



초음속 불안전 팽창 난류 제트 유동에 관한 수치적 연구

Numerical Analysis for Under- or Over- Expanded Supersonic Turbulence Jet Flow

김 재 수 (조선대학교, 우주항공공학과)

Jae-Soo Kim

Numerical Analysis has been done for the supersonic off-design jet flow due to the pressure difference between the jet and the ambient fluid. The difference of pressure generates an oblique shock or an expansion wave at the nozzle exit. The waves reflect repeatedly at the center axis and on the sonic surface in the shear layer, and the pressure difference is resolved across these waves interacted with the turbulence mixing layer. In this paper, the axi-symmetric Navier-Stokes equation has been used with two equation $k-\varepsilon$ turbulence closure model. The second order TVD scheme with flux limiters, based on the flux vector split by the smooth eigenvalue split, has been used to capture internal shocks and other discontinuities. The correction term for the compressible flow and the damping function are used in the turbulence model. Numerical calculations have been done to analyze the off-design jet flow due to the pressure difference. The variation of pressure along the flow axis is compared with an experimental result and other numerical result. The characteristics of the interaction between the shock cell and the turbulence mixing layer have been analyzed.

1. 서 론

제트혼합유동에 대한 연구는 비행중에 나타나 는 과대팽창 및 과소팽창에 의한 제트추진 효율, 비행체 후방의 외부유동장과 구조물에 미치는 영향, 제트유동에 의한 공력소음 등과 관련하여 연구가 수행되어 왔다. [1,2] 이러한 제트 플룸유동 분석은 주위유동장과의 간섭 및 공력소음에 대한 연구의 기본자료로 사용되기 위해서 [3], 난류특성을 포함하는 분석이 수행되어야

함에 따라, $k-\varepsilon$ 난류모델을 사용하는 유동 분석이 폭넓게 사용되고 있다. [4]

초음속 제트유동의 주요특성은, 첫째 노즐출구 유동과 주위 유동 사이의 열역학적 성질 차로 인해 발생하는 팽창파 또는 충격파에 의한 비점성적 특성과 둘째 주위유동과 제트유동사이에 발생하는 난류 혼합층으로 특성지어진다. 출구에서 발생하는 팽창파 또는 충격파는 중심축과 전단층의 음속면에서 반복적으로 반사되어 충격파 셀을 형성하고, 이셀은 난류 혼합층과의

간섭에 의해 그 강도가 약화되면서 아음속 유동으로 천이된다. 따라서, 수치분석 방법에 있어서도 불연속면을 적합히 포착할 수 있고, 난류유동을 포함하는 분석방법이 사용되어야 한다.

초음속 제트유동에 대한 대부분의 초기 연구는 유동축을 따른 압력변화가 매우 작다는 가정에 의해 간략화된 Navier-Stokes 식을 사용하였다. 이러한 접근에 의한 해석과 수치 계산은 성공적으로 제트엔진, 로켓엔진, 공력소음등 많은 문제에 적용되어 왔다. [8] 그러나 이러한 가정은 노즐 출구와 주위유동간의 압력차에 의해 주된 유동특성이 결정되는 초음속 불완전 팽창 제트 유동에는 부적합하다. 이에 대한 연구들은 Tam등[9]이 불완전 팽창 제트유동의 구조를 이해하기 위해서 충격파 셀 구조를 근사전개법에 의한 선형해를 구하여 분석하였다. Abdo-Hamid & Wilmoth[8]는 충격파 셀 구조와 외부유동과의 난류 혼합을 분석하고, 이로인해 충격파 셀이 약화되는 과정을 약한 과소팽창 제트에 대해서 분석하였다. 최근에 Thies & Tam[4]는 수치 모사에 의해서 완전히 새로운 난류계수들을 제안하였다.

Pao & Abdol-Hamid[10]는 3차원 Navier-Stokes 코드 PAB3D를 이용하여 아음속과 초음속 유동에 대하여 통합된 방법을 제공하였다.

본 논문에서는 노즐 출구와 주위유동 사이의 압력 차에 의한 과대 또는 과소팽창 제트로 인한 유동의 특성을 분석하는 것으로, 지배방정식은 축대칭 Navier-Stokes 방정식을 사용하고, 난류유동 계산을 위해 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였다. 난류모델에 사용된 상수는 기본적으로 표준 상수에 Sakar의 압축성 유동에 대한 보정을 하고, 고체벽면에서 난류점성을 맞추기 위하여 도입되는 감쇄함수[11]와 같은 성격의 감쇄함수를 전단층에 도입하였다. 수치방법은 충격파 등의 불연속면을 포착할 수 있는 고유치 분리에 의한 유량벡터 분리법을 사용하고, 공간에 대한 정밀도를 높이기 위해 유량한계 계수를 이용한 TVD 방법을 사용하였다. [12] 수치계산은 마하수

2.0에 대해서 수행하였고, 마하디스크가 발생하는 마하수 1.5에서 과소팽창된 $p_j/p_{free}=3.15$ 에 대해서 계산하였다. 계산의 유동 축방향의 압력 변화를 타 계산치 및 실험치와 비교 분석하였으며, 충격파와 팽창파가 반복 반사되면서 형성한 충격파 셀의 특성을 분석하였다.

2. 지배 방정식 및 수치 방법

일반좌표에서 무차원화된 축대칭

Navier-Stokes 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta} + \bar{H} \\ = \frac{\partial \bar{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}_v}{\partial \eta} + \bar{H}_v \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 사용되는 부호는 참고문헌[13]와 같다.

축대칭 유동에 대한 $k-\epsilon$ 난류모델 방정식은 Jones-Lauder[14]의 모델식에 Sarkar의 보정항을 추가하여 축대칭 모델로 변형하였다. 난류운동에너지 k 와 난류운동에너지 소멸을 ϵ 은 출구의 제트 속도와 직경에 의해 무차원화시켜 Navier-Stokes 식과 같은 보존형태로 일반좌표에 대해 쓸 수 있으며, 이 때 Navier-Stokes 식의 각 유량벡터들에 대응하는 난류 모델식의 유량벡터를 구하여 사용한다.

난류 마하수 $M_T = \sqrt{k}/a_{sonic}$ 와 계수 α 에 의해 압축성 보정계수 $\Gamma = \alpha M_T^2$ 를 사용하고, 난류점성 계수의 상수 C_μ 는 벽면경계 난류유동에서 벽면에서 난류점성을 0 으로 하기 위하여 감쇄함수를 사용하는 것과 같은 효과를 주기 위하여[11], 감쇄함수 f_μ 를 다음과 같이 도입하여 주위정지유동과 혼합되는 영역에서 난류점성계수의 감쇄효과가 발생하도록 하였다.

$$C_\mu = 0.09 f_\mu \quad (2)$$

$$f_\mu = 1 - f_0 \exp(-\max(n^+, 0)/A^+) \quad (3)$$



여기에서 n^+ 는 전단층의 중심에서 중심축 방향으로의 거리 n 과 중심면에서 물성치에 의해서 $n^+ = n(\rho_s \tau_s)^{0.5} / \mu_s$ 로 표현된다. 사용 되는 상수들은 많은 수치계산을 거쳐 격자계에 둔감하고, 실험치의 특성에 근접한해를 주는 계수로 $f_0 = 0.5$ 와 $A^+ = 100$ 을 사용하였다.

시간에 따른 유량벡터의 증분량을 이용하여 대류항에 대해서는 내재적방법을 사용하고, 점성항에 대해서는 외재적 방법을 사용하였다. 공간에 대한 이산화는 점성항에 대해서는 중앙 차분법을 사용하고, 대류항에 대해서는 충격파 등의 불연속면을 포착할수 있도록 고유치분리에 의한 유량벡터 분리와 Van Leer의 유량한계 계수를 사용한 TVD 방법을 사용하였다. 점성항의 중앙차분 분리로 아음속과 초음속 간의 정보교환이 이루어 지나, 초음속 제트 유동의 주 구조가 비점성 특성인 충격파와 팽창파의 반사에 의해 이루어 짐으로 인하여 점성항 만으로는 충분한 정보교환이 이루어지지 않는다. 이러한 불안정성을 방지하기 위하여 고유치 분리 매개함수를 사용하였다.[12] 시간에 따른 계산은 인수분해 형태를 거쳐 계산한다.

난류 모델에 대한 계산은 Navier-Stokes 방정식의 계산과정과 같으며, Navier-Stokes 식과 난류식을 반복하여 계산하였다.

노즐 출구에서 초기조건은 속도와 압력차를 4-5개의 격자계를 거쳐 분포시켜 출구에서 벽면 조건을 근사시켰다. 반경방향의 밀도 변화는 없이 일정하게 주었다. 자유유동에서 경계조건은 u 와 ρ 는 고정된 값을 사용하고, v 와 p 에 대해서는 교란 전개법에 의한 식을 사용한 다.[4]

난류 운동에너지와 소산율에 대한 조건은 중심축에서 대칭조건을 사용하고, 출구에서는 외삽법을 사용하며, 자유유동에서는 0를 준다. 제트 출구의 초기조건은 몇 개의 격자계에서 층류 유동으로 계산하고, 난류조건을 적용하는 면에서 유동속도 분포로부터 와류분포를 계산하고,

난류운동에너지 최대값이 0.01이고 분포형상이 와류분포와 같도록 초기조건을 준다. 소산율에 대한조건은 생성율 \bar{P} 와 소산율 ϵ 이 같다는 조건으로부터 구한다.[10]

격자계의 구성은 301 X 81 개로 제트 유동 내부에 31 개 외부에 50개를 분포시켰다.

3. 결과 및 토의

계산결과와 타 실험치 및 계산치와 비교하기 위하여 노즐출구에서 팽창파가 발생하는 마하수 2.0 이고, $p_j/p_{free} = 1.445$ 인 과소팽창 유동에 대해서 계산하였다. 수치계산은 먼저 층류 유동에 관한 수렴해를 구한 후에 이 결과를 초기 조건으로 하여 난류유동 해를 구하였으며, 잔여치의 수렴과정은 Fig.1과 같고, 출구마하수 및 압력비에 따라 변화는 있으나 전체적인 수렴 과정은 Fig. 1과 같다.

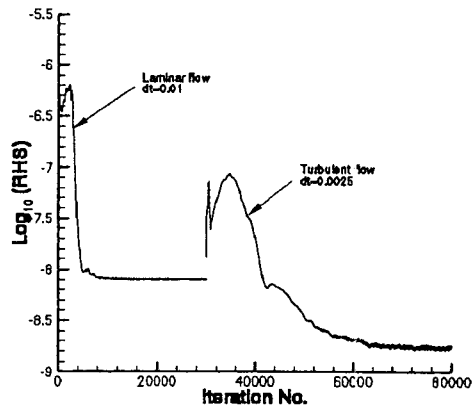


Fig.1 Convergence history

중심축을 따른 압력변화 계산결과를 타 계산치[10] 및 실험치[15]와 Fig.2에 비교하였다. 계산 결과는 압축과정 및 최대압력 값은 실험치와 매우 일치하고, 팽창과정 및 최저압력값에는 오차가 있다. 층류유동과 난류유동을 비교하면,

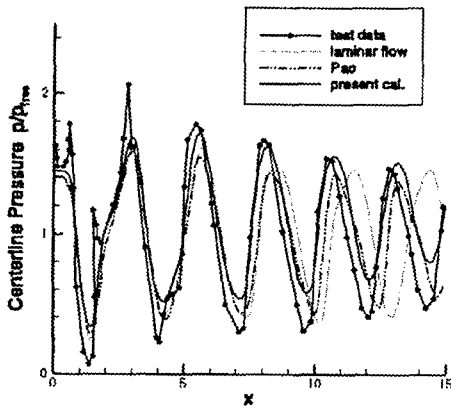


Fig. 2 Pressure distribution

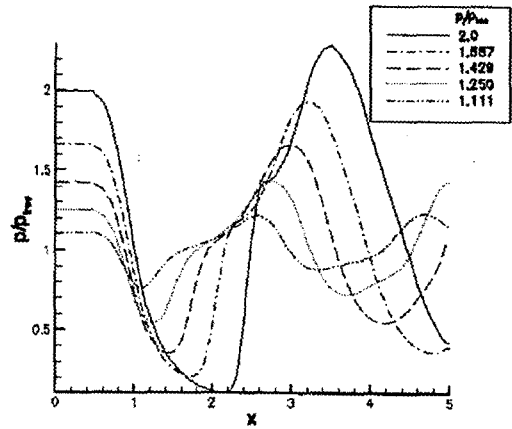


Fig. 5 Pressure Distributions

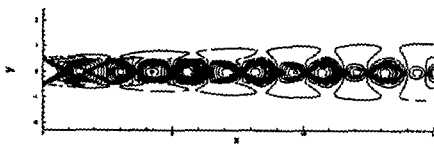


Fig. 3 Pressure contour

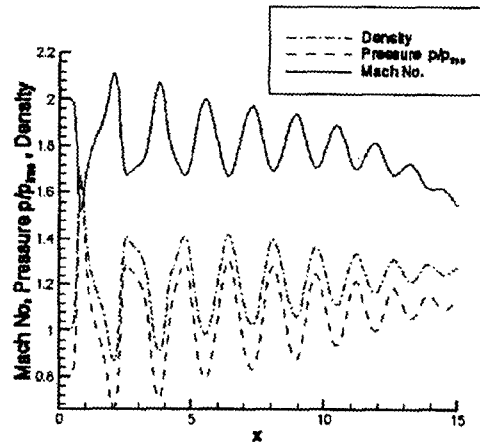


Fig. 6 Pressure, density and Mach number distributions

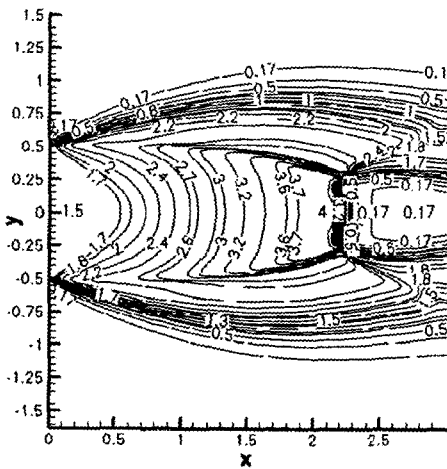


Fig. 4 Mach number contour

하류로 갈수록 난류혼합층의 영향에 의해 충격파 셀의 강도가 급속히 감소하고, 그 주기가 짧아지는 것을 알 수 있다. Pao[10]의 계산치와 비교하면 압축과정은 본계산치가 우수하며, 팽창과정은 서로 근접하나, 최저압력치는 Pao의 계산이 우수하다. Fig.3에는 등압력선을 그렸다. 그림으로부터 노즐출구에서 압력차에 의해 발생한 팽창파는 중심축과 전단층에서 반사가 일어나면서 반복되는 충격파셀을 이루면서 압력차를 해소해 가는 것을 알 수 있다. Fig.4에

는 마하수 1.5, $d_j/d_{free} \approx 3.15$ 인 경우의 등마하수선도로 마하디스크의 발생을 볼 수 있다. 제트출구와 주위압력간의 압력비 변화에 따른 과소팽창의 특성을 보기위해 Fig.5 에 압력비 변화에 대한 중심축을 따른 압력변화를 그렸다. 그림으로부터 팽창과정은 압력비에 관계없이 그 경향이 유사하고, 압력비가 증가함에 따라 팽창 파 팬 영역이 길어 지는 것을 볼 수 있다.

과대팽창에 대해 마하수 2.0이고 $d_j/d_{free} = 0.8$ 인 유동에 대한 계산을 수행하였다. 중심축을 따른 마하수, 밀도 및 압력분포를 Fig.6 에 그렸다. 그림으로부터 노즐출구에서 충격파가 발생하여 혼합층과 중심축에서 반복적인 반사가 이루어 지는 것을 볼 수 있고, 몇 주기의 반사과정을 거쳐 충격파셀의 강도가 급격히 약화되고, 난류혼합층이 주구조를 이루면서 마하수가 급격히 떨어지는 것을 볼 수 있다.

4. 결 론

초음속 불완전 팽창 제트유동을 $k-\epsilon$ 난류모델과 함께 축대칭 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 계산하였다. 본 연구에서는 난류유동분석에서 압축효과에 대한 보정과 난류점성 감쇄함수를 난류혼합층에 사용하여 제트유동의 과도한 소산을 억제하였다. 수치방법은 아음속과 초음속 유동이 혼재된 유동에 적합하도록 변형된 고유치 분리과정을 커친 유량벡터분리법에 기반을 둔 TVD 방법을 사용하였다. 과소팽창유동에 대해 계산 결과와 타계산치 및 실험치와 비교로부터 충격파셀등 전체적 특성은 일치하는 것을 볼 수 있다. 자유유동과 제트출구의 압력차가 큰 경우에는 유동 내에 마하디스크가 발생하는 것을 볼 수 있었다. 노즐 출구와 주위 압력과의 차에 따른 충격파셀의 주기를 보면, 압축과정은 압력비에 무관하게 거의 일정하나 팽창과정은 압력비가 클수록 길어짐으로써, 압력비가 증가하면 충격파셀의 주기도 길어진다.

참고문헌

- [1] Deiwert, G. S., AIAA Journal, Vol.22, No.10, 1984, pp.1358-1365.
- [2] Sahu, J., Journal of Spacecraft, vol.24, no.5, 1987, pp.403-410.
- [3] Tam, C. K. W., and Chen, P., AIAA Journal, vol. 32, No. 9, 1994, pp.1774-1780.
- [4] Thies, A. T. and Tam, C. K. W., AIAA Journal, Vol. 34, No. 2, 1996, pp.309-315.
- [5] Speziale, C. G., Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 23, 1991, pp. 107-157.
- [6] Pope, S. B., AIAA Journal, Vol. 16, No. 3, 1978, pp. 279-281.
- [7] Sarkar, S., and Lakshmanan, B., AIAA Journal, Vol. 29, No. 5, 1991, pp. 743-749.
- [8] Abdol-Hamid, K. S., Wilmoth, R. G., AIAA Journal, Vol. 27, No. 3, 1989, pp. 315-322.
- [9] Tam, C. K. W., Jackson, J. A., and Seiner, J. M., Journal of Fluid Mechanics, Vol. 153, April 1935, pp.123-149.
- [10] Pao, S. P., and Abdol-Hamid, K. S., NASA Technical Paper 3596, September 1996.
- [11] Abdol-Hamid, K. S., Lakshmanan, B. and Carlson, J. R., NASA Technical Paper 3480, January 1995.
- [12] Kim, J. S., Int. J. Numer. Methods Fluids, Vol. 17, No. 7, 1993, pp. 567-588.
- [13] Hoffmann, K. C. and Chiang S. T., Computational Fluid Dynamics for Engineers, Engineering Education System USA, 1993.
- [14] Jones, W. P. and Launder, B. E., Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 15, no.2 1972, pp.301-314.
- [15] Seiner, J. M., Dash, S. M., and Wolf, D. E., AIAA Journal, Vol. 23, No. 5, 1985, pp. 669-677.