

Upwind Navier-Stokes 방법을 이용한 진동하는 익형 주위의 비정상 천음속 유동해석

Unsteady Transonic Flow Analysis over an Oscillatory Airfoil using upwind Navier-Stokes Method

오태훈¹⁾, 김상덕¹⁾, 송동주²⁾

ABSTRACT

The unsteady transonic viscous flow has been analyzed over an oscillatory airfoil. The CSCM(Conservative Supra Characteristic Method) upwind flux difference splitting method and the iterative time marching scheme having first order accuracy in time and second to third order accuracy in space was applied on dynamic meshes. A steady flow field of Mach number 0.7 has been calculated for the verification of unsteady algorithm. The time-accurate unsteady calculations have been done for NACA 0012 airfoil oscillating around quarter chord about freestream Mach number 0.6 on dynamic meshes. The results have been compared with the AGARD Case 3 experimental data. The periodic characteristics have been compared with the experimental results.

1. INTRODUCTION

비정상 유동은 오늘날 많은 유체공학 문제들 가운데 중요한 부분을 차지하고 있다. 특히 진동하는 익형 주위나, 터보 기계 내부유동 등은 날개주위의 동적 실속상태, 플러터, 동의과 정의의 상호작용 등으로 인해 발생하는 비정상 유동으로 인해 정상상태의 유동해석만으로는 실제 현상에 가까운 해석을 할 수 없다. 정상상태 유동에 대한 해법의 발전과 하드웨어의 발달로 인해 비정상유동 해석을 위한 많은 방법들이 개발되어왔다.

천음속 비정상유동 해석은 Ballhaus & Goorjian^[1]와 같이 포텐셜 방정식에 의해 해석되어지기 시작하여, 유체의 회전 특성을 고려할 수 있는 Euler 방정식과 Navier-Stokes 방정식으로 확대되어 왔다. 비정상 Navier-Stokes 방정식의 중요한 관건은 시간항을 처리하는 방법이라고 할 수 있는데, Runge-Kutta 방법^[2]과 같은 외재적 시간 전진법은 반복 계산 과정의 생략과 간단한 수식화의 장점이 있는 반면 Courant-Friedrichs-Lowy(CFL) 조건에 의해 시간 간격에 제한을 받는다. 시간항을 내재적으로 처리하는 방법은 시간 간격에 대한 제한이 없고 반복적인 계산으로 해의 안정성을 도모할 수 있다. Steger, Chyu, Pulliam 등은 내재적인 근사 인수분해 방법을 도입하여 비정상 유동에 대한 계산을 수행하였다^[3]. 이러한 계산에 있어서 중요한 문제는 시간을 한 단계 전진시킬 때마다 얼마나 빠르게 해를 수렴시켜 나가는가 하는 것이다. 각 시간 단계에서 계산을 보다 빠르게 수렴시키고 안정적인 해를 얻기 위해서는 가공의 시간을 이용한 국소시간전진법(local time stepping)^[4]으로 내재적 반복계산을 수행하거나^[3], 잔류항 완화계수를 도입하거나, 다중격자계^[5]등을 이용하는 방법 등이 있다. Jameson^[6]은 각각의 비정상 시간단계에 가공의 시간전진법^[7]을 도입하여 내재적 Euler 방정식을 재수식화함으로써 내재적으로 시간을 전진해 나가는데 이러한 방법들을 확장해서 사용하였다. 국소시간전진, 잔류항 완화, 다중격자 등은 이러한 가공의 시간전진으로 계산을 수행하는데 있어서 수렴을 촉진시킨다.

본 연구에서는 시간 간격에 제한을 받지 않는 내재적 시간 전진법을 도입하고 수렴을 가속시키기 위해 완화계수를 사용하여 계산을 수행하였으며 시간 간격에 따른 영향도 고려해 보았다. 또한 비정상 천음속 유동을 해석하기 위해서는 수치적 불안정성 없이 충격파와 같은 불연속면을 적절하게 근사할 수 있고, 충격파의 자유로운 이동을 모사할 수 있어야 한다. 비정상 유동의 수치적 안정성을 위하여 많은 수치적 방법이 2차 또는 4차의 수치적 감쇄항에 기반을 둔 중앙차분법을 이용하여 불연속면에서 수치적 불안정성을 감쇄시킴으로써 수렴된 해를 구하고 있다. 이때 감쇄항의 계수는 각 유동에 적합한 향이 되도록 반복 경험에 의해 조정되어야 하고, 충격파가 강해질수록 감쇄항에 의한 오차는 점점 커진다. 더욱이 충격파가 이동하는 비정상 유동을 다룰 경우 감쇄항으로 인한 오차와 유동의 변화가 혼합됨으로 인하여 비정상 특성을 모사하기에는 부적합하다^[8]. 중앙차분법에서의 수치적 불안정성을 극

1) 영남대학교 대학원, 712-749 경북 경산시 대동 214-1

2) 영남대학교 기계공학부

복하기 위하여 공간이산화과정에서 유동의 물리적 전파특성을 고려할 수 있는 전방 또는 후방 차분에 기반을 둔 upwind 방법들이 개발되었다.

Steger & Warming^[9], Van.Leer^[10] 등의 flux vector splitting 방법 및 Bell 등^[11], Osher & Chakavarthy^[12], Roe^[13] 등의 flux difference splitting 방법 등이 개발되어 수치적 감쇄항 없이 불연속면의 유동 특성을 모사할 수 있게 되었다.

본 연구에 사용된 CSCM Upwind Navier-Stokes 방법^[14]은 일반 곡면 좌표계에서 대류항(convective term) 플럭스의 차분에 있어서 자연적인 특성곡선의 방향에 따라 고유 벡터를 분리하는 방법이며, 점성항은 일반적으로 중앙차분 방법에 따라 차분하고 있다. 이 방법의 특징은 완전히 결합된 내재적 경계점 근사를 채용하고 있으며, Roe의 'U' 성질을 만족시킴으로써 충격파를 정확히 포착하는 성질이 있다. 즉 고유 벡터를 자연적인 특성곡선의 방향에 따라 분리함으로써 음속부근에 발생하는 수치적 불연속을 제거시킬 뿐만 아니라, 아음속 영역을 수반하는 충격파의 자유로운 전후 방향 이동을 가능하게 함으로써 충격파를 포함하는 비정상 유동의 모사를 가능하게 해준다. 또한 중앙차분법 사용시 발생하는 해의 진동현상을 인공감쇄항 없이 효과적으로 억제할 수 있다. 안정성과 수렴성 향상을 위해 개발한 대각 지배 ADI(Diagonally Dominant ADI) 방법은 Douglas & Gunn^[15]의 방법과 유사하다.

본 연구에서 외부 경계는 코드(chord) 길이의 15배인 충분히 먼 영역까지 확대하였으며 고정 경계조건을 적용하였다. 벽면에서는 점착조건, 및 출구경계면에서는 2차의 정확도로 외삽하였다. NACA 0012 날개에 대해 정상상태 해석으로 충분히 수렴된 해를 초기조건으로 도입하여 비정상 유동의 계산을 수행하였고, quarter chord를 중심으로 격자계를 움직여 가면서 반음각의 변화로 인한 비정상 유동 현상의 주기적인 특성을 분석하였다.

2. GOVERNING EQUATIONS

시간정확도를 가지는 2차원 일반곡면 좌표계는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned}\tau &= \tau(t) \\ \xi &= \xi(x, y, t) \\ \eta &= \eta(x, y, t)\end{aligned}\quad (1)$$

2차원, 비정상, 압축성 Navier-Stokes 방정식을 일반곡면 좌표계에서 다음과 같이 벡터 보존 형태로 나타낼 수 있다.

$$\partial_t q + \Delta_\xi F + \Delta_\eta G = \Delta_\xi F_v + \Delta_\eta G_v \quad (2)$$

$$\begin{aligned}q &= \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \epsilon \end{pmatrix}, \quad F = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x \dot{\rho} \\ \rho v U + \xi_y \dot{\rho} \\ U(\epsilon + p) - \xi_z \dot{\rho} \end{pmatrix}, \quad G = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x \dot{\rho} \\ \rho v V + \eta_y \dot{\rho} \\ V(\epsilon + p) - \eta_z \dot{\rho} \end{pmatrix} \\ F_v &= \frac{\sqrt{\gamma} M}{J Re} \begin{pmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} \\ \xi_x \tau_{yx} + \xi_y \tau_{yy} \\ \xi_z b_x + \xi_y b_y \end{pmatrix}, \quad G_v = \frac{\sqrt{\gamma} M}{J Re} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} \\ \eta_x \tau_{yx} + \eta_y \tau_{yy} \\ \eta_z b_x + \eta_y b_y \end{pmatrix} \quad (3)\end{aligned}$$

여기서 $b_{x_i} = u_i \tau_{xx_i} - q_{x_i}$, $\epsilon = P + \frac{1}{2} \rho(u^2 + v^2)$ 이며,

체적 내부에너지 $P = \frac{p}{(\gamma-1)}$ 로 나타낼 수 있다.

또한 U 와 V 는 계산 영역의 contravariant velocity로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned}U &= \xi_t + \xi_x u + \xi_y v \\ V &= \eta_t + \eta_x u + \eta_y v\end{aligned}\quad (4)$$

Metric 항은 x , y , 및 t 에 따라 다음과 같은 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\xi_x &= J y_\eta & \xi_y &= -J x_\eta & \xi_t &= -x_\tau \xi_x - y_\tau \xi_y \\ \eta_x &= -J y_\xi & \eta_y &= J x_\xi & \eta_t &= -x_\tau \eta_x - y_\tau \eta_y \\ J &= 1/(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi)\end{aligned}\quad (5)$$

CSCM Upwind 방법에 있어서 비점성 플럭스 $\Delta_\xi F$ 는 jacobian 행렬 \bar{A} 의 상사 변환(similarity transformation)

을 이용하여 다음과 같이 여러 형태로 쓰일 수 있다.

$$\begin{aligned}\Delta_\xi F &= \overline{A} \Delta_\xi q \\ &= \overline{M} \overline{T} \overline{\Lambda} \overline{T}^{-1} \Delta_\xi \tilde{q} = \overline{M} \overline{A} \overline{\Lambda} \Delta_\xi \tilde{q} \\ &= \overline{M} \overline{T} \overline{\Lambda} \Delta_\xi \tilde{q}\end{aligned}\quad (6)$$

여기서, \tilde{q} 는 원시변수(primitive variable) \tilde{q} 는 특성변수(characteristic variable)를 나타낸다.

고유치의 부호에 따라 플렉스함을 분리하면,

$$\begin{aligned}\Delta_\xi F^\pm &= \overline{M} \overline{T} D^\pm \overline{T}^{-1} \overline{A} \Delta \tilde{q} \\ &= \overline{M} \overline{T} D^\pm \overline{T}^{-1} \widehat{M}^{-1} \Delta q \\ &= \widehat{A}^\pm \Delta q\end{aligned}\quad (7)$$

여기서

$$D^\pm = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\Lambda}{|\Lambda|} \right) \quad (8)$$

3. NUMERICAL DISCRETIZATION

본 논문에 사용된 이산화 방정식은 시간에 대해서는 1차의 정확도를 공간에 대해서는 2차의 정확도를 사용하였으며, 난류모델은 Baldwin-Lomax^[16]의 대수 모델을 사용하였다.

시간에 대해 1차의 정확도를 가진 내부 반복과정은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\frac{1}{\Delta\tau} (q^{n+1,k+1} - q^n) + \Delta_\xi F^{n+1} + \Delta_\eta G^{n+1} = \Delta_\xi F_v^{n+1,k+1} + \Delta_\eta G_v^{n+1,k+1} \quad (9)$$

여기서 $n+1, n$ 은 실제 time level을 의미하며, $k+1, k$ 는 가공의 시간(pseudo time)에 의한 iteration level을 나타내고 있다.

Upwind Flux Difference 방법을 이용하여 일반적인 i, j 번째 내부 점의 유한 차분 방정식을 기술하면 다음과 같다.

$$\left[\frac{I}{\Delta\tau} + \widehat{A}^+ \nabla_\xi + \widetilde{A}^- \Delta_\xi + \widehat{B}^+ \nabla_\eta + \widetilde{B}^- \Delta_\eta \right] \delta q_{i,j} = \omega R^{n+1,k} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}R^{n+1,k} &= -\frac{q^{n+1,k} - q^n}{\Delta\tau} - (\Delta_\xi F^{n+1,k} + \Delta_\eta G^{n+1,k} + \Delta_\xi F_v^{n+1,k} + \Delta_\eta G_v^{n+1,k}) \\ &= -\frac{q^{n+1,k} - q^n}{\Delta\tau} - [(\widehat{A}^+ \Delta_\xi q)_{i-1}^{n+1,k} + (\widetilde{A}^- \Delta_\xi q)_i^{n+1,k} + (\widehat{B}^+ \Delta_\eta q)_{j-1}^{n+1,k} + (\widetilde{B}^- \Delta_\eta q)_j^{n+1,k}]\end{aligned}\quad (11)$$

여기서 $\Delta \nabla$ 는 전방 및 후방 공간차분기호이고, ω 는 relaxation factor이다.

내재적인 원쪽향을 근사인수분해한 후 Lombard^[14]이 사용한 대각지배 ADI방식을 도입하면 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$(-\widehat{A}^+, E, \widetilde{A}^-) E^{-1} (-\widehat{B}^+, E, \widetilde{B}^-) \delta q = RHS \quad (12)$$

여기서 $E = I + \widehat{A}^+ - \widetilde{A}^- + \widehat{B}^+ - \widetilde{B}^-$ 이고, 순차적으로 해를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}(-\widehat{A}^+, E, \widetilde{A}^-) \delta q^* &= RHS \\ (-\widehat{B}^+, E, \widetilde{B}^-) \delta q &= E \delta q^* \\ q^{n+1,k+1} &= q^n + \delta q\end{aligned}\quad (13)$$

여기서 $\delta q = q^{n+1,k+1} - q^{n+1,k}$ 이다.

4. BOUNDARY CONDITIONS

외부경계면은 코드길이(chord length)의 15배 이상의 충분한 거리를 두어 고정시켰으며, 출구경계면에서는 2차의 정확도로 외삽하였다. 벽면에서는 점착조건을 적용했다. 이 때 익형의 요동으로 인한 회전 점선속도 성분은 요동에 의해 far field의 속도가 충분히 크므로 무시하였다.

5. RESULTS AND DISCUSSION

NACA 0012 익형이 주기적으로 진동하는 운동은 다음식으로 표현된다.

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \sin(M_\infty kt) \quad (14)$$

AGARD Case 3의 조건에 따라, $Re=4.8\times10^6$, $M_\infty=0.6$, $\alpha_0=4.86^\circ$, $\alpha_1=2.44^\circ$, $k=0.1620$ 이며, Rumsey^[16]의 계산 논문에 나타난 실험결과와 비교하여 분석하였다.

Fig. 1은 본 연구에 사용된 195×70 의 C형 격자계를 보여주고 있으며, 격자계의 구성은 매 시간단계에 대해 quarter chord를 중심으로 회전하는 동적인 격자구성을 하였다. 초기조건은 최초 받음각, $\alpha_0=4.86^\circ$ 의 정상상태에서의 해를 사용하여, 주기적인 효과가 나타나도록 4주기 이상의 계산을 수행하였으며, 매 시간단계를 무차원 시간 0.0845와 0.0422 두 가지 경우에 대한 계산과 내부 반복 계산수를 조절함으로써 이러한 조건들이 수렴성과 해에 어떠한 영향을 미치는지를 고찰하였다.

Fig. 2는 한주기 내에서 다양한 받음각이 변화함에 따른 압력계수 값을 나타낸 그림으로 받음각이 증가함에 따라 충격파가 생기고 소멸되는 모습을 볼 수 있다. 충격파가 생기는 곳에서 본 계산이 실험치와 다소의 오차를 보이고 있는데, 이는 충격파 근처에서 비정상 효과와 다소의 어려운 수렴성 등의 복합적인 문제들로 일어나는 현상이라고 생각된다. 시간 단계 0.08465와 0.0422 두 가지 경우에서 시간 단계가 작을 때가 충격파 부근에서 실험결과와 유사한 것을 볼 수 있는데, 시간 단계가 작을수록 한단계 전진해 나갈 때 누적되는 오차가 '적으므로 좀더 빨리 수렴하여 해의 안정성에 기여하기 때문이다. 그리고 매 시간 단계별로 수행하는 가공의 시간에 대한 내부 반복계산 수도 수렴성에 영향을 미치게 된다.

Fig. 3은 한주기 내에서 받음각이 변함에 따른 양력계수를 나타낸 그림으로 받음각이 증가함에 따라 양력계수가 증가하고 있는 것을 알 수 있다. 실험결과와는 다소간의 차이를 나타내고 있는데, 이것은 충격파 부근에서 발생하는 압력의 오차가 누적되어 나타난 결과임을 짐작할 수 있다. 따라서 내부 반복계산 과정에서 최대한 빠르게 오차를 떨어뜨려서 다음 시간 단계로 진행하는 것이 오차가 누적되지 않고 주기적 특성과 안정된 해에 도달하는 중요한 관건임을 알 수 있다. Fig. 4는 각 시간 단계별로 익형주위의 등압력분포를 나타내는 그림으로 시간의 흐름과 받음각이 변함에 따라 충격파가 생성 소멸되고 이동하는 모습을 보여주고 있다.

6. CONCLUSIONS

CSCM Upwind Navier-Stokes 방법을 사용하여 주기적으로 진동하는 익형 주위의 천음속 유동을 해석하였다. 가공의 내재적 시간 전진법을 적용하여 각 시간단계를 진행하면서 정상상태에 도달시키는 방법을 시도했다. 주기적으로 진동하는 NACA 0012 익형 주위의 유동에 있어서, 충격파 부근을 제외하고는 대체적으로 실험결과와 잘 일치하는 것을 볼 수 있었다. 시간 단계를 작게 하고 내부 반복계산 횟수를 늘임으로 국소적 오차를 줄여서 다음 시간 단계로 진행하는 것이 좀더 정확한 해를 얻게되고 실험결과와도 유사하게 근접함을 볼 수 있었다.

CSCM Upwind 방법이 불연속면 근처에서 인공감쇄항 없이 비교적 정확한 결과에 도달함을 확인할 수 있었다. 그러나 충격파 부근에서 실험 결과와 어느 정도의 오차를 나타내는 것을 볼 때 매 시간단계 전진시 내부 반복계산 과정을 통해서 최대한 효과적으로 해를 수렴시켜 오차를 줄여 나가는 것이 정확한 해를 얻고 주기적인 특성에 빨리 도달하게 하는 관건임을 확인할 수 있었다.

앞으로 국소 시간이나, 고차의 정확도를 가지도록 시간향을 확장하는 방법 등 많은 연구가 필요하다고 생각된다.

7. REFERENCES

- W. F. Ballhaus and P. M. Goorjian, "Implicit Finite Difference Computations of Unsteady Transonic Flows about Airfoils, Including the Treatment of irregular shock motions", AIAA J., Vol.15, pp.1728-1735(1977).
- C. E. Philip, Jorgenson and Rodrick V. Chima, "Explicit Runge-Kutta Method for Unsteady Rotor/Stator Interaction", AIAA J., Vol.27, No.6, June 1989.
- Feng Liu and ShanHong Ji, "Unsteady Flow Calculations with a Multigrid Navier-Stokes Method", AIAA J., Vol.34,

No.10, October 1996.

4. L. Bruce Simpson and David L. Whitfield, "Flux-Difference Split Algorithm for Unsteady Thin-Layer Navier-Stokes Solutions", AIAA J., Vol.30, No.4, April 1992.
5. 박원규, "비정상상태 멀티 그리드 방법의 비압축성 점성유동에의 응용", 韓國航空宇宙學會誌 第23卷 第3號 1995.
6. Jameson, A., "Time Dependent Calculations Using Multigrid, with Applications to Unsteady Flows Past Airfoils and Wings," AIAA Paper 91-1596, June 1991.
7. K. J. Badcock, F. Cantariti, I. Hawkins, B. Gribben, L. Dubuc and B. E. Richards, "Simulation of Unsteady Turbulent Flows using the Pseudo Time Method" Glasgow University Aerospace Engineering Report 9721.
8. 김재수, "진동하는 NACA 0012 날개 주위의 비정상 천음속유동 해석", 韓國航空宇宙學會誌 第24卷 第6號 1996.
9. J. L. Steger and R. F. Warming, "Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equations with Applications to Finite-Difference Methods", J. Comput. Phys., Vol.40, pp.263-293(1981).
10. B. VanLeer, "Flux Vector Splitting for Euler Equations", Lecture Notes in Physics, Vol.170, pp.501-512, 1982.
11. J. B. Bell, P. Colella and J. A. Trangenstein, "Higher Order Godunov Methods for General System of Hyperbolic Conservation Laws", J. Comput. Phys., Vol.40, pp.263-397(1987).
12. S. Osher and S. Chakravarthy, "Upwind Schemes and Boundary Conditions with Application to Euler Equations in General Geometries", J. Comput. Phys., Vol.50, pp.447-481(1983).
13. P. L. Roe, "Approximate Riemann solvers, Parameter Vectors and Difference Schem", J. Comput. Phys., Vol.43, pp.357-372(1981).
14. Lombard, C. K., Bardina, J., Venkatapathy, E. and Oliiger, J., 1983, "Multi-Dimensional Formulation of CSMC-An Upwind Flux Difference Eigenvector Split Method for the Compressible Navier-Stokes Equations," AIAA-83-1859cp.
15. Douglas, J. and Gunn, J.E., 1964, "A General Formulation of Alternating Direction Methods-Part I-Parabolic and Hyperbolic Problem", Numerische Mathematic, Vol.6 pp.428-453.
16. Baldwin, B. S. and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows", AIAA Paper No. 78-257. (1978).
17. C. L. Rumsey and W. K. Anderson, "Some Numerical and Physical Aspects of Unsteady Navier-Stokes Computations Over Airfoils Using Dynamic Meshes", AIAA-88-0329.
18. W. G. Park, H. W. Kim, Y. R. Jung, "Unsteady Incompressible Turbulent Flow Simulation of the Rotor-Stator Configuration".
19. Thomas H. Pulliam, "Artificial Dissipation Models for the Euler Equations", AIAA J., Vol.24, No.12, DECEMBER 1986.
20. K. J. Badcock and B. E. Richards, "Implicit Time-Stepping Methods for the Navier-Stokes Equations", AIAA 1995.
21. W. J. Chyu, S. S. Davis, and K. S. Chang, "Calculation of Unsteady Transonic Flow over an Airfoil", AIAA79-1554R.
22. L. Dubuc, F. Cantariti, M. Woodgate, B. Gribben, K. J. Badcock, and B. E. Richards, "Solution of the Unsteady Euler Equations Using an Implicit Dual-Time Method", AIAA J., Vol.36 No.8 August 1998.
23. Christopher L. Rumsey, Mark D. Sanetrik, Robert T. Biedron, N. Duane Nelson, and Edward B. Farlette, "Efficiency and Accuracy of Time-Accurate Turbulent Navier-Stokes Computations", 13th AIAA Applied Aerodynamics Conference, June 19-22, 1995 / San Diego, CA, AIAA 95-1835.
24. Klaus A. Hoffmann and Steve T. Chiang, "Computational Fluid Dynamics for Engineers Vol.1".
25. John D. Anderson, JR., "Computational Fluid Dynamics THE Basics with Applications", McGRAW-HILL.

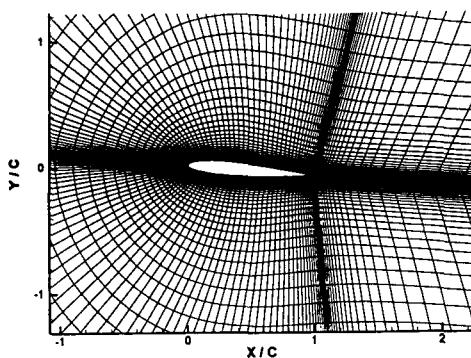


Fig. 1. Grid system (195×70)

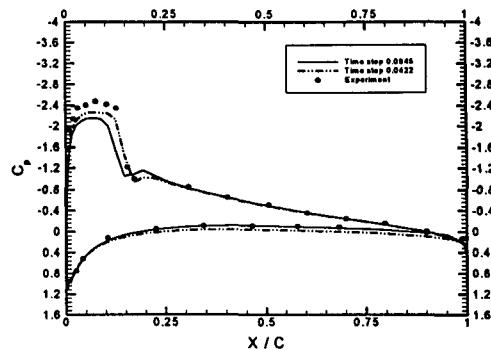
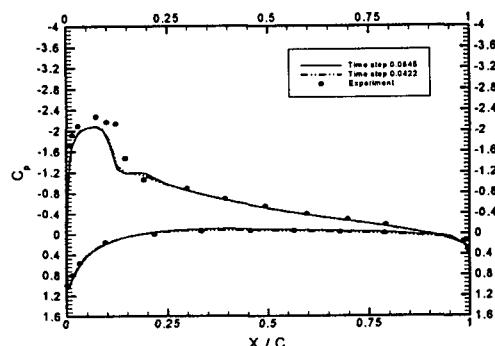
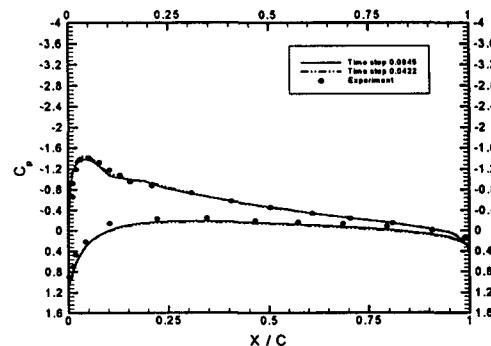
(d) $\alpha = 5.11^\circ \downarrow$ (a) $\alpha = 5.95^\circ \uparrow$ (e) $\alpha = 2.43^\circ \downarrow$

Fig. 2. Pressure coefficients for NACA 0012 airfoil

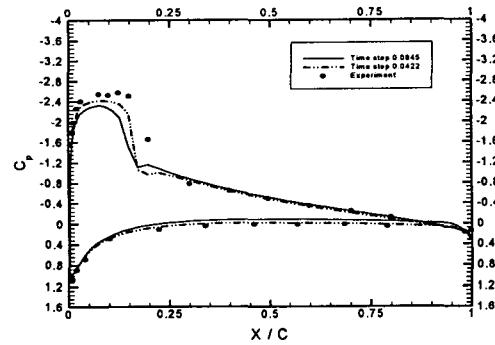
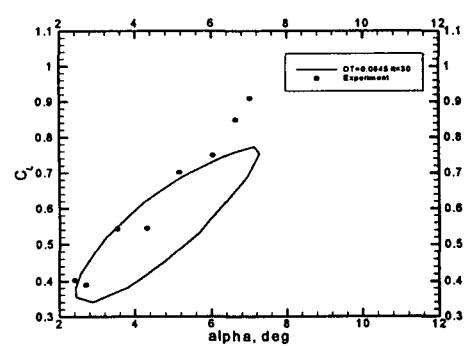
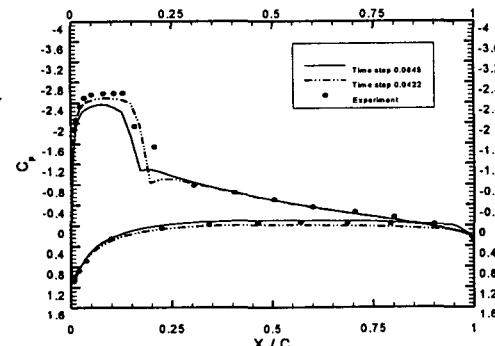
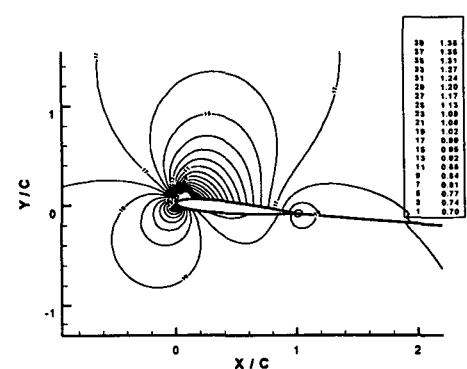
(b) $\alpha = 6.97^\circ \uparrow$ 

Fig. 3. Lift coefficients

(c) $\alpha = 6.57^\circ \downarrow$ 

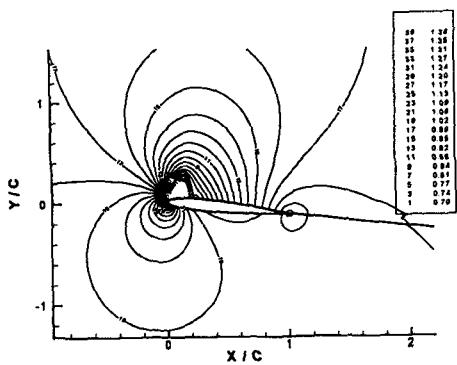
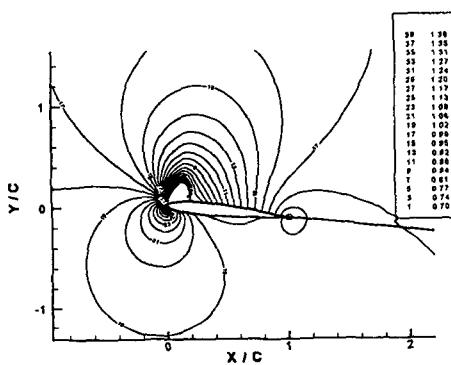
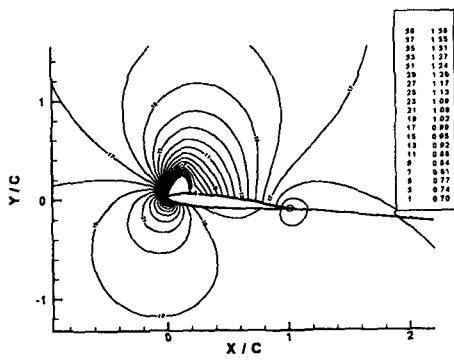
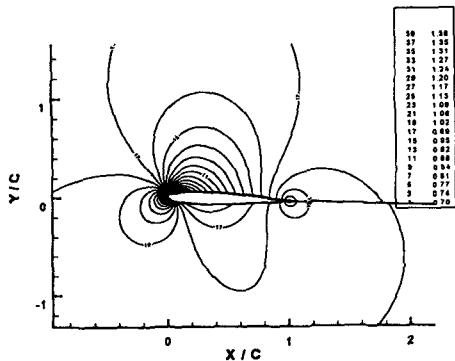
(b) $t = 67.27$ (c) $t = 71.50$ (d) $t = 75.73$ (e) $t = 92.63$

Fig. 4 Pressure contours