

Multi-segment curve method를 이용한 선형계획법 기반 최적 조류계산

하동완<sup>\*</sup> · 김창수<sup>\*\*</sup> · 송경빈<sup>\*\*\*</sup> · 백영식<sup>†</sup>

<sup>\*</sup> 경북대학교 · <sup>\*\*</sup> 한국전기연구소 · <sup>\*\*\*</sup> 대구효성기톨릭대학교

A LP-based Optimal Power Flow Using Multi-segment Curve Method

Dong-Wan Ha<sup>\*</sup> · Chang-Su Kim<sup>\*\*</sup> · Kyung-Bin Song<sup>\*\*\*</sup> · Young-Sik Baek<sup>†</sup>  
 Kyungpook National University · KERI<sup>††</sup> · Catholic University of Taegu-Hyosung<sup>\*\*\*</sup>

**Abstract** - This paper describes the optimization problem of real power rescheduling and present an algorithm based linear programming for studying the load-shedding and generation reallocation problem when a portion of the transmission system is disabled and ac power flow solution cannot be obtained for the overload of some lines. And in case initial is infeasible, solution could not be converge. So this paper gives an algorithm being lie infeasible quantities within limit.

The paper describes a LP-based algorithm to obtain the solution in power dispatch related to overload situations in power system and it is easily extended under various objective.

The optimization procedures is based in linear programming with bounded variables and use the multi-segment curve method for a objective function and the validity of the algorithm is verified with two examples : 10-bus system and 57-bus system.

1. 서 론

전력계통에서 경제운용은 수급조건, 선로 용량, 모선전압 상, 하한 등의 계통 운용 제약조건을 만족하면서 전체 운전 비용을 최소화하는데 있다. 일반적으로 전력계통은 경제성, 신뢰성, 안정성, 환경에 대한 영향 등 여러가지의 최적화 대상이 있으며 동시에 다양한 운용조건을 만족해야 한다. 이런 문제들은 OPF(Optimal Power Flow)문제라 정의될 수 있다. 현재 외국의 전력산업체에서는 경제적이고 효율적인 계통 운용을 조류계산에 의한 시행착오법에 맡기는 것에 한계를 느끼고 OPF를 요구하고 있으며 실질적으로 쓰이는 곳도 있다. 그리고 그 요구분야도 점차 넓어지고 있는 추세에 있다.

특히 송전 손실 최소화, 무효전력 계획, 무효전력 보상 장치 운용, 계통 계획에서는 그 요구가치가 매우 높으며 나아가 계통의 사고시 안전에 대한 고려, 계통의 신뢰도 유지등의 측면에서도 많은 활용도가 있다.

OPF는 기존의 시행착오법에 의한 경제운용으로는 풀기 어려운 문제들을 해결할 수 있고 시간이나 효율성을 증대시키고 계통 계획, 운용 업무의 개선, 운용자의 업무 영역 확대등의 효과를 가져 올 수 있다. 그리고 전력 산업 구조 개편에 따른 많은 전력 산업체의 등장으로 더욱 복잡해지는 계통의 문제와 요구사항들을 해결해 줄 수 있을 것으로 보인다.

하지만, OPF는 전력계통이 가지는 방대한 크기와 많은 운용 제약 조건, 수식의 비선형성 때문에 과거에 많이 사용되던 비선형계획법으로는 계산하기가 어렵고 시간이 많이 걸리는 단점이 있었다. 이런 단점을 극복하기 위해 요즘은 초기 operating point에 대한 정확한 선형화를 바탕으로 하여 문제를 해결하는 선형계획법(Linear Programming)을 OPF에 적용하여 문제를 푸는데 걸리는 시간과 어려움을 줄이고자하는 연구가 활발히 진행되

고 있다.

전력계통의 특성상 수치해석 방법을 통한 OPF문제의 해석에는 많은 어려움이 따른다. 계통의 크기와 비선형성으로 인해 많은 연산이 필수적이기 때문에 시간적인 문제도 대두될 수 있고 안정적으로 해를 찾지 못하는 경우도 있다. 그리고 현재는 OPF를 이용한 Application의 요구도 많이 늘고 있기 때문에 이에 대한 적절한 대응도 필요하다.

본 논문에서는 시간의 단축, 해의 수렴성, 문제 처리의 간결성 등으로 현재 OPF 해석에 많이 쓰이고 있는 선형계획법을 이용하여 위의 요구사항을 만족시키고자 하였다. 최적화 대상으로는 전체 발전비용의 최소화에 두고 이를 Multi-segment curve method를 이용하여 선형화 하였으며 유·무효전력, 모선전압, 선로조류에 대한 운용조건을 두어 문제를 풀었다. 그리고 보다 안정적으로 해를 찾기 위해 설정 가능한 부하차단을 이용해 Infeasible한 해를 찾는 것을 방지하고 송전선로의 과부하로 인한 계통의 손상도 막고자하였다.

초기치가 제약조건을 벗어난 경우 해의 수렴 여부에 지대한 영향을 미치므로 이를 극복하고자 초기치를 제약조건 범위안으로 끌어들이 해의 수렴을 돕는 알고리즘을 추가하였다.

2. 수학적 정식화

일반적인 OPF문제는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } F(x) \\ & \text{단, } G(x)=0 \\ & \quad H(x)\leq 0 \end{aligned}$$

$F(x)$ 는 목적함수를 나타내고  $G(x)$ 는 등식 제약조건을,  $H(x)$ 는 등식 제약조건을 나타낸다.

2.1 목적함수

유효 발전력의 최적 분배에 따르는 목적함수는 이차의 발전비용함수의 합으로 나타나며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Min } F &= \sum_{i=1}^{n_g} (A_i + B_i P_{Gi} + C_i P_{Gi}^2) \quad (1) \\ N_G &: \text{발전기 모선의 수} \\ A, B, C &: \text{발전기의 비용상수} \\ P_G &= [ P_{G1} \ P_{G2} \ \dots \ P_{Gn_g} ]^T \end{aligned}$$

이 2차의 비선형 목적함수를 그림 1과 같이 몇 개의 연속된 직선으로 근사화한다. 예를 들어 3개의 연속된 직선으로 근사화한다면 식 (1)은 이 3개의 직선으로 표현될 수 있다.  $s_1, s_2, s_3$ 는 각 세그먼트 직선의 기울기를 나타내는 것이고  $P_{PWL1}, P_{PWL2}, P_{PWL3}$ 는 각 세그먼트의 시작점을 기준점으로 두고 이에 대한 변위를 나타내는 변수이다. 그림 1에서 나타낸 것처럼  $SP_1, SP_2, SP_3, SP_4$ 는 각 세그먼트의 시작점을 나타내며 세그먼트 변수  $P_{PWL1}, P_{PWL2}, P_{PWL3}$ 는 정의에 의해 다음과 같은 범위를 가진다.

$$\begin{aligned} 0 &\leq P_{PWL1} \leq SP2 - SP1 \\ 0 &\leq P_{PWL2} \leq SP3 - SP2 \\ 0 &\leq P_{PWL3} \leq SP4 - SP3 \end{aligned} \quad (2)$$

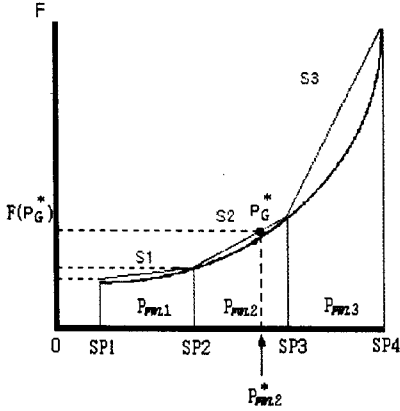


그림 1. Multi-segment curve

어떤 발전기가 두번째 세그먼트 범위에 속하는  $P_G$ 의 출력을 가질 때 그 비용함수는 그림 2의 각 직선에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$P_G = SP1 + (SP2 - SP1) + P_{PWL2} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} F(P_G) &= F(SP1) + F_{PWL1}(SP2 - SP1) + F_{PWL2}(P_{PWL2}) \\ &= F(SP1) + s_1(SP2 - SP1) + s_2 P_{PWL2} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $F_{PWL1}$ ,  $F_{PWL2}$ ,  $F_{PWL3}$ 은 각 직선의 세그먼트 변수에 대한 함수값이다. 위와 같은 방법으로 그림 1의 2차 비용곡선상의 어떤 점이라도 각 직선에 의해 표현될 수 있다. 이상의 과정을 정리하여 곡선을 N개의 세그먼트와  $N_G$ 개의 발전기에 대해 보다 일반적인 수식을 이끌어 내어 각 세그먼트변수에 대해 표현할 수 있다.

$$F = \sum_{i=1}^{N_G} [F(P_{Gi}^{min}) + s_1^i P_{PWL1}^i + s_2^i P_{PWL2}^i + \dots + s_N^i P_{PWL,N}^i] \quad (5)$$

$$P_{Gi} = P_{Gi}^{min} + P_{PWL1}^i + P_{PWL2}^i + \dots + P_{PWL,N}^i, \quad i=1, 2, \dots, N_G \quad (6)$$

$$0 \leq P_{PWL,k}^i \leq SP(k+1) - SP(k), \quad k=1, 2, \dots, N \quad (7)$$

단,  $s_1^i, s_2^i, \dots, s_N^i$  : i번째 발전기의 각 직선의 기울기  
 $P_{PWL1}^i, P_{PWL2}^i, \dots, P_{PWL,N}^i$  : i번째 발전기의 세그먼트 변수

이상과 같이 발전기 2차의 비용함수를 선형화하였다. 세그먼트가 많으면 많을수록 원래의 곡선과 오차가 적으나 변수의 수가 늘어남에 따라 계산량이 크게 증가하는 문제점이 있으므로 신중히 선택하여야한다. 본 논문에서는 보다 빠른 해의 수렴을 위해 초기에는 세그먼트를 3개로 나누었으며 LP가 반복되는 때 단계마다 보다 세밀하고 빠른 해를 찾기 위해 세그먼트를 5개로 늘여 계산을 수행하였다.

## 2.2 제약조건

### 등식제약조건

전력 수급 방정식으로 구성된 등식 제약조건을 Taylor's series에 의해 선형화한 다음 식 (6)을 적용하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$P_{Gi}^{min} + P_{PWL1}^i + P_{PWL2}^i + \dots + P_{PWL,N}^i - \sum_{j=1}^{N_G} \left[ \frac{\partial P_{Gj}}{\partial V_j} \Delta V_j \right]$$

$$+ \frac{\partial P_{Gj}}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j] = P_{Gi}^0 (|V_j, \delta) - P_{Gi}^{min} + P_{Dj} \quad (8)$$

$$\Delta Q_{Gj} - \sum_{i=1}^{N_G} \left[ \frac{\partial Q_{Gj}}{\partial V_i} \Delta V_i + \frac{\partial Q_{Gj}}{\partial \delta_i} \Delta \delta_i \right] = 0 \quad (8)$$

### 부등식제약조건

각 모선 전압의 크기, 슬랙 모선과 발전 모선의 유·무효발전량, 전압제어모선의 무효전력 공급량, 각 선로의 조류에 대해 부등식 제약조건을 설정했다. p와 q모선사이에 흐르는 선로조류는 다음과 같이 선형화된다

$$\Delta P_{pq} - \frac{\partial P_{pq}}{\partial \delta_p} \Delta \delta_p + \frac{\partial P_{pq}}{\partial \delta_q} \Delta \delta_q = 0 \quad (10)$$

$$\Delta Q_{pq} - \frac{\partial Q_{pq}}{\partial V_p} \Delta V_p + \frac{\partial Q_{pq}}{\partial V_q} \Delta V_q = 0 \quad (11)$$

원래 선로 조류는 선로용량에 제한을 받아 부등식으로 표현되지만 식 (10), (11)과 같이  $\Delta P_{pq}$ ,  $\Delta Q_{pq}$  변수를 써서 등식으로 표현할 수 있고 이 변수의 상·하한값을 선로 용량으로 두면 등식 제약 조건으로 나타낼 수 있다.

## 2.3 LP의 Infeasibility 개선

### 부하차단

모선전압이나 선로조류에 대해 계통 운용이 불가능한 심각한 위반사항이 발생하였을 경우 발전력의 재분배로 도 문제를 해결할 수 없을 경우 부하를 차단해줌으로서 원활한 운용을 가능하게 한다. 그리고 목적함수는 최적화 과정에서 다음과 같이 두 부분으로 나누어 진다.

$$F = \sum_{i=1}^{N_G} (P_{Gi}^{min}) + s_1^i P_{PWL1}^i + s_2^i P_{PWL2}^i + \dots + s_N^i P_{PWL,N}^i + \sum W_i P_{Dk}^i \quad (12)$$

$W_i$ 는 부하 차단량에 곱해지는 가중치를 나타는 것으로 전체 발전 비용보다 약 10배 이상 되도록 설정하여 우선적으로 최소화 될 수 있도록 한다.

### 초기치 제약 위반 사항 제거

OPF의 전압 초기치가 제약조건을 위반한 요소를 가지는 경우 해를 찾지 못할 경우가 발생한다. 이때 제어 가능한 무효전력공급원과 발전단의 전압을 조정함으로써 위반한 모선의 초기 전압을 범위안으로 들어오게 하여 원활한 OPF의 수행을 보조한다. 다음 식은 조류계산의 선형화수식이다.

$$\Delta P_G = \frac{\partial P}{\partial V} \Delta V + \frac{\partial P}{\partial \delta} \Delta \delta \quad (13)$$

$$\Delta Q_G = \frac{\partial Q}{\partial V} \Delta V + \frac{\partial Q}{\partial \delta} \Delta \delta \quad (14)$$

초기 발전력을 그대로 유지( $\Delta P_G=0$ )하도록 하면  $\Delta \delta$ 의 영향을 무시할 수 있다. 식 (13), (14)에서  $\Delta \delta$ 를 0로 두면 식 (14)에서 무효 발전력과 전압에 대한 관계식을 얻을 수 있다.

$$\Delta Q_G = \frac{\partial Q}{\partial V} \Delta V \quad (15)$$

식 (15)는 선형의 관계를 가지므로 이 식들을 제약조건으로 가지는 선형계획법을 풀 수 있다. 이상의 과정에서 목적함수는 언급하지 않았다. 적용할 수 있는 목적함수는 몇 가지 있으나 본 논문에서는 목적함수를 설정하지 않고 선형계획법을 풀었다. 식 (15)에서 제어가능한 무효전력과 발전단 전압이 약식 전력수급 조건을 만족하도록 조정하여 위반한 모선 전압을 범위안으로 들어오도록 한다.

## 2.4 Section reduction method

$\Delta V$ ,  $\Delta \delta$ 가 너무 클 경우 본래의 비선형 곡선과 차이가 커 선형화에 대한 의미를 잃을 수 있다. 그러므로  $\Delta V$ ,  $\Delta \delta$ 의 범위를 줄여 줌으로서 더 올바른 해를 찾는다. 적용 방법은 다음과 같다.

lth iteration

- 제어변수의 범위를 원래 범위의 일부분으로 잡는다.

$$-\lambda D \leq \Delta V_g \leq \lambda D$$

$$D: V_{\max} - V_{\min}$$

$$0.1 \leq \lambda \leq 1.0$$

2th iteration 이후

- 이전 iteration의 범위에 section reduction factor를 곱해 범위를 더 줄여 나간다.

$$-KD^* \leq \Delta V_g \leq KD^*$$

$D^*$ : 이전 iteration에서 제어변수의 범위의 반

$K$ : section reduction factor

### 3. 전체 흐름도

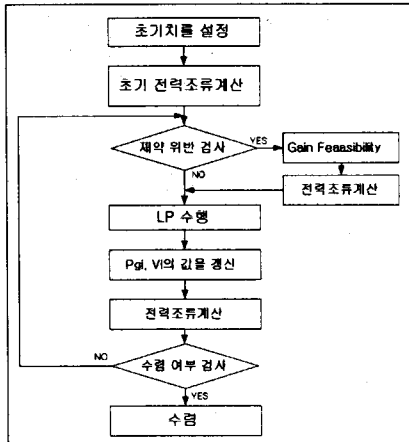


그림 2. 전체 흐름도

본 논문에서 개발한 계산 프로그램의 흐름도는 그림 4와 같다. 초기 조류 계산이 제약 조건을 만족하지 않는 경우 위반한 모션전압을 검사하여 Feasibility를 얻는 알고리즘을 수행하여 범위안으로 끌어 들이고 다시 조류 계산을 수행한다. 그 다음 선형계획법을 수행하여 얻어진 결과로 제어 변수의 값을 갱신한다. 그 갱신한 값을 초기치로 하여 조류 계산을 수행한다. 이 때 실행하는 조류계산은 선형화로 인한 정확성의 보상의 의미를 가진다.

### 4. 사례 연구

10모션 계통의 초기치는 표 1과 같으며 기존 방법과의 결과 비교는 표 2에 나타내었다. Section reduction method를 적용하였고  $\lambda$ 는 0.1,  $K$ 는 0.5의 값을 적용하였다. 표 3은 57모션 사례 계통에 Feasibility를 얻는 알고리즘을 적용하여 그 효용성을 입증하였다.

표 1. 10모션 초기치

Bus #	6	7	8	9	10(슬랙)	전체 비용
발전력[p.u.]	0.60	0.45	0.35	0.5	0.37	167.012
전압[p.u.]	1.0	1.0	1.0	1.0	1.05	

표 3에서 전압 초기치가 31, 32, 33 모션에서 제약을 위반된 경우인데 그대로 선형계획법을 수행할 경우 수렴을 하지 않았다. 그래서 위반한 모션 초기 전압들을 Feasibility를 얻는 알고리즘을 수행하여 제약 범위안으로 끌어 들이도록 하였다. 3번 모션의 전압이 1.04에서 1.06으로 조정되어 위반한 모션 전압을 제약 범위안으로 끌어 풀일 수 있었다. 그런 다음 선형계획법을 수행함으로써 수렴에 성공했다.

표 2. 10 모션 결과 비교

	기존 방법	제안한 방법	
		조류계산시 사용한 방법 Full N-R Method	Fast Decoupled Method
수렴치	164.177	164.107	164.196
LP 반복횟수	3	4	3

표 3. feasibility를 얻는 알고리즘 수행(57모션)

	초기치	Gain Feasibility
초기치 위반 모션( $V_{\min} = 0.9$ )	V31=0.891063 V32=0.901174 V33=0.898757	V31=0.899864 V32=0.909391 V33=0.906996
발전 모션 전압	V1=1.06 V2=1.04 V3=1.04 V6=1.04 V8=1.04 V9=1.04 V12=1.04	V1=1.06 V2=1.04 V3=1.06 V6=1.04 V8=1.06 V9=1.04 V12=1.04
LP 결과	Infeasible 수렴 X	Feasible 수렴 O

### 5. 결론

본 논문은 선형계획법을 이용하여 유효 전력의 경제 배분에 대한 정식화 과정과 알고리즘을 소개하고 있으며 선로조류 제약조건을 포함하고 부하차단량을 설정하여 계통의 손상을 막고 보다 안정적인 해의 수렴성을 보장하는 계산 과정을 보여준다. 목적함수를 Multi-Segment Curve Method에 의해 선형화하여 선형계획법이 요구하는 틀에 쉽게 맞출 수 있었고 이차의 비선형 비용함수의 선형화에 대한 접근방식을 재고할 수 있었으며 세그먼트의 수와 각 세그먼트 변수의 범위에 따라 계산 과정에 개선의 여지가 있음을 알 수 있다. OPF에서의 선형계획법은 문제의 구성이나 실제적인 프로그램 구성에서 제약 조건의 추가, 문제의 변형이 비교적 간단한 과정을 통해 이루어 졌으며 프로그램상의 문제가 발생할 경우에도 해결방법이 비교적 간단하였다.

### [참고 문헌]

- [1] A. Farag, S. Al-baiyat and T.C.Cheng, "Economic Load Dispatch Multiobjective Optimization Procedures Using Linear Programming Technique", IEEE Trans. Power Syst., VOL 10, NO 2, May 1995
- [2] O. Alsac, J. Bright, M. Prais and B. Stott, "Further Developments In LP\_based Optimal Power Flow", IEEE Trans. Power Sys., VOL 5, NO 3, pp, 697-711, Aug. 1990
- [3] K. R. C. Mamandur, R. D. Chenweth, "Optimal Control of Reactive Power Flow for Improvements In Voltage Profiles and for Real Power Loss Minimization", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-100, pp. 3185-3193, July 1981
- [4] D. S. Kirshshen, H. P. Van Meeteren, "MW/Voltage Control in a Linear Programming Based Optimal Power Flow", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PWRS-3, PP. 481-489, May 1988
- [5] W. F. Tinny, D. I. Sun, "Optimal Power Flow : Research and Code Development", EPRI EL-4894 Project 1724-1, Final Report, Feb. 1987
- [6] S. Rama Iyer and K. Ramachandran, "Optimal Reactive Power Allocation For Improved System Performance", IEEE Trans. Power App. and Syst., VOL PAS-103, NO 6, June 1984
- [7] Allen J. Wood, Bruce F. Wollenberg, "Power Generation, Operation, and Control", second edition, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc.