



기포-자유표면 상호작용에 대한 수치적 고찰 Numerical Simulation of Bubble-Free Surface Interaction

양찬규, 김현주¹⁾

Chan-Kyu Yang, Hyeon-Ju Kim (KRISO/KORDI)

This paper deals with the numerical simulation of the behavior of single bubble rising near the free surface. Volume fraction of fluid (VOF) method with continuum surface force (CSF) model, the well known method for two phase flow simulation is adopted. A bubble of spherical shape positioned beneath the free surface is assumed at the initial stage. The difference according to the fluid properties of surrounding medium is examined. Simulation results are depicted and explained with the time history of bubble shape, velocity field and vorticity distribution.

1. 서론

관을 통해 액체 중에 공급된 공기는 공기의 유량 및 관의 직경에 따라 크기는 다르지만 기포를 형성하게 된다. 이렇게 형성된 기포는 밀도차이에 의해 상승하게 되고 주위유체와의 밀도차, 기포직경 그리고 표면장력 등의 특성에 따라 형상변화를 경험하기도 하고 결국 자유표면을 만나 깨지게 된다. 기포가 상승할 때 주위 유체는 기포와 함께 상승하는 연직순환류를 형성하게 되고, 자유표면에서는 약간의 수면상승을 야기하지만 대부분이 수평류로 변환되어 사방으로 퍼져나가게 된다.

기포가 상승할 때 기포의 형상을 결정짓는 주요 인자로 이루어진 무차원화 계수는 표면장력과 밀도차에 의한 부력의 비를 나타내는 Eötvös 수와 점성효과를 주로 나타내는 Morton 수이다(1). 무한 유체장 중에서 상승하는 기포의 형태는 Eötvös 수와 Morton 수에 따라 6가지로 나뉘는데 이를 그래프로 표시하면 Fig. 1 과 같다. 보통크기를 갖는 수중의 공기 기포의 경우는 Eötvös 수와 Morton 수가 각각 5와 3×10^{-11} 로서 주기적인 수축·팽창과 불규칙적인 동요를 동반하면서 상승하게 되기 때문에 다른 경우와 같이 독특한 형태를 정하기가 쉽지 않다.

본 연구에서는 Eötvös 수는 10보다 크고 Morton 수는 10^{-4} 보다 큰 범위에서 안정적인 형태를 갖는 기포의 자유표면 아래에서 자유표면 상호작용에 의한 형상변화와 자유표면과 만나 파괴되는 과정에 대해 살펴보기로 하겠다. 이 범위 안에 있는 기포는 통상 무한유체장 내에서 상승하면서 구형이거나 dimple, skirt 또는 spherical cap을 갖게 됨으로 해서 상하 비대칭성을 갖게 된다.

기포의 거동을 수치적으로 계산하기 위해서는 기포의 경계면 즉 공기와 액체의 경계면에서 운동학적·동역학적 경계조건을 만족시켜 주고, 시간이 경과함에 따라서 이 경계면이 흩어지지 않고 공기와 액체의 경계를 확실하게 구분지을 수 있는 알고리즘을 사용하여야 한다. 이상유동의 수치모델로서 Hirt & Nichols(2)는 비압축성 유동이라는 가정하에 Navier-Stokes방정식과 VOF방정식을 SOLA(SOLution Algorithm for transient fluid flows)을 적용해 푸는 SOLA-VOF를 개발했고, Tomiyama 등은 무한유체장에서 기포가 상승하면서 보여주는 Eötvös 수와 Morton 수에 따른 형상변화를 VOF 법을 이용하여 해석하고(3), 수직관속의 기포거동 및 주위 유동장의 변화를 마찬가지로 VOF 법을 이용하여 해석함으로써(4) VOF 법이 기포의 거동을 직접적으로 풀기에 적절함을 보여 주었다.

본 연구에서는 주위 유체의 점성, 표면장력 그리고 주위유체와 기포와의 밀도차가 자유표면과 기포의 상호작용에 어떤 영향을 미치는가를 Eötvös 수와 Morton 의 변화에 대한 수치해석을 통해 무차원계수가 상호작용에 미치는 영향을 살펴보고자 한다.

1) 해양연구소 선박해양공학분소



2. 문제의 정식화

비압축성 및 점성 유체의 비정상상태 거동은 질량보존과 운동량보존을 만족하는 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식에 의해 지배받는다.

$$\nabla \cdot \vec{q} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \vec{q}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{q} \vec{q}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau + \vec{g} + \frac{1}{\rho} \vec{F}_b \tag{2}$$

여기서 ρ 는 유체 밀도, p 는 압력, τ 는 점성응력 텐서, \vec{F}_b 는 body force 그리고 \vec{g} 는 중력가속도이다. 비선형 대류항은 보존형 (conservative form)으로 쓰여졌으며, 점성응력텐서 τ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tau = 2\mu S, \quad S = \frac{1}{2}[(\nabla \vec{q}) + (\nabla \vec{q})^T] \tag{3}$$

여기서 S 는 변형률(rate of strain) 텐서이고 μ 는 유체의 동점성계수이다.

점성유동의 벽경계조건은 식(4-a)와 같은 no-slip 조건과 식(4-b)와 같은 slip 조건을 적용할 수 있다.

$$\vec{q} = 0 \tag{4-a}$$

$$\hat{n}_{wall} \cdot \vec{q} = 0 \tag{4-b}$$

여기서 \hat{n}_{wall} 은 벽에 수직인 단위 법선벡터이다. 자유표면경계에서의 압력경계조건을 텐서형으로 정확하게 기술하면 다음과 같다.

$$(p_V - p + \sigma x) \hat{n}_i = (\delta_{ik} - \hat{n}_i \hat{n}_k) \frac{\partial \sigma}{\partial x_k} - \tau_{ik} \hat{n}_k \tag{5}$$

여기서 σ 는 유체의 표면장력계수이고 p_V 는 증기압, \hat{n}_i 는 자유표면의 단위법선벡터, x 는 국부적인 자유표면의 곡률이다. 2차원 문제에 있어서는 식(4)를 단위법선벡터(\hat{n})와 단위접선벡터(\hat{i})에 각각 투영하면 두 개의 스칼라(scalar) 경계조건이 얻어지는데 법선방향에 대해서는 식(6-a)와 같은 압력경계조건이 얻어지고, 접선방향에 대해서는 식(6-b)와 같은 속도 경계조건이 얻어진다.

$$p_V - p + \sigma x = -2\mu n_k \frac{\partial u_k}{\partial n} \tag{6-a}$$

$$\mu \left(\hat{i}_i \frac{\partial u_i}{\partial n} + n_k \frac{\partial u_k}{\partial s} \right) = \frac{\partial \sigma}{\partial s} \tag{6-b}$$

여기서 $\partial/\partial s = \hat{i} \cdot \nabla$ 는 접선방향 미분이고, $\partial/\partial n = \hat{n} \cdot \nabla$ 은 법선방향 미분이다. 식(5-a)에서 점성의 효과를 무시하고 표면장력계수를 상수로 하면 다음과 같은 Laplace formula를 얻을 수 있다.

$$p_s \equiv p - p_V = \sigma x \tag{7}$$

여기서 p_s 는 표면 압력으로서, 유체 경계면을 통해 표면장력이 야기한 압력 점프 (pressure jump)이다. 연속표면력 (Continuum Surface Force) 모델을 적용하여 표면장력은 다음 식을 만족하는 체적력 \vec{F}_{csf} 으로 정식화 될 수 있다.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \vec{F}_{csf}(\vec{x}) d^3x = \int_{\Delta S} \vec{F}_{csf}(\vec{x}_s) dS \tag{8}$$

여기서 \vec{x}_s 는 표면위의 점이고 $\vec{F}_{csf}(\vec{x})$ 는 단위경계면당 작용하는 표면장력을 의미하며 다음 식과 같다.

$$\vec{F}_{csf}(\vec{x}_s) = \alpha(\vec{x}_s) \hat{n}(\vec{x}_s) \tag{9}$$

그리고, h 는 Δx 의 간격을 갖는 계산격자에 대응하는 길이이다. 면적분은 체적분이 행해진 미소체적 ΔV 의 내부에 속한 미소면적 ΔS 에 대해 행해지는 적분이다.

식(9)와 같이 표면력을 체적력으로 근사하기 위해 액체와 기체의 경계에 위치한 메쉬 즉 $\alpha(h)$ 의 거리 안에서는 체적유량이 0에서 1까지 연속적으로 변한다는 연속표면력 (CSF)의 가정을 덧붙일 필요가 있다. CSF 모델에 따르면 자유표면을 포함하는 메쉬에서의 체적력은 다음 식과 같이 모델링할 수 있다.

$$F_{csf}(\vec{x}) = \sigma x(\vec{x}) \frac{\nabla \cdot \vec{c}(\vec{x})}{[c]} \tag{10}$$



여기서 \hat{c} 는 유체 색(fluid color)이고 $[c]$ 는 색 점프(jump in color)이며, $\hat{c} = F$ 인 경우 $[c] = 1$ 이 된다.

기포의 형상과 주위의 유동장은 축대칭성을 가지고 있으므로 축대칭 원통좌표계(axisymmetric cylindrical coordinate system; r, z)에 대해 식(1)과 식(2)를 전개하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u}{r} = 0 \quad (11-a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) + \frac{1}{\rho} F_{vr} \quad (11-b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right) - g + \frac{1}{\rho} F_{vz} \quad (11-c)$$

여기서 u 와 v 는 r 과 z 방향 속도성분이고 p 는 압력, g 는 중력가속도 ν 는 주위유체의 동점성계수 그리고 t 는 시간을 의미한다. F_{vr} 와 F_{vz} 는 r 과 z 방향의 표면장력에 관한 항으로서 식(10)의 각 방향 성분들이 대입된다. 또한 밀도 ρ 는 다음 식과 같이 각각의 계산제어체적(셀; cell)에 대해 액체가 차지하는 체적의 비를 나타내는 용적함수 F 라는 함수에 의해 계산되어진다.

$$\rho = (1 - F)\rho_G + F\rho_L \quad (12)$$

여기서 하점자 G 와 L 는 각각 기체와 액체의 상을 나타낸다. F 는 액체로 차있는 제어체적에 대해서는 1을 기체로 차있는 제어체적에 대해서는 0을 액체와 기체의 경계로서 기체와 액체가 섞여있는 제어체적에 대해서는 0과 1 사이의 값을 갖는 용적함수이다. 용적함수 F 의 이송방정식은 F 의 시간에 대한 전체 미분이 0 으로서 고정되어야 한다는 자유표면의 운동학적 경계조건에 의해 구해지고, F 가 유체와 함께 움직이게 되므로 Eulerian description에 의해 기술되게 된다.

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ruF) + \frac{\partial}{\partial z}(vF) = 0 \quad (13)$$

3. 이산화 및 수치계산 방법

지배방정식을 Fig. 3에 보인 바와 같은 비균일 직교격자계에서 엇갈린 변수 배열을 이용하여 유한차분화 하였다. 앞으로 편의상 좌표계(r, z)를 Fig. 3과 같이 (x, y)로 바꾸어 표기하기로 하자. 즉, 스칼라량은 각 셀의 기하학적 중심에 위치하고 속도 벡터의 u -성분은 셀의 좌측과 우측 면의 중심, v -성분은 셀의 윗 쪽과 아랫면의 중심에 배치시켜 차분식의 정도를 높여 줌으로써 "checker board pattern"을 피하도록 하였다.

운동량 방정식은 시간에 대해서 다음과 같이 양해법을 적용하였으며,

$$\frac{\vec{q}^{n+1} - \vec{q}^n}{\delta t} = -\nabla \cdot (\vec{q} \vec{q})^n - \frac{1}{\rho^n} \nabla p^{n+1} + \frac{1}{\rho^n} \nabla \cdot \tau^n + \vec{g}^n + \frac{1}{\rho^n} \vec{F}_b^n \quad (14)$$

해의 정도를 높이기 위해 two-step projection 방법을 적용하였다.

$$\frac{\vec{q} - \vec{q}^n}{\delta t} = -\nabla \cdot (\vec{q} \vec{q})^n + \frac{1}{\rho^n} \nabla \cdot \tau^n + \vec{g}^n + \frac{1}{\rho^n} \vec{F}_b^n \quad (15-a)$$

$$\frac{\vec{q}^{n+1} - \vec{q}}{\delta t} = -\frac{1}{\rho^n} \nabla p^{n+1} \quad (15-b)$$

$$\nabla \cdot \vec{q}^{n+1} = 0 \quad (15-c)$$

첫 번째 단계에서 \vec{q} 가 \vec{q}^n 으로부터 구해지고 두 번째 단계에서 속도장이 zero-divergence 벡터장에 투영되게 되는데, 결국 식(15-b)와 식(15-c)가 합쳐져서 다음과 같은 압력 포아송 방정식(Pressure Poisson Equation)이 얻어진다.



$$\nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho^n} \nabla p^{n+1} \right] = \frac{\nabla \cdot \vec{q}}{\delta t} \quad (16)$$

자유표면을 포함하는 셀에서의 압력보정은 식 (16)을 사용하여 구하게 되지만 자유표면을 포함하는 셀의 경우 압력 $p_{i,j}$ 는 다음과 같이 보간된다.

$$p_{i,j} = (1 - \eta)p_N + \eta p_s \quad (17)$$

여기서 $\eta = d_c/d$ 로서 보간하려는 셀의 중심간 거리 (d_c)와 자유표면 아래 셀의 중심까지의 거리 (d)의 비를 나타낸다(Fig. 4).

식(13)의 VOF 이송방정식에서 대류항은 자유표면을 재생성하면서 얻어지는데, 자유표면 재생성법에는 SLIC(Simple Line Interface Calculation) 알고리즘(7), Hirt-Nichols(H-N) 알고리즘(2) 그리고 Youngs 알고리즘이 일반적으로 사용되고 있다. H-N 알고리즘은 각각의 표면셀에서의 자유표면이 수평 또는 수직으로 재생성되기 때문에 항상 유동방향에 수직으로 자유표면이 재생성되는 SLIC알고리즘에 비해서는 정확하지만, 재생성된 자유표면의 경사가 0 이외의 다른 값을 가질 수 있는 Youngs 알고리즘 보다는 부정확한 반면 수식의 전개 및 적용이 간단하므로 H-N알고리즘을 적용하였다.

F는 유체와 함께 움직이는 함수이며, 유한차분법에서 F는 계단함수(step function)로 계산되지만 자유표면을 추적하는데 F의 도함수 계산이 필요하게 되므로, 이 때 나타나는 계산상의 불연속성을 보완하기 위하여 유량경계의 상류뿐만 아니라 하류의 F 값을 사용하게 된다. 이러한 방법을 Donor-Acceptor 방법이라 한다.

4. 기포-자유표면의 상호작용

무한 유체장에서는 기포의 형상 및 상승속도가 유체장의 점성 및 표면장력 그리고 기포와의 밀도차에 의해 지배되고, 이러한 실험 결과를 토대로 하여 Grace 등(8)은 세가지 특성치들로 무차원화된 세 개의 무차원 파라메타에 의해 지배되는 기포의 형상을 Fig. 1과 같은 그래프로 정리하였다. 그 세 개의 파라메타는 앞서 언급한 바와 같이 Eötvös 수 (E_o), Morton 수 (M) 그리고 기포 레이놀즈 수 (R_e) 이고 그 정의는 다음과 같다.

$$E_o = g(\rho_L - \rho_G)d^2/\sigma \quad (18)$$

$$M = g\mu_L^4(\rho_L - \rho_G)/(\rho_L^2\sigma^3) \quad (19)$$

$$R_e = \rho_L V_i d / \mu_L \quad (20)$$

여기서 d 는 기포의 지름을, μ_L 는 주위 유체의 점성계수 그리고 V_i 는 기포의 상승에 대한 임계속도를 의미한다.

이러한 무차원 계수들은 무한 유체장에서 상승하는 기포에 대해 유도되었지만, 상승하다가 자유표면을 만나는 기포의 거동에도 지배적인 파라메타이기도 하다. 그러므로 본 연구에서는 이 세 가지 파라메타가 자유표면과 기포의 상호작용에 미치는 영향을 살펴보기 위해 Table 1과 같은 세 가지 경우에 대해 수치해석을 수행하였다. 첫 번째 경우는 다른 두 가지 경우보다 E_o 가 제일 큰 경우로서 밀도차에 의한 부력이 상당히 큰 경우이고, 세 번째 경우는 두 번째 경우보다 점성만 약 10배 가 큰 경우로서 Morton 수가 세 가지 경우 중 제일 크다. 이 세 가지 경우에 대한 해석만으로도 점성과 부력이 자유표면과 기포의 상호작용에 미치는 영향을 정성적으로 해석 가능하다 할 것이다.

계산을 수행하기 위한 격자생성과 초기 기포 및 자유표면의 형상 그리고 경계조건에 대한 설명이 Fig. 5에 보여지고 있다. z 방향은 아래에서 위로 향하고 r 방향은 왼쪽에서 오른쪽으로 향하는 방향이며, 격자는 각각 38개 그리고 67개 사용하였다. 좌측 경계면은 대칭축이므로 대칭경계조건을 부여하고 우측벽면과 아랫쪽 벽면은 각각 slip 과 non slip 경계조건을 부여하였다. 초기 기포의 위치는 자유표면으로부터



기포의 윗쪽 nose 까지의 거리가 기포의 직경과 같도록 하여 자유표면 아랫쪽에 두었다.

Fig. 6에서 Fig. 9까지 세가지 경우에 대한 계산 결과를 $t=0.5 \text{ sec}$, $t=1 \text{ sec}$, $t=1.5 \text{ sec}$ 그리고 마지막으로 기포가 깨지는 순간의 기포형상과 자유표면 형상 그리고 속도장의 변화를 살펴보았다. 시간이 지남에 따라 기포는 상승하고 자유표면은 기포의 영향을 받아서 변형하게 된다. 기포의 하단부 꼬리에는 ring vortex가 형성되고 이 영향에 의해 아랫면은 오목해지고 윗면은 볼록면이 더욱 뾰족해 지게 된다. 일반적으로 점성이 다른 특성에 비해 크면 기포 윗면의 곡률이 감소하게 된다. 반면에 밀도차가 커서 부력이 커지면 윗면의 곡률이 증가해서 뾰족해 지게 된다. Fig. 7에서 $t=1 \text{ sec}$ 후의 계산결과를 보면 밀도차가 가장 큰 case 1이 다른 경우들 보다 기포 윗면이 가장 뾰족하게 변형되었고, 주위 유체의 점성의 효과가 가장 크게 나타나는 case 3의 경우는 윗면이 아주 편평하게 변해 버렸다. $t=1.5 \text{ sec}$ 일 때 (Fig. 8)를 보면, case 1은 꼬리쪽에 Skirt가 생겨서 떨어져 나가려는 순간이고 case 2는 dimple이 형성되었다. case 3은 다른 것에 비해 변형이 그리 크게 나타나지 않고 주위 유체장도 기포의 영향을 그리 크게 받지 않는다.

기포가 깨지는 속도 또한 case 1이 가장 빠르고 case 2, case 3의 순서로 진행된다. 기포가 깨지는 형태도 case에 따라 약간씩 다르다. 즉, case 1은 뾰족해진 기포 윗면의 중앙부가 자유표면을 좌우로 벌리면서 깨지고, case 2는 기포의 윗면 전체가 얇아져서 불안정해짐으로 해서 윗면이 전체적으로 불안정해져서 기포가 깨진다. 반면에 case 3은 초기에 교란되었던 주위 유체장이 다시 안정화 되어가면서 $t=4.9$ 초 후에 도 기포가 안정된 상태로 깨지지 않고 유지된다.

Fig. 10에서는 기포의 거동을 정량적으로 해석하기 위하여 기포 주위의 vorticity 분포를 시간에 따라 그려 보았다. 우선 기포의 윗면과 꼬리 쪽에 강한 와류가 형성됨을 알 수 있다. 특히 기포 윗면의 와류성분은 기포의 경계면에 불안정성을 야기하여 형상변화를 유발하기도 한다. 또한 꼬리부분의 와류성분은 skirt가 형성되는데 기여하는 것으로 보여 지고, skirt가 형성 된 후 계속 강해져 skirt 부분을 bubble로부터 분리해 내는 것으로 생각된다.

Table 1 Cases of Examination

| Case | E_o | $\log M$ | O(Re) |
|------|-------|----------|-------|
| 1 | 10000 | -3.4 | 1000 |
| 2 | 300 | 2.5 | 10 |
| 3 | 300 | 5.5 | 0.1 |

5. 결 론

자유표면과 기포의 상호작용에 대한 수치해석을 수행하였다. 기포의 확대칭성을 이용하여 확대칭 원통 좌표계상에서 전개된 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식 그리고 VOF의 이송방정식을 SOLA-VOF를 이용하여 풀었고, 표면장력의 산정에는 CSF 모델을 이용하였다. 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

- 1) VOF 법이 기포와 자유표면의 상호작용의 모사에 적합하게 쓰일 수 있고, 특히 기포가 깨진 후에도 발산하지 않고 안정적인 해를 볼 수 있었다.
- 2) 기포가 자유표면과 만나서 깨지는 메카니즘은 주위 유체의 점성, 표면장력 그리고 밀도차에 의한 부력에 의해 강한 영향을 갖고 이 세가지 특성으로 무차원화된 Eötvös 수와 Morton 수가 중요한 무차원 변수가 된다.
- 3) 부력은 기포 윗면의 상승을 가속시켜 윗면의 곡률을 증가시키는 반면 주위 유체의 점성은 이를 억제하는 효과를 갖는다. 따라서 점성이 큰 유체장 속의 기포는 기포 윗면이 보다 편평해져서 보다 안정적인 상태가 된다.
- 4) 기포의 윗면과 꼬리 부분에 강한 와류가 형성되고, 특히 윗면의 와류성분이 기포의 경계면을 불안정하게 한다. 또한 꼬리부분의 와류성분은 skirt의 생성에 큰 영향을 작용하게 된다.

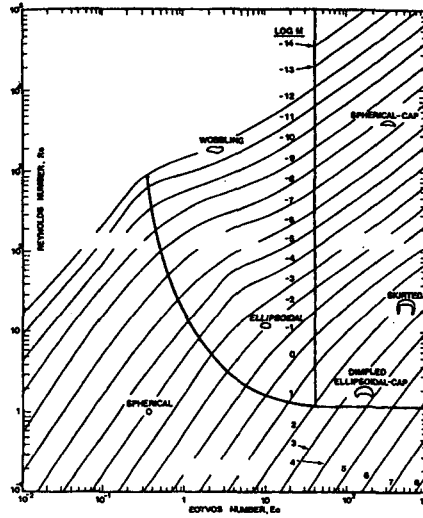


Fig.1 Bubble Shape Regimes in Liquids

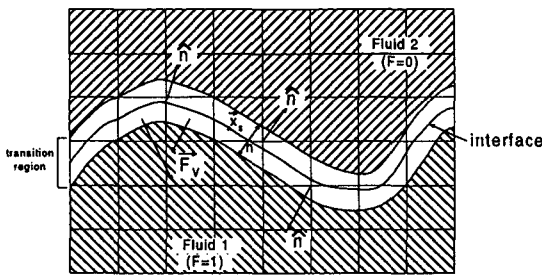


Fig.2 Contours of the VOF Separating Fluids with $F=0$ and 1

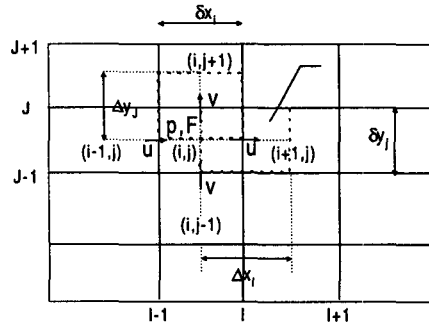


Fig.3 Staggered Variable Arrangement on Nonuniform Rectangular Mesh

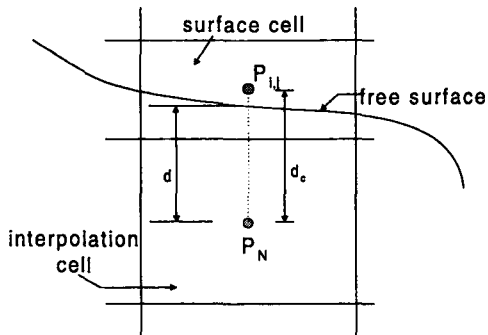


Fig.4 Definition Sketch of Quantities for Free Surface Pressure Boundary Condition

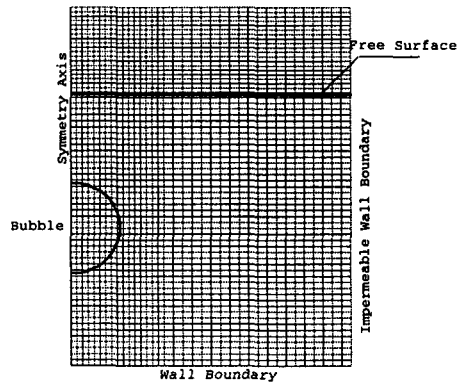
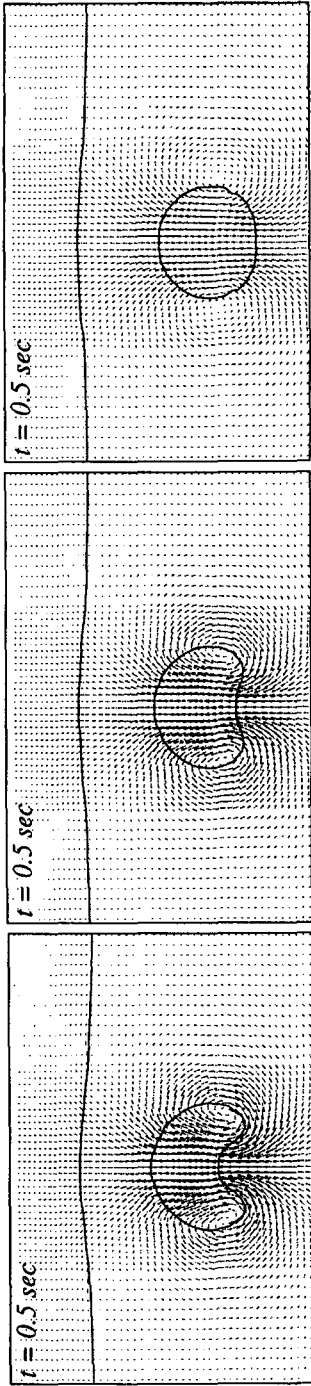


Fig.5 Mesh Geometry and Initial Setting of Problem

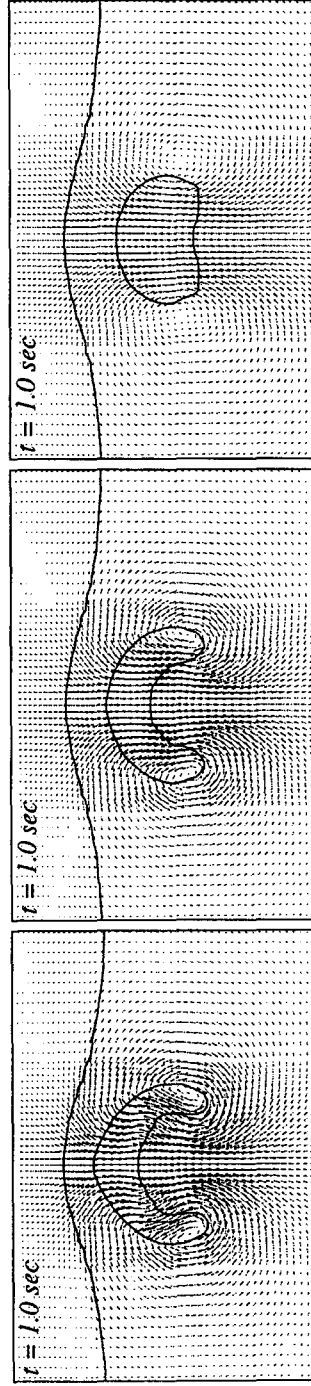


(a) case 1

(b) case 2

(c) case 3

Fig.6 Instantaneous Velocity Field around Bubbles at $t=0.5\text{sec}$

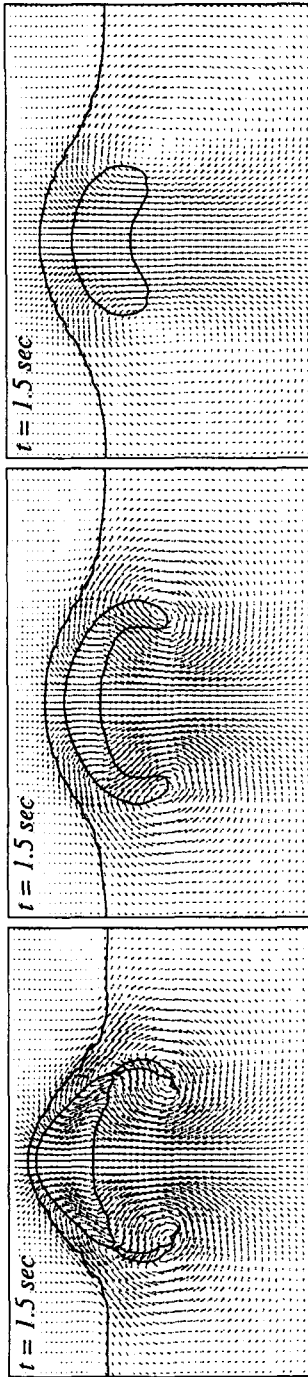


(a) case 1

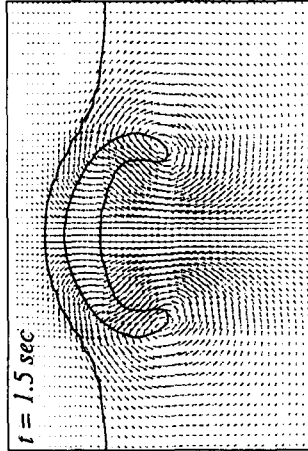
(b) case 2

(c) case 3

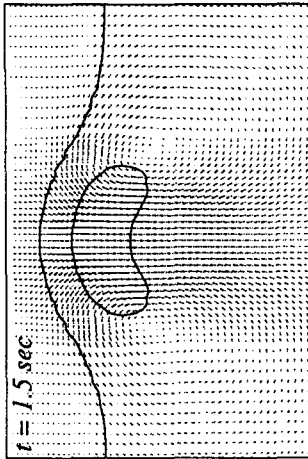
Fig.7 Instantaneous Velocity Field around Bubbles at $t=1.0\text{sec}$



(a) case 1

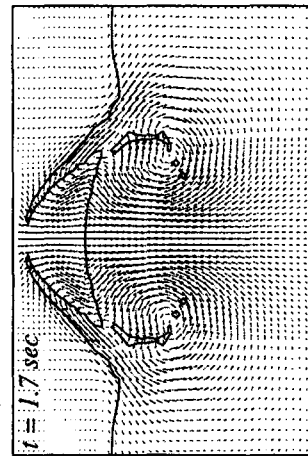


(b) case 2

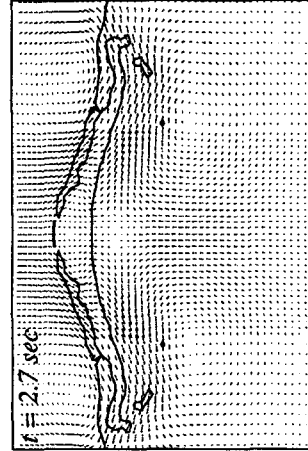


(c) case 3

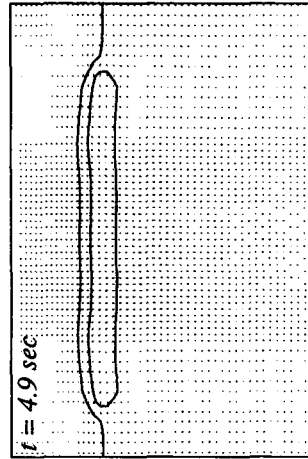
Fig.8 Instantaneous Velocity Field around Bubbles at t=1.5sec



(a) case 1



(b) case 2



(c) case 3

Fig.9 Instantaneous Velocity Field around Bubbles at the Final Time Step

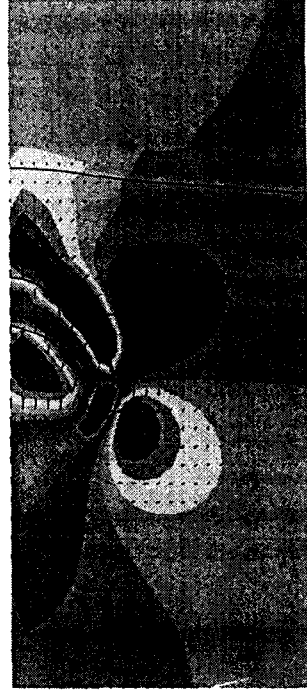
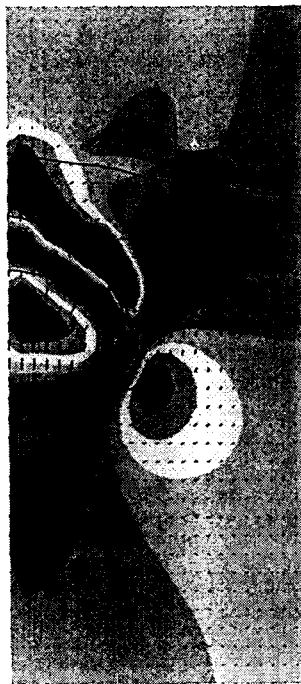
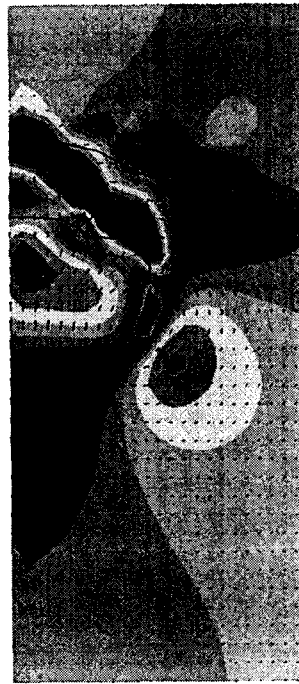
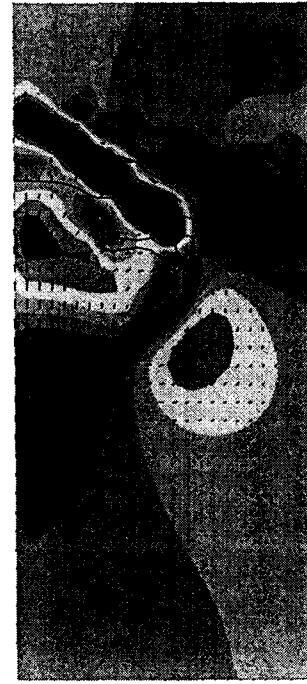
(a) $t=0.5\text{sec}$ (b) $t=1.0\text{sec}$ (c) $t=1.5\text{sec}$ (d) $t=2.0\text{sec}$ (e) $t=2.5\text{sec}$ (f) $t=3.0\text{sec}$

Fig.10 An Exemplified Vorticity Distribution around a Bubble



참고문헌

- [1]Clift, R. and Grace, J.R. and Weber, M.E. (1978), *Bubbles, Drops and Particles*, Academic Press.
- [2]Hirt, C.W., and Nichols, B.D. (1981),"Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries", *Journal of Computational Physics*, Vol. 39, pp.201-225.
- [3]Tomiyama, A., Sou, A. and Sakaguchi, T. (1993),"Numerical Analysis of a Single Bubble by VOF Method", *International Journal of JSME, Series B*, Vol.36, No. 1, pp.51-56.
- [4]Tomiyama, A., Sou, A. and Sakaguchi, T. (1994),"Numerical Simulation of a Taylor Eubble in a Stagnant Liquid", *Numerical Methods in Multiphase Flows ASME, FED-Vol.185*, pp.269-276.
- [5]Brackbill, J.U., Kothe, D.B. and Zemach, C. (1992), "A continuum Method for Modeling Surface Tension", *Journal of Computational Physics*, Vol. 100, No.2, pp.335-354.
- [6]Hirt, C.W., Nichols, B.D., Romero, N.C.,(1975),"SOLA-A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows", *Los Alamos Scientific Laboratory, LA-5352*.
- [7]Noh, W.F. and Woodward, P.,(1976),"The SLIC(Simple Line Interface Calculationn) Method",*Lawrence Livermore Laboratory Report UCRL-52111*.
- [8]Grace, J.R. (1973),"Shapes and Velocities of Bubbles rising in Infinite Liquids", *Trans. Instrn. Chem. Engrs.*, vol. 51, pp.116-121.