

## 2차원 혼합격자를 이용한 난류유동 계산

김 주성<sup>\*1</sup>, 오 우섭<sup>\*1</sup>, 권 오준<sup>\*2</sup>

### Turbulent Flow Calculations Using an Unstructured Hybrid Meshes

J. S. Kim, W. S. Oh and O. J. Kwon

An implicit turbulent flow solver is developed for 2-D unstructured hybrid meshes. Spatial discretization is accomplished by a cell-centered finite volume formulation using an upwind flux differencing. Time is advanced by an implicit backward Euler time stepping scheme. Flow turbulence effects are modeled by the Spalart-Allmaras one equation model, which is coupled with wall function. The numerical method is applied for flows on a flat plate, the NACA 0012 airfoil, and the Douglas 3 element airfoil. The results are compared with experimental data.

**Key Words:** 혼합격자(Hybrid Mesh), 내재적 방법(Implicit Method), 벽함수(Wall Function), S-A 난류모형(Spalart-Allmaras Turbulence Model)

### 1. 서론

전산유체역학 분야에서 비정렬 격자를 이용한 해석 기법은 복잡한 형상에 대한 격자형성의 용이성과, 적응격자를 통한 해의 정확성과 기법의 효용성을 증가시킬 수 있는 가능성에 힘입어 널리 사용되고 있다. 또한 1980년대 후반부터 Navier-Stokes 방정식을 계산하려는 시도가 계속되고 있다. 공기역학 분야의 주된 대상인 고레이놀즈 수의 유동을 비정렬 격자를 사용하여 효율적으로 계산하기 위해서 필요한 요소로는 종횡비가 큰 격자의 생성, 효율적인 algorithm의 구성, 그리고 적절한 난류모형의 선택으로 크게 나눌 수 있다.

고 레이놀즈 수의 유동은 점성항의 영향이 압

은 경계층과 후류에 국한되므로, 높은 종횡비의 격자의 사용이 필수적이다. 이러한 영역에 대해 삼각형 격자 대신 사각형 격자를 사용하는 것은 다음의 몇 가지 장점이 있다. 첫째로 계산의 정확성을 유지하면서 격자 수를 상당히 줄일 수 있다[1]. 또한 경계층 내에서는 속도 차에 의해 발생하는 shear wave가 acoustic wave나 entropy wave보다 지배적이 되며, 이러한 shear wave는 속도 차가 발생하는 벽에 수직한 방향으로 진행하게 된다[1]. 이러한 관점에서 볼 때, 경계층 내에서 정렬격자와 비슷한 형태를 갖는 사각형 격자의 사용이 더욱 바람직하게 된다. 따라서 본 연구에서는 점성영역에서는 종횡비가 큰 사각형을 생성하고, 그 외의 영역을 삼각형으로 채워 넣는 ALM/AFM 기법[2]을 사용하여 생성한 혼합격자를 주로 사용하였다.

난류유동을 계산하기 위해서는 난류 모형의 적절한 선택이 필요하며, 본 연구에서는 Spallart-Allmaras 모형[3]을 사용하였다. 참고문헌 [3]에

\*1 한국과학기술원 항공우주공학과

\*2 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

서는 1차원에서 빠른 수렴성 뿐만 아니라 난류점 성계수의 값이 항상 양의 값을 갖도록 적절한 차분화 방법을 제시하였으며, 본 연구에서는 이러한 개념을 비정렬 격자에 적합하게 적용하였다.

현재 비점성항은 Roe의 flux difference splitting 방법을 이용하여 차분화 하였으며, 내재적 기법을 이용하여 시간 전진하는 방법을 사용하였다. 이렇게 개발된 기법을 검증하기 위해 NACA 0012 airfoil과 Douglas 3 element airfoil에 대해 해석하였으며, 실험치들과 비교하였다.

## 2. 수치적 방법

2차원 점성, 압축성 유동을 지배하는 방정식은 Navier-Stokes 방정식이며, 이는 질량보존, 모멘텀 보존, 그리고 에너지 보존식들로 이루어지며, 아래와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \int_{\Omega} Q dA + \int_{\partial \Omega} F(Q) \cdot \vec{n} dS = \int_{\partial \Omega} G(Q) \cdot \vec{n} dS \quad (1)$$

$F(Q)$ 는 비점성 flux를 나타내고,  $G(Q)$ 는 점성 flux를 나타내며, 자세한 내용은 참고문헌 [4]에 기술되어 있다.

### 2.1 공간차분법

#### 2.1.1 비점성항

비점성 flux를 계산하기 위해서 Roe의 flux difference splitting을 사용하였으며, 각각의 셀의 경계면  $k$ 를 통한 flux는 다음과 같이 계산된다.

$$F_k = \frac{1}{2} [F(Q_L) + F(Q_R) - |\bar{A}|(Q_R - Q_L)] \quad (2)$$

여기서  $Q_L$ 과  $Q_R$ 은  $k$ 면의 왼쪽과 오른쪽의 유동변수들을 나타낸다. 그리고 행렬  $|\bar{A}|$ 는 Roe-average된 유동량이며, 자세한 내용은 참고문헌 [4]에 기술되어 있다.

셀 face에서 flux를 계산하기 위해 사용되어지는  $Q_i$ 는 multidimensional linear reconstruction 방법[5]을 사용하여 구한다. 이 방법에서 고차의 정확도는 셀 중심에서 다음과 같이 Taylor series 전개를 통하여 얻는다.

$$Q_i = Q_i + \nabla Q_i \cdot \Delta \vec{x} \quad (3)$$

여기서  $\Delta \vec{x}$ 는 셀 중심에서 face를 잇는 거리 벡터이다. 이 공식에서 gradient  $\nabla Q_i$ 는 least square 방법[5]을 사용하여 계산하였다.

#### 2.1.2 점성항

식 (1)에서 점성 flux  $G(Q)$ 를 계산할 때, 각각의 face에서 primitive variable의 gradient  $\nabla q_j$ 가 필요하게 된다. 가장 생각하기 쉬운 방법은 face의 양옆의 셀 중심에서 Gauss 공식을 사용하여 gradient를 계산하고, 이 값을 산술 평균하여 구하는 방법이 될 것이다. 하지만 이 방법은 참고문헌 [6]에서 제시한 것과 같은 odd-even decouple 현상이 발생하게 된다. 현재 계산에서는 참고문헌 [7]에서 제시한 방법을 사용하였다. 이 방법은 정렬격자계에서 2차 정확도의 중심차분법을 사용하여 계산한 gradient를 비정렬 격자계에 적합한 표현으로 나타낸 방법이며, 다음과 같은 형식이다.

$$\nabla q_j = \delta q \frac{d\vec{s}}{ds^2} + [\overline{\nabla q_j} - (\overline{\nabla q_j} \cdot \vec{d}\vec{s})] \frac{d\vec{s}}{ds^2} \quad (4)$$

여기서  $d\vec{s}$ 는 face 양옆의 셀 중심을 연결하는 거리 벡터이며,  $\delta q$ 는 양옆의 셀 값의 차이이다.

$\overline{\nabla q_j}$ 는 face의 양옆에 있는 셀 중심에서의 gradient를 평균하여 구한다. 식 (4)는 2차 정확도를 갖으며, 주위의 모든 셀 값을 사용하는 장점이 있다. 이 식에서 오른쪽의 두 번째 항은 직각사각형 격자나 정삼각형 격자에 대해서는 영향이 없는 향이 되며, 현재의 혼합격자 생성기법 (ALM/AFM 기법)으로 구성한 격자에서는 영향이 매우 적은 향이 된다.

### 2.2 시간적분법

지배방정식인 식 (1)을 시간에 대해 Euler 후방차분법을 적용하고, flux에 대해 Newton 형식의 선형화를 하면 다음과 같은 형식으로 쓸 수 있다.

$$\left[ D_i + \sum_j^{nface} S_{j,k} \right] \Delta Q_i = -R_i^n \quad (5)$$

여기서  $\Delta Q = Q^{n+1} - Q^n$ 를 나타낸다.

Flux Jacobian의 대각항과 비대각항,  $D_i$ 와  $S_{j,k}$ 는 다음과 같다.

$$D_i = \frac{A_i}{\Delta t} + \sum_j^{nface} S_{j,i},$$

$$S_{j,k} = \left( \frac{\partial F_j}{\partial Q_k} - \frac{\partial G_j}{\partial Q_k} \right) \quad (6)$$

여기서 아래첨자  $j$ 는  $i$ 번째 셀의 주변 셀들을 나타낸다. 식 (6)에서 비점성항에 대한 flux Jacobian은 Roe의 average의 특성치를 이용하여 계산하였으며, 참고문헌 [8]과 같다.

점성항에 대한 flux Jacobian은 식(4)에서  $\delta q = (q_R - q_L)$ 을 적용하고, 두 번째 항을 상수로 가정하여 계산한다. 식 (5)는 Point Gauss Seidel 방법으로 시간 전진되며, 셀 coloring을 통하여 벡터화가 가능하게 된다[8].

### 3. 난류모형

Spalart-Allmaras 난류 모형[3]은 empiricism과 dimensional analysis를 통해서 만들어졌으며, 하나의 방정식으로 구성된 난류점성계수에 대한 transport equation으로 표현된다. 이런 모형방정식을 지배방정식에서 사용한 무차원 변수를 사용하여 무차원화 시킨 다음, tripping 항을 무시하고, 유한체적법에 적당한 적분형으로 쓰면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\tilde{v})}{\partial t} &= -\frac{1}{Q} \int_{\partial\Omega} \rho\tilde{v} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS \\ &+ \frac{1}{Q} \frac{(1+c_{k2})}{\sigma Re} \rho_c \int_{\partial\Omega} (\nu + \tilde{\nu})(\nabla \tilde{\nu} \cdot \vec{n}) dS \\ &- \frac{1}{Q} \frac{c_{k2}}{\sigma Re} \rho_c (\nu + \tilde{\nu})_c \int_{\partial\Omega} \nabla \tilde{\nu} dS \\ &+ \frac{1}{Q} \int \int_Q \rho c_{kl} \tilde{S} \tilde{\nu} dQ \\ &+ \frac{1}{Q} \int \int_Q \rho c_{wl} f_w \left( \frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 dQ \quad (7) \end{aligned}$$

Production항과 destruction항은 참고문헌[3]에서 제안된 방법을 자연스럽게 비정렬 격자에 적용시킬 수 있다. 그리고 convection항은 flux difference splitting을 사용하여 차분화하고, 지배방정식과 같은 방법으로 flux jacobian을 구한다. Diffusion항에 있는 gradient에 대해서 식(4)와 같은 방법으로 차분화 하면 다음과 같은 식으로 쓰여진다.

$$\nabla \tilde{\nu}_i = \delta \tilde{\nu} \frac{d\vec{s}}{ds^2} + [\nabla \tilde{\nu}_i - (\nabla \tilde{\nu}_i \cdot \vec{d}s)] \frac{d\vec{s}}{ds^2} \quad (8)$$

식 (4)에서 설명하였듯이 두 번째 항의 영향이 매우 작으므로, 두 번째 항을 무시하고 첫 번째 항만을 미분하여 flux jacobian을 구하는 방법이 상당히 정확한 방법이 될 수 있다. 또한 이렇게 구성하는 diffusion항과 diffusion flux Jacobian은 참고문헌 [3]에서 제시한 빠른 수렴성과 양(positivity)의 난류장을 항상 만족하게 할 수 있는 차분화 방법이 된다. 벽면에서 wall function의 적용은 참고문헌 [4]와 비슷한 방법을 사용하였다.

### 4. 결과 및 검토

위에서 기술한 수치적인 방법을 검증하기 위하여 여러 가지 유동에 대해서 계산하였으며, 계산에 사용된 격자는 평판을 제외하고 모두 ALM/AFM 기법[2]을 사용하여 생성하였다. 비점성 유동의 해석을 통해 제한자의 특성을 파악하고자 하였다. 그리고 평판유동을 해석하여 난류모형과 wall function에 대해 검증한 후, 여러 가지 경우에 대한 난류유동을 해석하고자 하였다. 특히 강한 충격파나 박리가 있는 유동에 대해 적용한 수치 기법이 어떤 특성을 보이는지 알아보고자 하였다.

#### 4.1 비점성 유동

제한자는 비점성 flux에만 관계되는 기법이므로, 이러한 기법에 대한 특성을 정확히 파악하기 위해서는 비점성 유동에 대한 해석을 하는 것이 타당하다. 또한 이러한 제한자를 사용하여 난류유동을 해석하는데 사용하기 위해서 혼합격자에서 그 특성을 살펴보고자 한다. 유동 조건은 마하수 0.8, 받음각 1.25도이며, 사용된 격자는 Fig. 7과 비슷한 격자이며 셀 수가 7,418개, 격자점의 수가 14,609개이다. Fig. 1은 수렴 곡선이며, 참고문헌[1]에서와 같이 Barth의 제한자를 사용하면 수렴성이 매우 안 좋은 반면, Venkatakrishnan의 제한자를 사용하면 machine zero까지 수렴한다. 이 격자에 대해서 주어진 유동조건에서는 제한자를 사용하지 않아도 계산이 가능하지만 항상 가능한 것은 아니다. 특히 혼합격자를 사용하지 않고 삼각형 격자만을 사용하면 수치적인 경험을 통해 제한자를 사용하지 않을 경우 계산이 상당히 불안정함을 알 수 있었다. Fig. 2는 양력계수에 대한 수렴곡선이다. 이 그림에서 볼 수 있듯이 Barth의 제한자가 잔류치는 수렴하지 않지만 양력계수는 다른 경우와 비슷하게 수렴함을 알 수 있다. Fig. 3은 압력분포 곡선이다. 충격파 전후를 자세히 보면, 제한자를 사용하지 않았을 경우 심하게 진동함을 볼 수 있고, Barth의 제한자가 진동을 거의 없애주는 반면에 Venkatakrishnan의 제한자는 약간의 진동을 허용함을 볼 수 있다.

#### 4.2 평판 유동

난류모형과 wall function의 정확성을 검증하기 위해 평판에서 경계층 유동을 해석하였으며, 유동 조건은 마하수 0.2이며, 레이놀즈 수는

$2 \times 10^6$ 이다. 계산은 사각형 격자에 대해서만 수행하였으며, 사용된 격자는 다음과 같은 지수 증가 함수를 사용하여 stretching시켰다.

$$\Delta n_j = \Delta n_1 (1 + a(1 + b)^{j-1})^{j-1}$$

난류유동을 해석하기 위해서는 첫 번째 격자점의 높이와 stretching factor가 계산에 많은 영향을 주게된다. Wall function을 사용한 경우 첫 번째 격자점의 위치가 log layer( $y^+ \approx 100$ )에 위치되도록 하며, Spalart-Allmaras model에서 ITW(Integration To the Wall)의 경우  $y^+ \approx 2,3$  정도가 알맞다. 현재 계산에서 wall function을 사용한 경우 stretching factor는  $a=0.025$ ,  $b=0.007$ , 초기 두께  $\Delta n_1 = 0.001$ 을 사용하여 격자를 형성하였다. ITW에 대한 격자는  $a=0.025$ ,  $b=0.02$ 와 초기 두께  $\Delta n_1 = 1 \times 10^{-5}$ 을 사용하였으며, Fig. 4는 이렇게 생성한 격자이다. Fig. 5는  $x=0.51$ 에서의 log 좌표에서 본 속도분포이며, sublayer와 loglayer에서 잘 일치함을 볼 수 있다.  $X=0.51$ 에서, ITW의 경우 초기 격자점에서  $y^+$ 는 0.8정도이며, wall function을 사용한 경우는 80정도이다. Fig. 6은 skin friction을 1/7승 법칙을 사용한 결과와 비교한 것이며, 두 경우 모두 약 5%정도의 오차를 보이고 있다.

#### 4.3 NACA 0012 airfoil

첫 번째의 경우는 자유류의 마하수 0.5, 레이놀즈 수가  $2.91 \times 10^6$ 이며, 받음각이 1.77도이다. 이 유동에서 충격파는 형성되지 않는다. 사용된 격자는 Fig. 7에 보이며, 셀 수가 22,006개, 격자점의 수가 13,662개로 이루어져 있고, airfoil 표면에 272개가 분포되어 있다. 전체 격자중에 사각형 격자에 해당하는 셀 수는 5,007개이며, 격자점의 수는 5,332개이다. 초기 격자점의 높이는  $6 \times 10^{-4}$ 이며, 평균적으로  $y^+$ 의 값이 약 80정도이다.

Fig. 8과 9는 등마하선도와 압력분포이다. 등마하선도에서 airfoil 뒷전으로 후류가 잘 빠져나가고 있음을 확인할 수 있으며, Fig. 9에서 볼 수 있듯이 압력분포는 실험치와 잘 일치하고 있다.

Fig. 10은 위의 경우와 비슷한 마하수 0.4, 레이놀즈 수  $2.91 \times 10^6$ 인 유동에 대해 받음각을 변화시켜 가면서 계산한 받음각에 대한 양력계수 곡선이다. 받음각이 약 9도 정도가 되면 앞전에서 충격파가 형성된다. 또한 11도 정도에서는 뒷전에서 박리가 시작되며 12도에서는 박리로 인한 양력계수의 감소가 확인된다. Fig. 10에서 볼 수

있듯이 충격파와 박리가 없는 유동에서는 실험치와 거의 일치하지만, 충격파와 박리가 생기는 9도 이상에서는 약간의 차이를 보이며, 오차는 약 5%정도이다.

두 번째의 경우는 마하수 0.7418, 레이놀즈 수가  $5.5 \times 10^6$ 이며, 받음각이 2.2도이다. 시위의 약 40% 정도에서 강한 충격파가 형성된다. Fig. 11은 제한자를 사용하였을 때의 수렴 곡선이다. 전체적으로 비점성 유동과 비슷한 경향을 보여주고 있다. 제한자를 사용하지 않은 경우 machine zero까지 수렴하는데 약간의 문제점을 보이고 있는 반면, Venkatakrishnan의 제한자를 사용하면 machine zero까지 좋은 수렴성을 보이고 있다. 수렴한 후 유동값은 거의 차이를 보이지 않으며, 다만 제한자를 사용하지 않았을 때 충격파 전후에 약간의 진동을 허용한다. 하지만 이러한 진동 현상은 점성항의 물리적인 damping 현상에 의해 비점성 유동에서 보다 훨씬 줄어든다. Fig. 12는 압력계수를 실험치와 비교한 것이다. 전체적으로 잘 일치하지만 충격파 후에서 약간의 차이를 보이며, 이러한 오차는 충격파가 약해질수록 작아진다.

#### 4.4 Douglas 3 element airfoil

다음의 경우는 Douglas 3 element airfoil이며, 형상은 Fig. 13과 같다. Fig. 14와 15는 slat과 flap 주위의 격자이다. 전체 격자는 50,265개의 셀과 31,499개의 격자점으로 구성되었으며, 이 중에 834개가 airfoil 표면에 위치되어 있다. 전체 격자중에서 사각형 격자의 셀 수는 11,903개이며, 격자점의 수는 12,500개이다. 초기 격자층의 두께는 3개의 airfoil 모두  $3 \times 10^{-4}$ c이며, 평균적인  $y^+$ 의 값은 약 140정도가 된다. Fig. 14에서 사각형과 삼각형이 만나는 부분에서 격자의 크기가 부드럽게 연결되고 있음을 볼 수 있으며, slat과 flap은 모두 유한한 두께를 갖는 끝단을 갖고 있다.

유동조건은 마하수 0.2, 레이놀즈 수  $9.0 \times 10^6$ 이며, 받음각은 8.23도이다. Fig. 16은 압력계수 분포이며, 전체적으로 잘 일치하고 있다. 하지만 slat 안쪽의 압력분포는 실험치와 많은 차이를 보이고 있다. 실제로 slat 안쪽에서는 심한 박리와 재순환 영역이 존재하며, wall function을 사용한 계산이 무리가 될 수 있다. 또한 복잡한 유동을 계산하기 위해서 격자적용(adaptation)방법을 사용하면 좀 더 정확한 계산을 할 수 있으리라 예상된다. Fig. 17을 보면 slat에서 발생한 후류가 주익에 영향을 주고, 주익에서 발생한 후류

가 flap에 영향을 주게 된다. 압력 분포를 통해 이러한 후류에 의한 영향이 잘 포착되고 있음을 알 수 있다. Flap의 뒷전에서는 유한한 끝단의 영향과 높은 받음각에 의해 유동이 복잡하게 형성되며, 압력분포에서 약간의 차이를 보이고 있다.

## 5. 결론

삼각형과 사각형 혼합격자에 대한 유동해석 기법을 개발하였으며, 난류유동을 계산하기 위해 Spallart-Allmaras 난류모형을 적용하였다. 각 검증 경우에 대해 계산 결과가 실험치와 비교적 잘 일치함을 볼 수 있었다. 하지만 강한 박리가 있는 유동이나 충격파 경계층 상호 작용이 있는 유동과 같은 복잡한 유동에 대해서는 만족할 만한 결과를 얻을 수 없었다. 이러한 유동을 보다 정확히 해석하기 위해서 벽까지 적분하는 방법과 격자적용 기법 등이 앞으로의 연구과제이다.

## 후기

본 연구는 과학기술정책연구소 미래원천기술 개발사업의 초고속 컴퓨터 기반 소프트웨어 및 응용 기술 분야중 병렬 3차원 CFD 소프트웨어 개발 과제지원에 의해 수행된 결과의 일부이며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- [1] M.Aftosmis, D.Gaitonde and T.S.Tavres, " Behavior of Linear Reconstruction Techniques on Unstructured Meshes", AIAA Journal, Vol. 33, No. 11, Nov. 1995.
- [2] 박영민, 권오준, " 2차원과 3차원 비정렬 격자 생성 기법 개발", 한국항공우주학회지, 제26권, 제 4호, 1998년.
- [3] P.R.Spalart and S.R.Allmaras, " A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows", AIAA Paper 92-0439, Jan. , 1992.
- [4] O.Kwon and D.Hah, " Solution of the 3-D Navier-Stokes Equations with a Two-Equation Turbulence Model on Unstructured Meshes Applied to Turbomachinery", AIAA Paper 94-1833, June, 1994.
- [5] C.F. Ollivier-Gooch, " High-Order ENO Schemes for Unstructured Meshes Based on Least-Squares Reconstruction", AIAA Paper 97-2103, 1997.
- [6] F.Liu and X.Zheng, " A Strongly Coupled Time Marching Method for Solving the Navier-Stokes and  $k-\omega$  Turbulence Model Equations with Multigrid.", Computational Physics, Vol. 128, pp. 289-300, 1996.
- [7] S.R.Mathur and J.Y.Murthy, " A Pressure Based Method for Unstructured Meshes", Numerical Heat Transfer ,PartB, Vol. 31, 1997, pp. 195-215.
- [8] 강희정, 권오준, " 2차원 비정렬 격자에서의 내재적 기법을 이용한 난류 유동 계산" 한국전산유체공학회 추계학술대회, 1997.

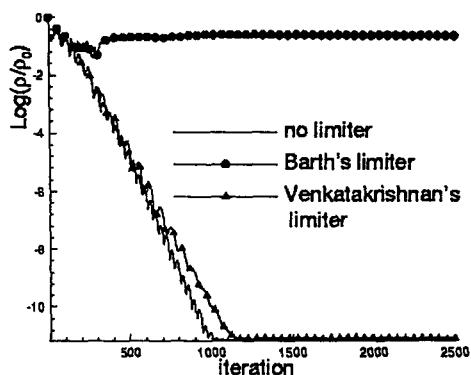


Fig. 1 Rms residual convergence history for inviscid NACA 0012 airfoil flow

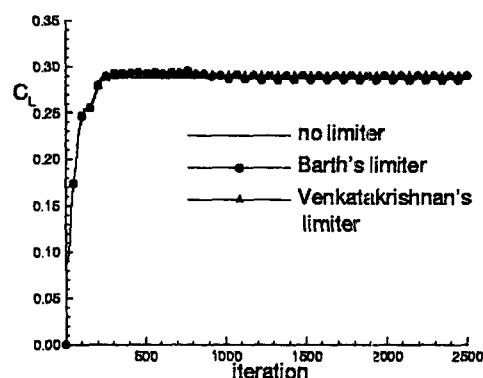


Fig. 2 Lift coefficient convergence history for inviscid NACA 0012 airfoil flow

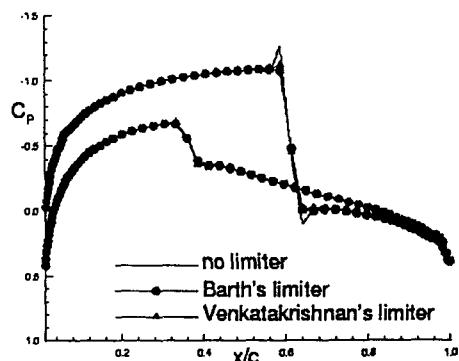


Fig. 3 Pressure coefficient distribution for inviscid NACA 0012 airfoil flow

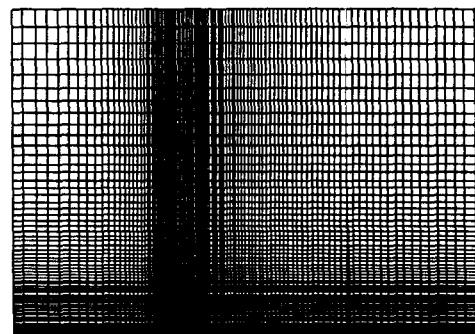


Fig. 4 Quadrilateral mesh for the flat plate boundary layer calculation  
( 2:1 magnification in y-direction)

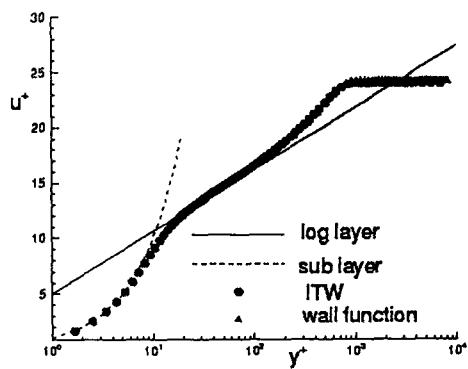


Fig. 5 Computed velocity profile in logarithmic coordinate versus theory

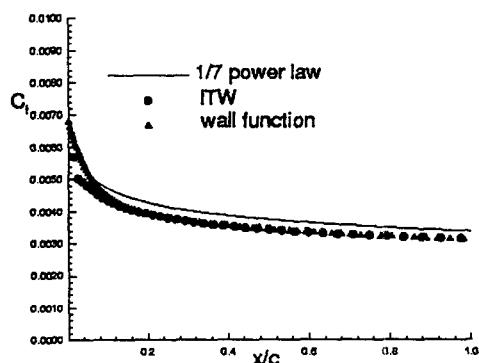


Fig. 6 Computed skin friction distribution for flat plate boundary versus theory

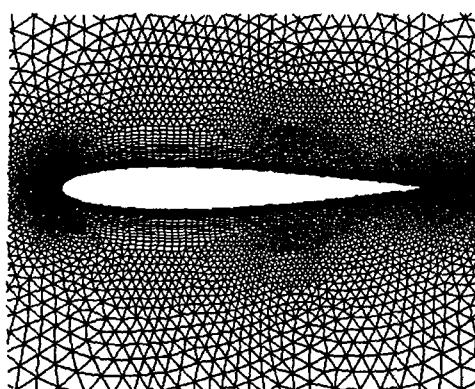


Fig. 7 Hybrid grid around the NACA 0012 airfoil (near field view)

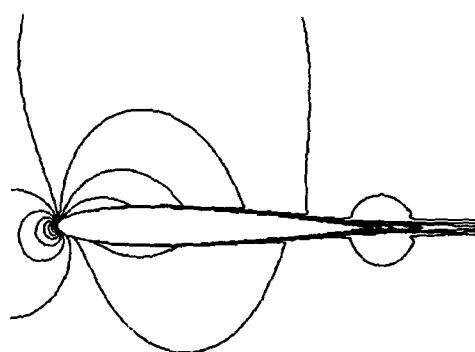


Fig. 8 Mach number contour  
( $M=0.5$ ,  $Re=2.91$  million,  $\alpha=1.77$  degree)

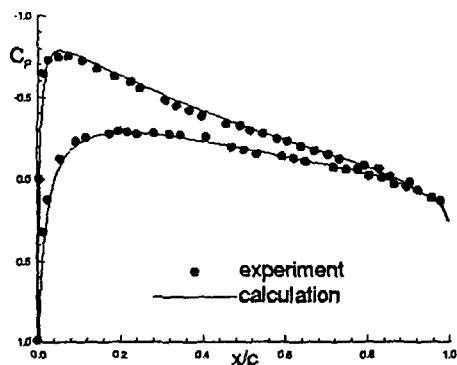


Fig. 9 Surface pressure coefficient  
( $M = 0.5$ ,  $Re = 2.91$  million,  $\alpha=1.77$  degree)

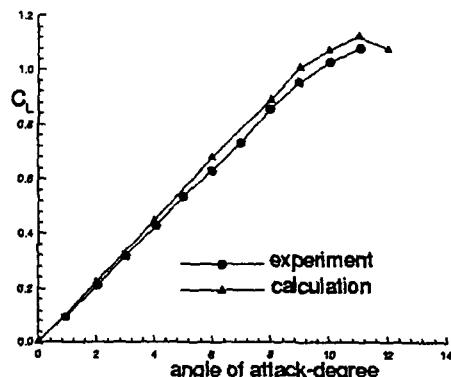


Fig. 10 Comparison of calculated and experimental lift coefficient for  $M = 0.4$

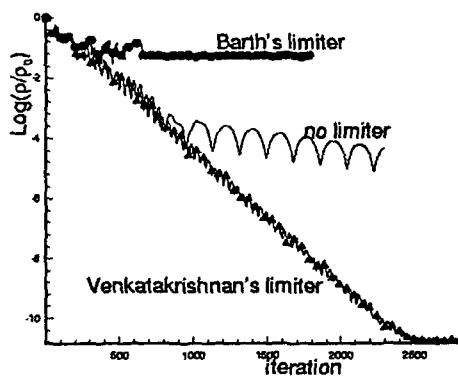


Fig. 11 RMS convergence history  
( $M=0.748$ ,  $Re = 5.5$  million,  $\alpha = 2.24$  degree)

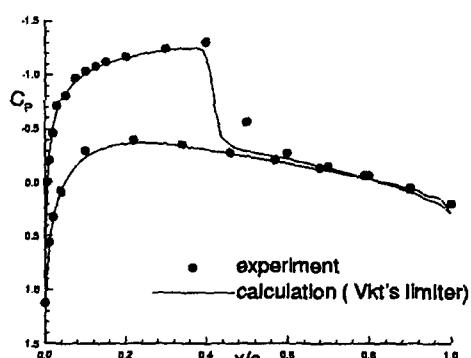


Fig. 12 Surface pressure coefficient  
( $M = 0.748$ ,  $Re = 5.5$  million,  $\alpha=2.21$  degree)

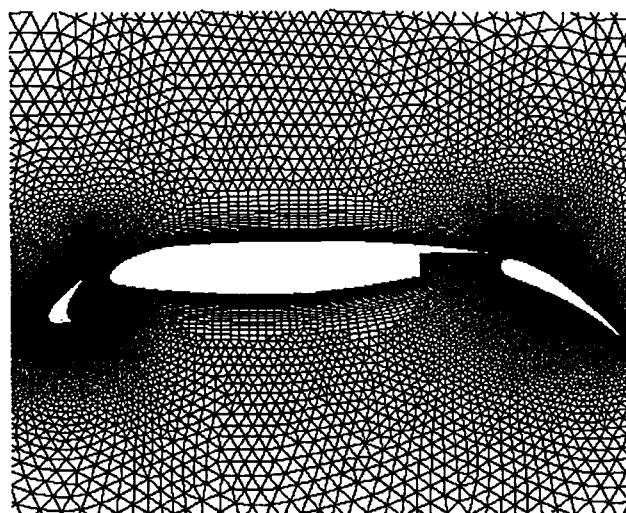


Fig. 13 Near view of the hybrid grid for the Douglas 3 element airfoil



Fig. 14 Close-up view of the grid around the slat

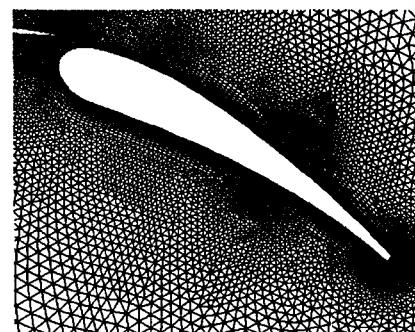


Fig. 15 Close-up view of the grid around the flap

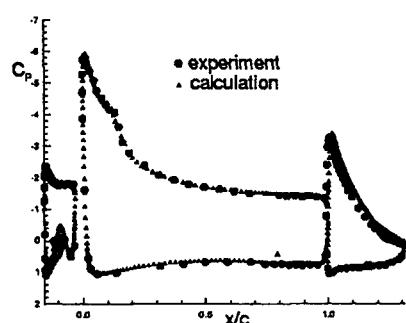


Fig. 16 Surface pressure coefficient  
( $M = 0.2$ ,  $Re = 9.0$  million,  $\alpha=8.23$  degree)

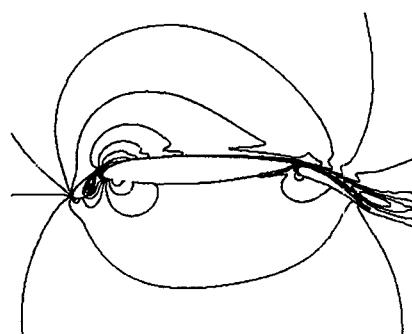


Fig. 17 Mach number contour  
( $M=0.2$ ,  $Re=9.0$  million,  $\alpha=8.23$  degree)