

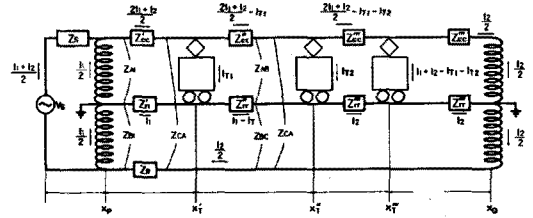
일반회로해석법을 위한 전차선로 모델링 및 정교한 해석에 관한 연구

홍재승^o, 김발호^o, 창상훈^{*}, 김정훈^o
 ◎ 홍익대학교 전기제어공학과 ★ 한국철도기술연구원

An Approach to Modeling Electrical Railway

Hong, Jae Seung^o Kim, Bal ho^o Chang, Sang Hoon^{*} Kim, Jung Hoon^o
 ◎ Dept. of Electrical engineering, Hongik University Seoul, Korea
 ★ Korea Railroad Research Institute, Korea

Abstract - This paper presents an approach to modeling the electrical railway accurately including the autotransformers and mutual impedance. The proposed approach can enhance the capability of analyzing the railway system, and can also be applied to a simulator for extensive stability study.



1. 서론

교통문제를 해결하기 위하여 도입된 전기철도는 전세 계적으로 고속전철, 지하철 등을 이용하여 대중교통수단으로 확장되어 가고 있다. 이에 따라 전차선로를 해석하여 안정성을 판별할 수 있는 시뮬레이터가 필요하게 되었다. 그러나 계속 기동과 정지를 반복하는 전차가 존재하는 전차선로는 동태적인 특성과 정태적인 특성이 동시에 존재한다. 지금까지 동태적인 해석은 연구된 적이 없고 정태적인 모델도 정교한 모델링을 통한 해석방법이 없다. 기존의 연구로는 J. D. Glover[1]이 주파수, 대지저항률, 급전선과 귀선의 위치 등을 입력으로 하여 전차선의 임피던스를 포트란 프로그램으로 계산한 후, 전차선로를 T등가회로로 변환하여 여러 대의 전차전압을 계산하였고 R. J. Hill[2]은 전차를 한 대만 고려한 상태에서 레일의 전위를 '0'으로 가정한 뒤에 전차선로를 해석하였다. 그러나 전차선로에 전차는 한 대만 있는 경우를 적용하였다. 우리는 한국철도기술연구원과 본 연구진에서 Hill이 제안한 방법을 이용하여 전류맵을 도입한 시뮬레이터를 개발하였다[3]. 또한 정밀한 전차선로해석을 위하여 페로해석법을 적용해 전차가 2대부터 6대까지인 경우를 정교하게 해석하였다[4]. 본 논문은 페로해석법을 이용한 결과식들을 일반화된 식으로 나타내고, 정전력부하특성을 가지고 있는 전차를 해석하기 위한 첫 번째 단계로 마디해석법을 도입하여 정교하게 모델링이 되어있는 전차선로를 해석하였다.

그림 1. 전차선로의 구성

첫 번째 단권변압기 구간에는 m대, 두 번째 단권변압기 구간에 n대가 존재한다고 가정할 경우 전차선로의 모델링은 다음과 같다.

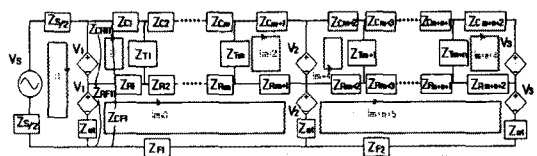


그림 2 일반적인 전차선로 모델링

2. 페로해석법의 일반화

2.1 일반회로

전차선로를 해석하기 위해서 우선 전차선로의 모델링이 필요하게 된다. 그림 1은 전차선로의 구성을 나타내고 있다. 그림에서 우리가 구하고자하는 값들은 단권변압기와 전차선로 각 부분의 전압, 그리고 각 부분의 전류이다. 그러나 실제로는 레일에 전위차가 발생하여 전압이 존재하는데, 그림 1과 같이 레일을 접지로 보고 해석하는 방법이 많았다. 본 연구에서는 레일에 실제 전위를 반영하여 회로를 해석한다.

2.2 페로해석법

참고문헌 [4]에서는 현재 운행가능성이 있는 6대까지의 모델링을 하였다. 이를 확장하여 본 연구에서는 페로해석법을 사용하여 일반화된 식을 구하였다. 일반화된 식은 다음과 같다. 단, 전차는 임피던스 부하로 가정을 하였다.

$$\text{loop1: } 55,000 = Z_S I_1 + 2V_1 + Z_m(I_1 - I_{(m+3)}) \quad (1)$$

첫 번째 단권변압기 구간

i. m=0인 경우

$$\text{loop2: } V_1 = (Z_{C1} + Z_{R1} - 2Z_{CR1})I_2 + (-Z_{R1} + Z_{CR1} - Z_{CF1} + Z_{RF1})I_{(m+3)} + V_2 \quad (2)$$

ii. m≠0인 경우

$$\text{loop2: } V_1 = (Z_{C1} + Z_{R1} - 2Z_{CR1} + Z_{T1})I_2 + (-Z_{T1})I_3 + (-Z_{R1} + Z_{CR1} - Z_{CF1} + Z_{RF1})I_{(m+3)} \quad (3)$$

iii. m=1인 경우

$$\text{loop}(m+2) :$$

$$0 = (-Z_{Tm})I_{(m+1)} + (Z_{C(m+1)} + Z_{R(m+1)} - 2Z_{CR(m+1)} + Z_{Tm})I_{(m+2)} + (-Z_{R(m+1)} + Z_{CR(m+1)} - Z_{CF(m+1)} + Z_{RF(m+1)})I_{(m+3)} + V_2 \quad (4)$$

iv. $m \geq 2$ 인 경우

loop3~loop(m+1)에서 k번째 loop(단 $3 \leq k \leq m+1$):

$$0 = (-Z_{T(k-1)})I_k + (Z_{C(k+1)} + Z_{R(k+1)} - 2Z_{CR(k+1)} + Z_{T(k)})I_{(k+1)} + (-Z_{T(k+1)})I_{(k+2)} + (-Z_{R(k+1)} + Z_{CR(k+1)} - Z_{CF(k+1)} + Z_{RF(k+1)})I_{(m+3)} \quad (5)$$

v. loop(m+3):

$$V_1 = \left(\left[\sum_{k=1}^{m+1} (Z_{Rk} - 2Z_{RFk}) \right] + Z_{F1} \right) I_{(m+2)} - Z_m (I_1 + I_{(m+n+5)}) + \sum_{k=1}^{m+1} [(-Z_{Rk} + Z_{CRk} - Z_{CFk} + Z_{RFk}) I_{(k+1)}] + V_2 \quad (6)$$

단권변압기 두 번째 구간을 살펴보면 다음과 같다. 만약 n대의 전차가 두 번째 단권변압기에 존재한다고 가정하고 첫 번째 단권변압기와 마찬가지로 해석을 할 수 있다. 그리고 폐로의 번호는 (m+4)부터 시작을 한다.

v. $n=0$ 인 경우

loop(m+4):

$$V_2 = (Z_{C(m+2)} + Z_{R(m+2)} - 2Z_{CR(m+2)})I_{(m+4)} + (-Z_{R(m+2)} + Z_{CR(m+2)} - Z_{CF(m+2)} + Z_{RF(m+2)})I_{(m+n+5)} + V_3 \quad (7)$$

vi. $n \neq 0$ 인 경우

loop(m+4):

$$V_2 = (Z_{C(m+2)} + Z_{R(m+2)} - 2Z_{CR(m+2)} + Z_{T(m+1)})I_{(m+4)} + (-Z_{T(m+1)})I_{(m+5)} + (-Z_{R(m+1)} + Z_{CR(m+1)} - Z_{CF(m+1)} + Z_{RF(m+1)})I_{(m+n+5)} + V_3 \quad (8)$$

vii. $n \geq 2$

loop(m+5)~loop(m+n+3)에서 l번째 loop(단 $(m+5) \leq l \leq (m+n+3)$):

$$0 = (-Z_{T(l-4)})I_{(l-1)} + (Z_{C(l-2)} + Z_{R(l-2)} - 2Z_{CR(l-2)} + Z_{T(l-4)})I_l - 2Z_{CR(l-2)} + Z_{T(l-4)} + Z_{T(l-3)}I_l + (-Z_{T(l-3)})I_l + (-Z_{R(l-2)} + Z_{CR(l-2)} - Z_{CF(l-2)} + Z_{RF(l-2)})I_{(m+n+5)} \quad (9)$$

viii. $n \geq 1$ 일 경우

loop(m+n+5):

$$0 = (-Z_{T(l-4)})I_{(l-1)} + (Z_{C(l-2)} + Z_{R(l-2)} - 2Z_{CR(l-2)} + Z_{T(l-4)})I_l + (-Z_{R(l-2)} + Z_{CR(l-2)} - Z_{CF(l-2)} + Z_{RF(l-2)})I_{(m+n+5)} + V_3 \quad (10)$$

ix. loop(m+n+5):

$$V_1 = \left(\left[\sum_{l=1}^{m+n+2} (Z_{Rl} - 2Z_{RFl}) \right] + Z_{F1} \right) I_{(m+n+5)} - Z_m I_{(m+3)} + \sum_{l=1}^{m+n+2} [(-Z_{Rl} + Z_{CRl} - Z_{CF1} + Z_{RF1}) I_{(l+2)}] + V_3 \quad (11)$$

이와 같은 방법을 도입하여 행렬식을 세우면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 55000 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & \cdots & -Z_m & 2 & -1 & 0 \\ 0 & Z_2 & \cdots & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_k & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

이를 행렬과 벡터로 표시하면

$$y = [A] \cdot x \quad (13)$$

일반화된 수식을 이용하면 y 는 $(m+n+8) \times 1$ 벡터로 전철용변압기를 통하여 공급되는 전압이 포함되고, $[A]$ 는 $(m+n+8) \times (m+n+8)$ 행렬로 임피던스 성분 및 어드미턴스 성분이 포함되어 있다. x 는 우리가 구하고자 하는 미지수로 $(m+n+8) \times 1$ 벡터이다.

3. 마디해석법에 의한 상세 전차선로 해석

마디해석법을 적용하기 위해서 모든 전차선로의 상호 임피던스를 다음과 같이 처리하였다. 상호임피던스에 의하여 발생하는 전압강하를 종속전압원으로 표시한 후 다시 그림 3과 같이 종속전류원으로 바꾸어 KCL을 적용하였다.

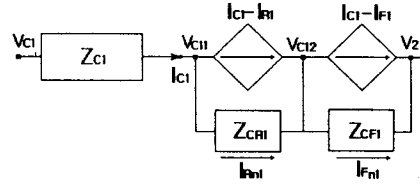


그림 3. 상호임피던스의 표현

각 마디의 전압을 계산하는 방법은 다음과 같다.

$$\frac{V_{C1}}{Z_{CR1}} - \frac{V_{C12}}{Z_{CF1}} - \frac{V_{R1}}{Z_{R1}} + \frac{V_{R11}}{Z_{R1}} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{V_{C12}}{Z_{CF1}} - \frac{V_{C2}}{Z_{CF1}} - \frac{V_{F1}}{Z_{F1}} + \frac{V_{F11}}{Z_{F11}} = 0 \quad (15)$$

첫 번째 단권변압기 구간에 m대, 두 번째 단권변압기 구간에 n대가 있다고 가정하면 마디해석법을 사용할 경우 미지수의 개수는 $(8m+8n+21)$ 개가 된다. 결국 식 (14)와 (15)와 같이 각 마디의 전압을 미지수로 하는 식으로 표현이 가능하므로 다음과 같은 행렬식을 세울 수 있다.

$$\begin{bmatrix} V_s/Z_s \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{(n-1)1} & Y_{n1} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{(n-1)2} & Y_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Y_{(n-1)n-1} & Y_{(n-1)n} & \cdots & Y_{(n-1)(n-1)} & Y_{n(n-1)} \\ Y_{ln} & Y_{2n} & \cdots & Y_{(n-1)n} & Y_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

이를 행렬과 벡터로 표시하면

$$I = [Y] V \quad (17)$$

가 되어 전차선로의 전압을 계산할 수 있다.

4. 사례연구

전차선로를 해석하기 위하여 사용된 임피던스들은 표 1과 같다.

표1. 임피던스의 크기

종류	크기	단위
전원임피던스(Z_s)	2.36+j19.5	(Ω)
단권변압기 내부임피던스(Z_{a1})	0.0287+j0.44912	(Ω)
전차선의 임피던스(Z_C)	0.194+j0.731	(Ω/km)
레일의 임피던스(Z_R)	0.009+j0.467	(Ω/km)
급전선의 임피던스(Z_F)	0.122+j0.587	(Ω/km)
전차선-레일의 임피던스(Z_{CR})	0.053+j0.373	(Ω/km)
전차선-급전선의 임피던스(Z_{CF})	0.051+j0.361	(Ω/km)
레일-급전선의 임피던스(Z_{RF})	0.058+j0.369	(Ω/km)

(한국철도 기술연구원 제공)

전차선로를 정밀하게 해석하기 위하여 단권변압기의 내부임피던스를 적용한 것과 적용하지 않은 결과를 살펴보면 다음과 같다. 전차가 두 대인 경우와 여섯 대인 경우를 실행시켰다. 전차가 두 대인 경우에는 두 번째 단권변압기 구간에 전차가 존재하고, 전차가 여섯 대인 경우는 각 구간에 전차가 세 대가 존재한다.

표 2. 2대 계산 결과 (Zat 고려)

종류	크기	단위
V ₁	27220-j1383.7	[V]
V ₂	27042-j1806.4	[V]
V ₃	26902-2148.9	[V]
I ₁	143.71-j11.673	[A]
I ₂	126.31+j13.502	[A]
I ₃	161.12-j24.697	[A]
I ₄	163.35-j40.845	[A]
I ₅	19.6099+j7.6061	[A]
I ₆	-124.07+j19.262	[A]
I ₇	124.07-j19.262	[A]

표 3. 2대 계산 결과 (Zat 고려안함)

종류	크기	단위
V ₁	27218-j1388.1	[V]
V ₂	27047-j1797.8	[V]
V ₃	26914-j2118.7	[V]
I ₁	143.77-j11.5	[A]
I ₂	123.78+j2.4903	[A]
I ₃	163.75-j25.566	[A]
I ₄	159.27-j3.0563	[A]
I ₅	15.4758+j8.5180	[A]
I ₆	-128.27+j20.019	[A]
I ₇	128.27-j20.019	[A]

표 4. 6대 계산 결과 (Zat 고려)

종류	크기	단위
V ₁	26263-j3971	[V]
V ₂	25725-j4872.8	[V]
V ₃	25608-j5054.8	[V]
I ₁	413.75-j76.228	[A]
I ₂	534.52-j93.871	[A]
I ₃	394.55-j71.937	[A]
I ₄	256.03-j47.448	[A]
I ₅	118.50-j21.477	[A]
I ₆	292.98-j58.586	[A]
I ₇	311.28-j64.751	[A]
I ₈	173.60-j38.376	[A]
I ₉	-38.876-j11.8362	[A]
I ₁₀	-100.19+j15.312	[A]
I ₁₁	100.19-j15.312	[A]

표 5. 6대 계산 결과 (Zat 고려안함)

종류	크기	단위
V ₁	26259-j3932.1	[V]
V ₂	25727-j4813.7	[V]
V ₃	25531-j5158.4	[V]
I ₁	412.65-j77.34	[A]
I ₂	529.21-j92.46	[A]
I ₃	389.28-j70.737	[A]
I ₄	250.76-j46.508	[A]
I ₅	113.23-j20.845	[A]
I ₆	296.09-j62.22	[A]
I ₇	266.98-j42.791	[A]
I ₈	130.27-j15.523	[A]
I ₉	-6.0143+j12.514	[A]
I ₁₀	-142.35+j40.274	[A]
I ₁₁	142.35-j40.274	[A]

두 결과를 살펴보면 두 번째 단권변압기 구간에서 전류의 변화가 크다는 것을 알 수 있다. 결국 단권변압기의 내부임피던스를 고려해야 정확한 값을 산출할 수 있다는 것을 알 수 있다.

다음으로 m=1, n=2인 상태에서 폐로해석법과 마디해석법을 이용하여 회로를 계산하였다. 그림 4는 마디해석법을 적용하기 위한 모델링이다. 미지수의 개수는 45개가 된다. 그 결과는 표 4와 같이 두 방식이 같았다.

표 6. m=1, n=2인 경우의 계산결과

종류	크기	단위
V ₁	27028-j2050.6	[V]
V _{T1}	26767-j2641.8	[V]
V ₂	26764-j2641.3	[V]
V _{T2}	26613-j3016.7	[V]
V _{T3}	26609-j2994.9	[V]
V ₃	26618-j2962.6	[V]

단, T1의 초기위치:9.5[km]
T2의 초기위치:19.5[km]
T3의 초기위치:19.5-10/3[km]

5. 결 론

본 연구에서는 전차선로의 전류, 전압의 분포를 해석하기 위하여 먼저 모델링을 한 후 폐로해석법과 마디해석법을 이용하여 각 값을 구해보았다. 그리고 내부임피던스를 넣은 경우와 생략한 경우의 차이점을 살펴보고 있으며 전차가 여러 대가 투입되는 경우를 고려할 수 있는 일반화된 수식을 통하여 새로운 전차선로해석기법을 제안하였다. 또한 상호임피던스를 해석할 수 있는 새로운 방법을 개발하였다.

향후 연구과제로서는 폐로해석법과 같이 마디해석법의 일반화된 수식을 개발하는 것과 전력방정식을 도입하여 전차선로를 해석하는 일이다. 즉 전동기로 구성되어있는 전차를 정전력부하 개념을 도입하여 제안된 기법의 실용성과 정확도를 제고해야 할 것으로 보인다. 또한 부하모델링을 적용하여 여러 대의 전차를 해석함으로써 제안된 기법의 실용성과 정확도를 제고해야 할 것으로 보인다.

(참 고 문 헌)

- [1] J. D. Glover, A. Kusko, S. M. Peeran, "Train Voltage Analysis for AC Railroad Electrification", IEEE, IASS2:ISA, pp207-216. '82.
- [2] R. J. Hill, I. H. Cevik, "On-Line Simulation of Voltage Regulation in Autotransformer-Fed AC Electric Railroad Traction Networks", IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol.42, No.3, pp.365-372. '93.9
- [3] 이옥화, 홍재승, 김정훈, 오광해, 창상훈, "전차선로의 전류분포분석 프로그램 개발", 한국철도학회 춘계학술대회는 문집, pp.336-343. '99.5
- [4] 홍재승, 오광해, 창상훈, 김발호, 김정훈, "정교한 전차선로의 회로모델링 및 범용성 해석 기법 개발", 한국철도학회 추계학술대회는문집, '99.11.

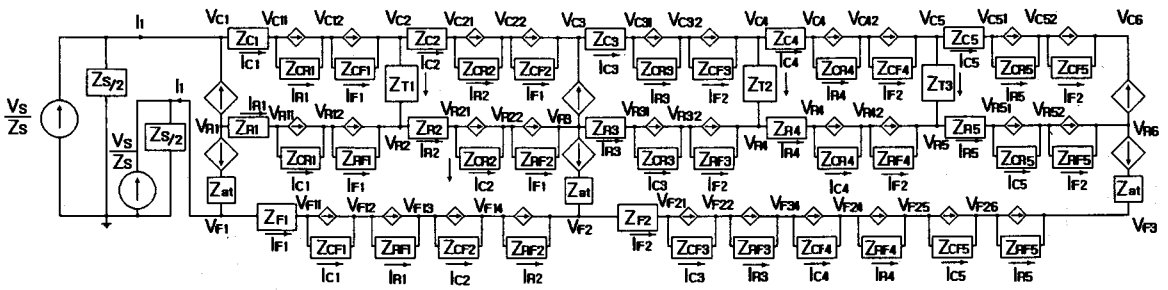


그림 4. m=1, n=2인 경우의 전차선로