (4)와 같다.

$$N_1 \frac{d\Phi}{dt} + L_o \frac{di_1}{dt} + (R_p + R_Q)i_1 = V_i \quad (2)$$

$$\frac{di_L}{dt} + (R_s + R_L)i_L + R_c C \frac{dV_c}{dt} + V_c = N_s \frac{d\Phi}{dt} \quad (3)$$

$$R_{load} i_L - (R_c + R_{load}) C \frac{dV_c}{dt} - V_c = 0 \quad (4)$$

여기서,  $R_p$ ,  $R_Q$ 는 1차측과 2차측 권선의 저항,  $R_Q$ 는 스위치 Q의 turn-on시의 저항이며,  $R_L$ ,  $R_c$ 는 인덕터와 커패시터의 기생저항이고,  $R_{load}$ 는 부하의 저항을 나타낸다. 그리고,  $i_L$ 은 2차측 인덕터의 전류,  $V_c$ 는 커패시터의 저항성분을 제외한 순수 커패시터의 양단에 걸리는 전압이다. 또한, 식 (2)에서  $L_o$ 는 변압기의 코일

단 누설 인덕턴스이며, 본 논문에서는 매우 작은 값으로 가정하여 이를 무시하였다. 식 (1)과 식 (2), (3), (4)으로부터 식 (5)와 같이 외부회로 방정식을 고려한 시스템 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} [K] & [M] & [0] & [0] \\ [E_1]/\Delta t & & & \\ [E_2]/\Delta t & & & \\ [0] & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ i_1 \\ i_L \\ V_c \end{bmatrix}_{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] & [0] \\ [E_1]/\Delta t & & & \\ [E_2]/\Delta t & & & \\ [0] & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ i_1 \\ i_L \\ V_c \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} [0] \\ V_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{t+\Delta t} \quad (5)$$

여기서,

$$[Z_1] = \begin{bmatrix} R_p + R_o & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{\Delta t} + R_s + R_L + \frac{R_c R_{load}}{R_c + R_{load}} & 1 - \frac{R_c}{R_c + R_{load}} \\ 0 & R_{load} & -1 - \frac{C(R_c + R_{load})}{\Delta t} \end{bmatrix}$$

$$[Z_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & -C(R_c + R_{load}) \end{bmatrix}$$

두 번째 동작모드에서, 1차측의 회로와 2차측의 회로는 각각 독립적으로 해석이 진행된다. 1차측 회로의 해석은 첫 번째 동작모드와 같은 해석방법을 사용할 수 있고(3), 2차측 회로의 해석을 위해서는 먼저 그림 2로부터 식 (6), (7)과 같은 회로 방정식을 세운다.

$$(R_{load} + R_L)i_L + L \frac{di_L}{dt} - R_{load} C \frac{dV_c}{dt} = 0 \quad (6)$$

$$R_{load} i_L - (R_{load} + R_c) C \frac{dV_c}{dt} = V_c \quad (7)$$

이로부터 (8)의 행렬 방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dV_c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{load}R_c + R_{load}R_L + R_cR_L}{L(R_{load} + R_c)} & -\frac{R_{load}}{L(R_{load} + R_c)} \\ \frac{R_{load}}{C(R_{load} + R_c)} & -\frac{1}{C(R_{load} + R_c)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ V_c \end{bmatrix} \quad (8)$$

(8)의 방정식은 식 (9)와 같은 상태 방정식의 형태이다.

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) \quad (9)$$

$\Delta t$  만큼의 time step을 주고, Trapezoidal method를 사용하면 (9)의 해를 (10)과 같이 구할 수 있다(4).

$$x(t) = \left[ I - \frac{1}{2} \Delta t A \right]^{-1} \left[ I + \frac{1}{2} \Delta t A \right] x(t - \Delta t) \quad (10)$$

여기서,  $I$ 는 단위행렬이다. 식 (10)으로부터 2차측 회로의 인덕터 전류  $i_L$ 와 커패시터전압  $V_c$ 를 구할 수 있다.

세 번째 동작모드에서는, 두 번째 동작모드의 2차측 회로해석만을 계속 진행하면 된다.

### 2.3 히스테리시스 모델링

수치해석에 프라이자흐 기법으로 히스테리시스를 고려하기 위해서는 에버렛 함수를 구성하기 위한 히스테리시스의 실측 곡선이 필요하다. 그림 2는 IWATSU사의 SY8232, SY301 AC B-H analyser를 사용하여, 50kHz에서 TDK사의 PC-40 페라이트 코어의 히스테리시스 루프를 측정한 결과이다.

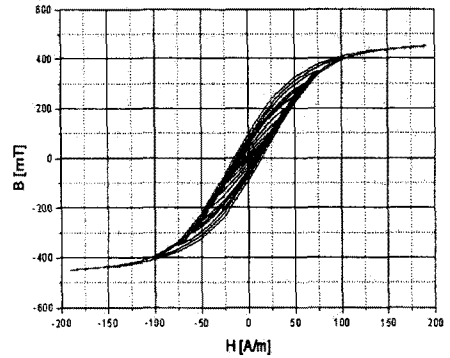


그림 2 측정한 히스테리시스 루프

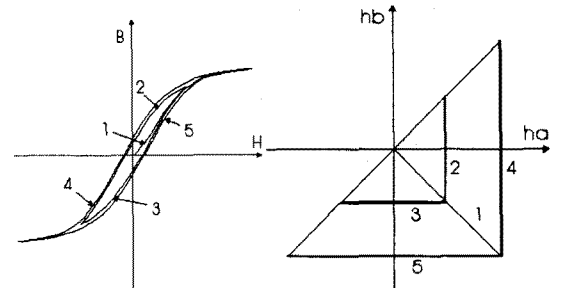


그림 3 히스테리시스 루프와 에버렛 함수값의 위치관계

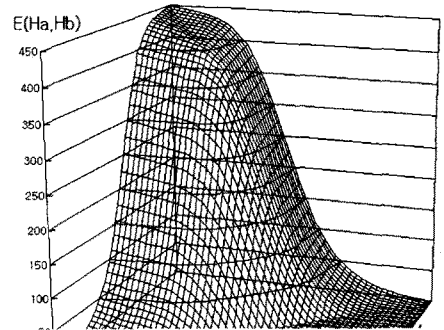


그림 4 에버렛 함수의 3차원적 도식

그림 2의 실측 히스테리시스 루프로부터 그림 3에서와 같은 히스테리시스 루프와 에버렛 평면과의 관계에서 그림 4의 에버렛 함수밀도를 얻었다. 그림 4의 에버렛 밀도 함수로부터 다시 원하는 히스테리시스 곡선을 얻을 수 있다(5).

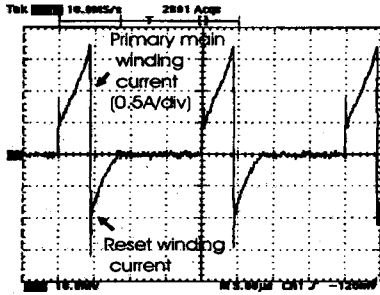
### 3. 해석 및 실험의 결과

그림 5와 그림 6은 표 1과 같은 포워드 컨버터의 모델에 대하여 해석과 실험을 하여 정상상태에 도달했을 때 전류  $i_1$ 과  $i_L$ 를 나타내고 있다. 그림 5 (b)의 점을 찍어 나타낸 선은 프라이자흐 모델에 의해 히스테리시스를 고려한 해석결과이고 실선은 포화곡선만을 고려한

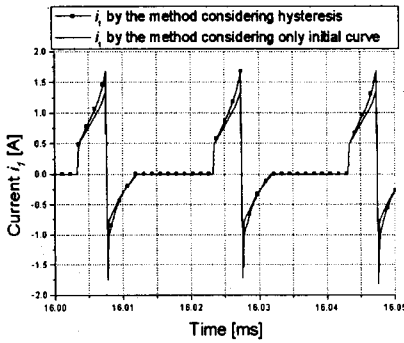
표 1 포워드 컨버터의 제원

입력 전압	50V
출력 전압	5V
1차측권선 수	6
리셋권선 수	6
2차측권선 수	3
코어 재질	PC40-EI30 ferrite core(TDK)
동작 주파수	50kHz
Duty ratio	0.21

해석결과이다. 그림 7은 1차측 전류중에서 2차측 회로로 전달되는 부하전류와 여자전류 성분을 나타낸다. 1차측 권선전류중 사각형의 점이 찍힌 선이 부하전류 성분이고 이를 제외한 나머지부분이 여자전류 성분을 나타낸다. 포화곡선만을 고려한 경우 부하전류 성분은 히스테리시스를 고려한 경우와 같이 나타났으나 여자전류 성분이 적게 나타났다. 그림 5 (b)에서 이를 나타내었고, 히스테리시스를 고려해야만 1차측 전류값을 더욱 정확하게 계산 할 수 있음을 알 수 있다.

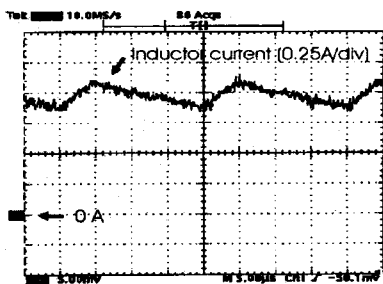


(a) 실험 결과

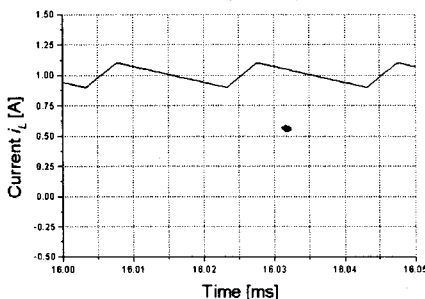


(b) 해석 결과

그림 5 1차측 회로의 전류  $i_1$



(a) 실험 결과



(b) 히스테리시스를 고려한 해석 결과

그림 6 2차측 회로의 전류  $i_L$

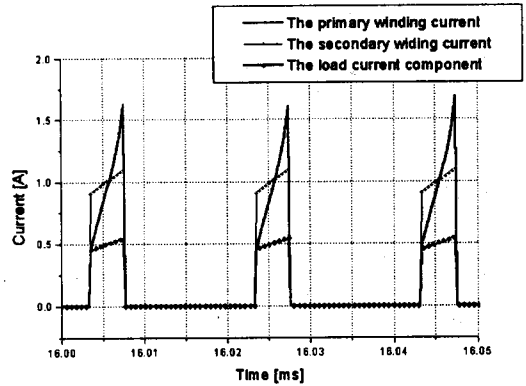


그림 7 부하전류와 여자전류

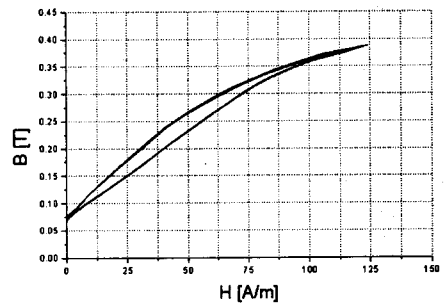


그림 8 B-H 동작 궤적

그림 8은 정상상태에서 트랜스포머의 B-H 동작 궤적이다. 코어의 잔류자속밀도가 0.07[T]정도임을 알 수 있고, 2차측으로 펄스압력만이 전달되는 파워드 컨버터의 동작특성 때문에 이 잔류자속밀도는 히스테리시스를 고려하지 않는 경우 1차측 전류값에 오차를 발생시키는 주된 원인이 된다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 프라이자흐 모델과 유한요소법을 결합한 해석방법을 이용하여 파워드 컨버터의 변압기부분을 해석하고 이를 파워드 컨버터의 동작모드에 따른 외부회로와 결합하여, 파워드 컨버터의 동작 특성을 해석하였다. 특히, 파워드 컨버터의 트랜스포머에서 히스테리시스 특성을 고려하지 않으면 잔류자속밀도와 투자율의 계산 오차에 의해 여자전류 값에서 오차가 크게 발생한다. 그러므로, 프라이자흐 모델에 의해 히스테리시스 현상을 고려함으로써 이러한 오차를 줄이고 정확한 해석을 할 수 있었다.

#### (참 고 문 헌)

- [1] Steven M. Sandler, *SMPS Simulation with SPICE 3*, McGraw-hill, 1997, pp. 17-60.
- [2] Enrico Dallago, Giuseppe Venchi, "Analytical and Experimental Approach to High Frequency Transformer Simulation", *IEEE Trans. on Power electronics*, Vol.14, No.3, pp. 415-421, May 1999.
- [3] 박성진, 권병일, 박승찬, 유한요소법과 상태방정식을 이용한 파워드 컨버터의 동작특성 해석, *전기학회논문지*, 제48권 제9호, pp.467-475, 1999
- [4] Ned Mohan, Tore M. Undeland, W.P.Robbins, *Power Electronics*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995, pp. 66-69.
- [5] 홍선기, *동방성 자성재료에서의 일반화된 벡터히스테리시스 모델링*, 공학박사학위논문, 1993