

자기회로법과 유한요소법을 결합한 전기기기 설계

최흥순, 한송엽

서울대학교 전기공학부 전기역학 연구실

An Electrical Machine Design Technique Combining Magnetic Equivalent Circuit and Finite Element Methods

Hong-soon Choi, Song-yop Hahn

School of Electrical Engineering, Seoul National University

Abstract - In this paper, the space mapping algorithm is proposed for the design of electric machines. By the algorithm, we can combine the magnetic equivalent circuit and the finite element models mathematically and get the final design parameters with a few iterations while preserving the accuracy offered by the finite element model. The finite element model is generated by parametric techniques. For the validity of this algorithm, a simple permanent magnet device with fringing and leakage flux is dealt as a numerical example.

1. 서 론

전기기기를 설계할 때 주로 사용되는 기법으로는 등가 자기회로에 기반한 자기회로(Magnetic Equivalent Circuit, 이하 MEC)법과 유한요소(Finite Element, 이하 FE)법이 있다. 위의 두 방법에 기초한 지금까지의 설계 방법은 다음과 같이 세분하여 분류 해볼 수 있다.

- 1) MEC법에 기반한 반복적 해석에 의한 설계[1][2].
- 2) FE모델링에 의한 결과로 MEC모델의 각종 계수의 보정후 MEC법에 의한 설계[3][4].
- 3) MEC법을 계산모듈로 사용한 최적화 알고리즘 적용[3][5].
- 4) 상용 FE 소프트웨어[6][7] 또는 자체 개발 FE 코드 등을 활용한 반복해석에 의한 설계.
- 5) 매개변수에 의해 자동화한 FE법을 계산모듈로 사용한 최적화 알고리즘 적용[8]-[10].
- 6) MEC법과 FE법을 동시에 적용하여 결과의 보완선택[11][12].

위에서 보듯이 지금까지의 방법은 MEC법 또는 FE법을 따로 적용하거나 설계자에 의해 서로 보완하여 결과를 취사선택하는 구조를 띠고 있다. MEC법은 분포된 정수를 집중정수로 간략화해서, 기법이 비교적 단순하고 계산 시간이 빠르므로 설계도구로서 많이 사용하는 방법이지만 정확도가 떨어지고 비선형 문제등에 적용이 어렵다. FE법은 적용가능한 형상의 자유도와 해석의 정확도는 월등하나 형상입력과 해석시간에 많은 시간이 소요되므로 설계도구로서 사용하기가 부적절한 경우가 많다.

본 연구에서는 MEC법과 FE법을 스페이스 매핑(Space Mapping) 알고리즘[13][14]에 의해 수학적으로 결합하여, FE법의 정확도를 유지하면서 적은 수의 FE해석만을 요구하는 새로운 방법을 제시한다. 이 알고리즘에 의해 MEC스페이스에서 설계해나 최적해를 구한 후 FE스페이스에서 그에 상응하는 해를 도출하게 된다. 본 방법은 자기회로 모델과 유한요소 모델이 모두 존재할 때 적용할 수 있는 방법으로 실용적인 시간 내에 정밀한 설계치 산정을 목표로 한다. FE모델은 매개변수에 유한요소테이타를 자동으로 발생하는 기법(Parametric Finite Element Method, 이하 PFEM)[10]의 적용이 필요하다. 본 논문에서는 스페이스 매핑법의 원리와 PFEM의 구현

등에 대해 설명하고 예제를 통해 이 기법의 유용성을 입증하고자 한다.

적용 예제로서 자석과 철심에 의해 공극에 자속이 공급되는 모델을 택하였다. 이 모델은 누설자속과 프링징등으로 인하여 MEC모델링이 정밀하지 못한 반면 FE모델링으로는 그러한 분포적 현상이 모두 고려가능하므로 본 논문에서 제시하는 스페이스 매핑 알고리즘을 적용하기가 적합하다.

2. 본 론

2.1 스페이스 매핑 알고리즘

주어진 모델에 대해 MEC스페이스와 FE스페이스를 정의 하고, 각 스페이스에서의 벡터 설계변수를 x_c 와 x_f , 시스템응답벡터를 각각 $R_c(x_c)$ 와 $R_f(x_f)$ 표기하기로 한다. $R_c(x_c)$ 의 계산은 집중정수에 의한 표현과 경험식등을 특징으로 하여 속도가 매우 빠른 장점이 있는 반면, $R_f(x_f)$ 는 정확함과 많은 계산시간을 요구하는 것이 특징이다. 다음을 만족하는 매핑 P 를 반복적인 방법에 의해 구하기로 한다.

$$\| R_c(P(x_f)) - R_f(x_f) \| \leq \epsilon \quad (1)$$

여기서, ϵ 는 작은 양수값이다.

요구되는 시스템응답을 만족하는 MEC스페이스에서의 설계변수를 x_c^* 라하고 P 의 역함수가 존재하면 FE스페이스에서의 매핑된 해는

$$\overline{x_f} = P^{-1}(x_c^*) \quad (2)$$

이다. 이 관계를 그림 1에 나타내었다. 여기서 x_f^* 대신에 $\overline{x_f}$ 로 나타낸 것은 함수 P 또는 P^{-1} 가 최종수렴되어 구해지지 않은 상태에서는 매핑된 해가 아직 구하고자 하는 답이 아닐 수 있기 때문이다. 식(1)을 만족하는 매핑 P 가 얻어지면 식(2)에 의해 최종설계변수로서 x_f^* 를 구할 수 있게 된다.

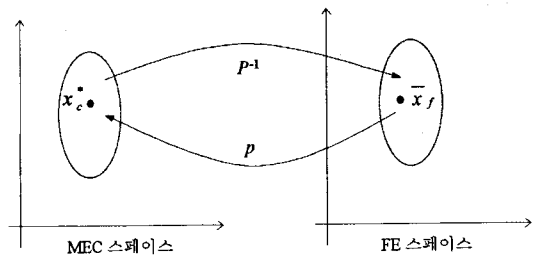


그림 1. 스페이스 매핑의 개략도.

2.2 매핑함수의 계산

식(1)에 상응하는 다른 조건으로 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$\| P(x_f) - x_c^* \| \leq \eta \quad \text{또는}$$

$$\| x_c - x_c^* \| \leq \eta \quad (3)$$

여기서, η 는 또 다른 작은 양수값이다. x_c 는

$$x_c = P(x_f) \quad (4)$$

와 같이 x_f 의 비선형 벡터함수로 볼 수 있고, 함수 f 를 다음과 같이 정의한다.

$$f(x_f) = P(x_f) - x_c^* \quad (5)$$

$f(x_f) = 0$ 을 만족하는 x_f 가 최종 수렴해가 되는 데, 결국 그림 2와 같이 quasi-Newton 법에 의한 x 축과의 교차점 찾기 문제로 귀착된다. FE스페이스에서의 첫 번째 추정해를 $x_f^1 = x_c^*$ 라 놓고 $i+1$ 번째 스텝에서의 해는

$$x_f^{i+1} = x_f^i + h^i \quad (6)$$

여기서,
$$h^i = -(B^i)^{-1} \cdot f^i \quad (7)$$

B 는 Jacobian 행렬에 대한 근사치로서 Broyden방법 [15]에 의해 다음과 같이 근사화 된다.

$$B^{i+1} = B^i + \frac{f(x_f^i + h^i)}{h^i \cdot h^i} \otimes h^i \quad (8)$$

첫 스텝에서의 B^1 는 단위행렬을 취한다.

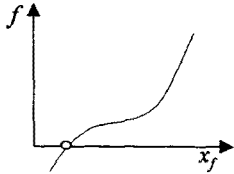


그림 2. 교차점 찾기.

이와 같이 하여 식(3)을 만족할 때까지 반복하여 수행한다.

식(4)의 실제 계산은 다음과 같이 한다. 먼저 주어진 또는 중간과정에서의 x_f 에 대해 FE모델을 자동으로 발생하여 해석을 한 다음 시스템응답벡터 $R(x_f)$ 를 구한다. 다음으로, MEC모델에서 동일한 응답을 갖는 x_c 를 찾아내면 된다.

2.3 프로그램의 구성

본 논문에서 제시한 알고리즘을 적용하기 위해서는 프로그램의 구조화된 접근이 필요하다. 우선 스페이스 매핑 알고리즘을 구현하는 가장 뒷 계층의 관리자 프로그램이 필요하고, 이 프로그램에 의해 호출되는 MEC법 구현 프로그램, PFEM 프로그램등이 모듈화 되어 구현되어야 한다. 그림 3에 전체 구성도를 간략히 나타내었다.

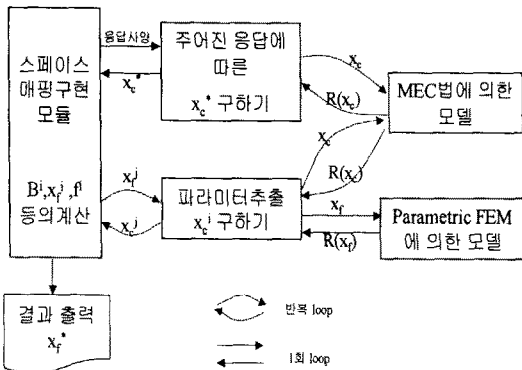


그림 3. 스페이스 매핑 알고리즘의 구현을 위한 프로그램의 구성도.

PFEM은 주어진 설계변수에 대해 전체모델형상, 재질값, 경계조건 등이 자동으로 주어지고 매우 강건한 요소생성기에 의해 FE 데이터가 만들어질 수 있어야 한다 (그림 4 참조). 또한 해석후 시스템응답 특성을 자동으로 계산기위한 명령어 파일등이 만들어진 다음 후처리를 담당하는 세부모듈들에 전해져야 한다.

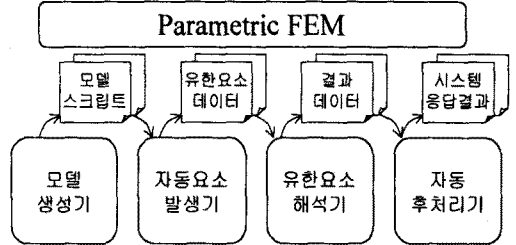


그림 4. Parametric FEM의 구현도.

2.3 적용 예제

그림 5에는 본 예제에서 사용된 모델을 보여준다. x_1, x_2, x_3 가 설계변수이고 $d=10\text{mm}, g=1\text{mm}$ 이다. 자석의 잔류자속밀도는 $B_r=1.0\text{tesla}$ 이다. 만족시켜야 할 시스템응답들은 자석의 동자속 퍼미언스 계수 $P_c=14$, 공극에서의 자속밀도 $B_g=0.5\text{tesla}$, 철심에서의 자속밀도 $B_c=1.1\text{tesla}$ 로 선정한다. MEC모델에서는 철의 상대투자율을 무한대, 누설자속과 프린징이 없는 것으로 가정하여 다음과 같은 설계식을 도출한다. 기자력의 합이 0이라는 법칙과 자석에서의 발생자속과 공극에서의 통과 자속이 동일하다는 등의 전체하에 설계식을 유도[1]하면 다음과 같다.

$$x_1 = \frac{d \cdot (1 + P_c)}{P_c} \cdot \frac{B_g}{B_r} \quad (9)$$

$$x_2 = P_c \cdot \frac{g}{d} \cdot x_1 \quad (10)$$

$$x_3 = \frac{P_c}{1 + P_c} \cdot \frac{B_r}{B_c} \cdot x_1 \quad (11)$$

자기회로법에 의해 만들어진 식(9), (10), (11)에 의해 시스템응답 P_c, B_g, B_c 가 주어지면 즉각적으로 설계변수의 도출이 가능하다. FE모델은 철의 상대투자율을 5000으로 하였고 분포된 자속밀도의 계산이 가능하다.

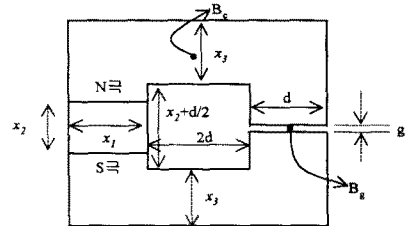


그림 5. 자석과 공극이 있는 간단한 형상의 기기. x_1, x_2, x_3 가 설계변수.

그림 6에는 MEC모델에 의한 설계 형상과 FE모델에 의해 최종으로 설계된 형상을 보이고 있다. FE모델에 의한 형상의 자석부위의 두께가 커진 이유는 누설자속과 프린징에 의해 감소된 공극에서의 자속을 보완하기 위한 것으로 보인다. 그림 6의 b)에 이르기까지 수렴되는 그래프를 그림 7에 나타내었다. 한 번의 계산에서 FE모델의 계산이 차지하는 비중이 대부분이므로 다섯 번만의 FE모델 계산시간으로 원하는 정도의 설계치를 얻을 수 있었다.

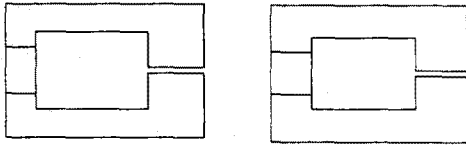


그림 6. a) MEC모델에 의해 설계된 형상. b) FE모델에 의해 최종적으로 설계된 형상.

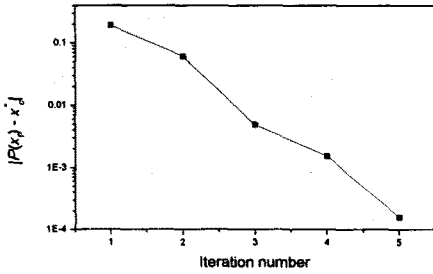


그림 7. 스페이스 매핑에 의한 수렴특성.

그림 8에는 PFEM에 의해 자동 발생되고 해석되어진 FE모델의 요소분할도와 자속분포도를 나타내었다. 요소의 밀도는 사용자가 FE모델을 발생하기 위한 명령어 파일내에 밀도값을 조정하여 기입함으로써 자동조절이 가능하다.

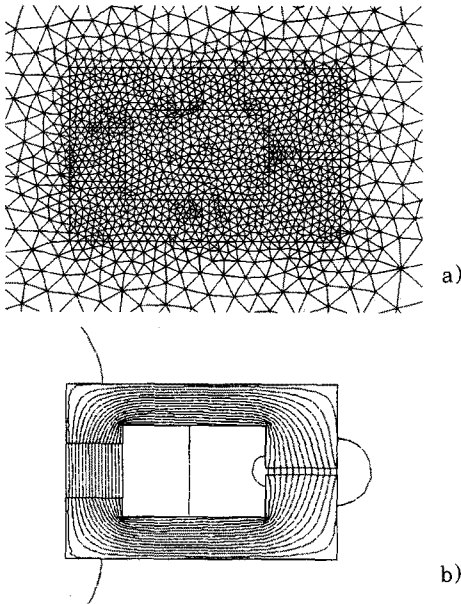


그림 8. 자동으로 발생된 최종 FE모델의 a) 요소분할도와 b) 자속분포도.

3. 결 론

본 논문에서는 MEC법과 FE법을 스페이스 매핑 알고리즘에 의해 수학적으로 결합하는 방법을 제시하였다. 본 알고리즘을 사용하여 자석과 공극이 포함된 세 개의 설계변수를 가지는 예제에 적용한 결과, 다섯번만의 FE 해석에 의해 원하고자하는 시스템응답특성을 갖는 설계를 확보할 수 있었다. 스페이스 매핑 알고리즘은

MEC법과 FE법 이외에도 유사한 특성을 가지는 다른 방법론에 대해 여러조합이 가능하리라 생각되며 다양한 전기기기에 응용이 가능하리라 본다. 이 방법은 기존의 설계해석방법론의 단점을 보완하여 실용적인 활용을 가능하게 한다.

향후 더욱 복잡한 형상이나 3차원 FE해석의 채용, 설계식이 쉽게 구해지지 않을 경우의 최적화 과정을 통한 ME모델에서의 설계변수치 추출, 다양한 한계조건에서의 적용 등에 대해 연구가 필요하다.

(참 고 문 헌)

- [1] J. R. Hendershot and T.J.E. Miller, *Design of Brushless Permanent-Magnet Motors*, Magna Physics Pub., 1994
- [2] 김덕근, 페라이트 자석 직류전동기의 최적치수 설계에 관한 연구, 박사학위논문, 서울대학교 1992.
- [3] 심동준, 수정된 유전 알고리즘을 이용한 매입형 영구자석 동기전동기의 다목적 최적설계, 박사학위논문, 서울대학교 1997.
- [4] M. Moallem and G. E. Dawson, "An Improved Magnetic Equivalent Circuit Method for Predicting the Characteristics of Highly Saturated Electromagnetic Devices", *IEEE Trans. on Mag.*, Vol. 34, No. 5, pp. 3632-3635, 1998.
- [5] K. Hameyer and R. Hanitsch, "Numerical Optimization of the Electromagnetic Field by Stochastic Search and MEC-Model", *IEEE Trans. on Mag.*, Vol. 30, No. 5, pp. 3431- 3434, 1994.
- [6] 이기식 과 최홍순, "상업용 소프트웨어의 분석", 전기학회지, 제 45권, 2호, pp. 25-31, 1996년 2월.
- [7] 최홍순, "전기계의 FEM 소프트웨어의 구조", 월간 전자제어 계측 & 인터페이스, pp. 134-137, 1997년 7월.
- [8] I. H. Park, B. T. Lee and S. Y. Hahn, "Pole Shape Optimization for Reduction of Cogging Torque by Sensitivity Analysis", *COMPEL*, Vol. 9, No. 5, pp. 111-114, 1990.
- [9] J. K. Sykulski and M. Santilli, "A Pprocedure for Magnetic Design and Optimization of Permanent Magnet Brushless DC Motors", *COMPEL*, Vol. 17, No. 5/6, pp. 749-756, 1998.
- [10] C. F. Parker, J. K. Sykulski, S. C. Taylor and C. S. Biddlecombe, "Parametric Environment for EM Computer Aided Design", *IEEE Trans. on Mag.*, Vol. 32, No. 3, pp. 1433-1436, 1996.
- [11] *MotorExpert™*, ㈜제이슨테크 와 ㈜코모텍, 서울시 송파구 방이동 181-3, 1999
- [12] L. Chang, G. E. Dawson and T. R. Eastham, "Combined Finite Element and Analytical Methods for Rotor Design of Permanent Magnet Synchronous Motors", *Electric Machines and Power Systems*, 26:465-476, 1998.
- [13] J. W. Bandler, R. M. Biernacki, S. H. Chen, P. A. Grobelny, and R. H. Hemmers, "Space Mapping Technique for Electromagnetic Optimization", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 42, No. 12, pp. 2536-2544, 1994.
- [14] J. W. Bandler, R. M. Biernacki, S. H. Chen, and D. Omeragic, "Space Mapping Optimization of Waveguide Filters Using Finite Element and Mode-Matching Electromagnetic Simulators", *Int. J. RF & Microwave C.A.E.*, Vol. 9, No. 1, pp. 54-70, 1999.
- [15] W. H. Press, et al., *Numerical Recipes in C*, Cambridge Univ. Press, 1992.