



날개꼴의 형상 최적화를 위한 유동방정식 영향 연구

정희택^{*1}, 류병석^{*2}

Influence of Flow Solvers On Airfoil Shape Optimization

H.T. Chung and B.S. Ryu

Abstract : In the present paper, three types of the flow solvers were used to investigate the influence on the airfoil shape optimization. The adopted equations, i.e., Euler, thin layer Navier-Stokes and full Navier-Stokes ones, are solved using implicit LU-ADI decomposition scheme. The feasible direction algorithm with the sinusoidal function was used as an optimization algorithm. The present numerical method was applied to the drag minimization problems under the initial shape of NACA0012 airfoils.

Key Words : Airfoil (날개꼴), Optimal design method (최적설계법), Navier-Stokes equation (나비에 스토크스 방정식), Thin Layer (박층), Euler equation (오일러 방정식), Drag coefficient (항력계수)

1. 서론

실험과 데이터베이스에 의존했던 익형의 공력 성능 산출과 형상 최적화 과정은 시간과 비용면에서 비효율적이다. 최근의 급격한 컴퓨터의 성능 향상과 수치기법의 발달로, 고속으로 비행하는 물체의 공력 설계 과정에 전산수치기법을 적용하는 시도가 활발히 진행되고 있다.

천음속 날개꼴의 형상 최적화 방법은, 표면의 압력분포 등 유동조건을 선정하여 이를 만족하는 형상을 찾아내는 역설계법(inverse design)^{1),2)}과, 제약조건범위내에서 목적함수로

설정된 공력성능을 최대·최소화하는 수치최적화 기법(numerical design optimization)³⁾⁻⁵⁾의 2가지 방향으로 발전하고 있다.

수치최적화 기법의 경우, 형태함수, 최적화 알고리즘 등 최적설계방법 뿐만 아니라, 유동방정식의 선택에 따라 설계 결과에 영향을 받는다. 포텐셜방정식을 유동해석으로 사용하면, 계산효율은 좋지만, 해의 부정확성 등으로 적용 범위의 제약이 따른다. 운전조건이 설계점을 벗어날 경우에는 유동상태가 복잡해지므로, 보다 완전한 형태의 유동방정식을 선택할 필요가 있다.⁵⁾

본 연구에서는 유동방정식이 날개꼴의 형상 최적화에 미치는 영향을 고찰하고자 한다. 유동방정식은 점성을 무시한 Euler방정식, 수직방향

*1 경상대학교 항공기부품기술연구센터

*2 경상대학교 대학원

의 점성을 고려한 박층 Navier-Stokes 방정식, 양방향 점성을 모두 고려한 완전 Navier-Stokes 방정식 등 3가지 유형이다. 항력을 최소화하는 형상 최적화 과정에 적용하여, 유동방정식의 형태가 항력의 감소율, 표면 압력분포 등 주요 공력 성능에 주는 결과를 분석하였다.

2. 최적설계방법

2.1 설계변수와 형태함수

본 연구에서 사용한 형태함수는 8개의 sinusoidal function으로 다음과 같이 표현된다.^{3),5)}

$$\begin{aligned} f_k(x) &= 0.01 \sin \pi(1-x)^{\alpha(k)} \text{ for } k=1,2 \\ f_k(x) &= 0.01 \sin^3 \pi x^{\alpha(k)} \text{ for } k=3,4,5 \quad (1) \\ f_k(x) &= 0.01 \sin \pi x^{\alpha(k)} \text{ for } k=6,7,8 \end{aligned}$$

이를 이용하면, 날개꼴의 형상좌표는,

$$y(x) = y(x)_0 + \sum_{k=1}^8 X_k f_k(x) \quad (2)$$

여기서, $y(x)_0$ 는 기본형상, X_k 는 설계변수를 나타낸다.

2.2 목적함수와 제약조건

본 연구에서는 주어진 유동조건에서 항력을 최소화하는 날개꼴을 설계하는 문제를 택하였으므로, 최적화 문제의 목적함수와 제약조건은 다음과 같이 표현된다.

$$\text{Minimize : } \frac{C_d}{C_{d,0}} \quad (3)$$

Subject to:

$$C_l \geq C_{l,0} ; A \geq A_0 ; (t/c) \leq (t/c)_0 \quad (4)$$

여기서, C_d , C_l , A , (t/c) 는 각각 항력계수, 양력계수, 날개꼴 면적, 두께비를 나타내며, 하

첨자 0 는 최소·최대 허용치를 나타낸다.

2.3 최적화 알고리즘

최적화는 주어진 제약조건을 위배하지 않으면서 목적함수를 최소화하는 설계변수치를 찾아가는 과정이다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize : } F(\bar{X}) \quad (5)$$

$$\text{Subject to : } C_i(\bar{X}) \leq 0, \quad i=1, M \quad (6)$$

$$X_j^L \leq X_j \leq X_j^U, \quad j=1, N \quad (7)$$

여기서, F 는 목적함수, C 는 제약조건을, M 은 제약조건의 개수, N 은 설계변수의 갯수를 의미한다.

본 연구에서는 constrained minimization 문제를 풀기 위한 도구로 Gradient Projection Method 알고리즘⁶⁾을 채택하여, 3절의 유동방정식 코드에 결합시켰다.

3. 유동해석방법

3.1 지배방정식

본 연구의 적용 대상은 2차원 압축성 비점성/점성 유동장이다. 직교좌표계에 표현된 2차원 Navier-Stokes 방정식을 물체고착좌표계(Body fitted coordinates)로 전환하면, 다음과 같은 보존형으로 표현된다.

$$\bar{U}_t + \hat{E}_\xi + \hat{F}_\eta = (K_R \hat{R}_\xi + K_S \hat{S}_\eta) / Re_a \quad (8)$$

여기서, Re_a 는 자유류로 무차원화한 레이놀즈 수이고, K_R , K_S 은 유동방정식의 형태에 따라 결정되는 조절변수이다. flux vector

$\bar{U}, \hat{E}, \hat{F}, \hat{R}, \hat{S}$ 는 아래와 같다.

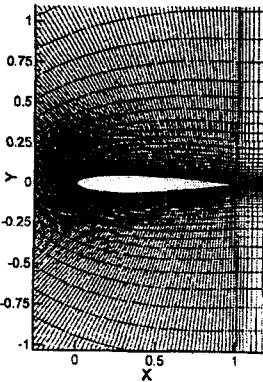


Fig. 1 Computational grids (NI×NJ = 251×51)

$$\begin{aligned} \hat{U} &= \mathcal{J}^{-1} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho U \\ \rho V \\ e \end{bmatrix}, \quad \hat{E} = \mathcal{J}^{-1} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U^2 + \xi_x p \\ \rho U V + \xi_x p \\ (e + p)U \end{bmatrix}, \quad \hat{F} = \mathcal{J}^{-1} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho U V + \eta_x p \\ \rho V^2 + \eta_y p \\ (e + p)V \end{bmatrix} \quad (9) \\ \hat{R} &= \mathcal{J}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} \\ \widehat{r}_{v,4} \end{bmatrix}, \quad \hat{S} = \mathcal{J}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} \\ \widehat{s}_{v,4} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

이상기체 상태방정식으로부터 압력, 밀도, 총 에너지의 관계식은,

$$p = (\gamma - 1) \left[e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \right] \quad (10)$$

충류점성계수는 Sutherland식으로, 난류점성계수는 Baldwin과 Lomax의 대수모델⁷⁾을 적용하여 유효점성계수를 구하였다.

경계조건으로, 유입면에서는 유동특성곡선법인 Riemann Invariant를, 유출면에서는 외삽법을 적용하였다. Euler방정식인 경우에는, 날개면에 접선방향으로 유동이 형성된다고 가정하고, 점성을 고려한 유동방정식에서는 no-slip조건을 사용하였다.

3.2 수치해석방법

유동방정식의 수치해를 구하기 위해 LU-ADI알고리즘⁸⁾을 적용하였다. 이 방법은, Beam-Warming-Steger 의 approximate factorization기법의 일종으로, 내재항의 ADI 연

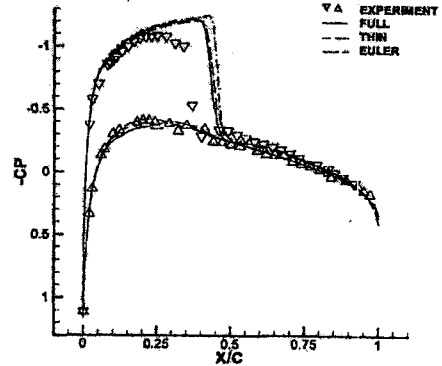


Fig. 2 Comparison of pressure distribution on the NACA0012 airfoil ($M_\infty=0.753, \alpha=1.95^\circ$)

산자를 lower 및 upper bidiagonal matrix로 분해하여 계산시간을 단축시켰다. 외재항은 Beam-Warming방법과 같이 중앙-차분하였다. 이 방법을 적용하면 식(8)은 다음과 같이 차분화된다.

$$\begin{aligned} & (I + h\Delta_\xi \widehat{A}^+ + \varepsilon_j \mathcal{J}^{-1} \nabla_\xi) (I + h\Delta_\xi \widehat{A}^- + \varepsilon_j \mathcal{J}^{-1} \nabla_\xi) \\ & (I + h\Delta_\eta \widehat{B}^+ + \varepsilon_j \mathcal{J}^{-1} \nabla_\eta) (I + h\Delta_\eta \widehat{B}^- + \varepsilon_j \mathcal{J}^{-1} \nabla_\eta) \quad (11) \\ & = -h \{ \delta_\xi (\widehat{E}^n - \widehat{R}^n / Re_\alpha) + \delta_\eta (\widehat{F}^n - \widehat{S}^n / Re_\alpha) \} \\ & \quad - \varepsilon_\alpha \mathcal{J}^{-1} \{ (\nabla_\xi \Delta_\xi)^2 + (\nabla_\eta \Delta_\eta)^2 \} J U^n \end{aligned}$$

충격과 부근의 수치적 불안정성을 제거하기 위해서 다음과 같은 인공점성항을 추가하였다.

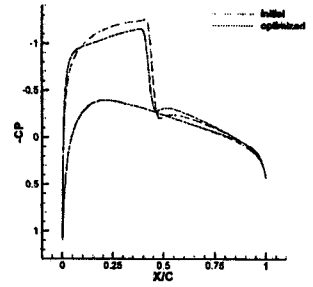
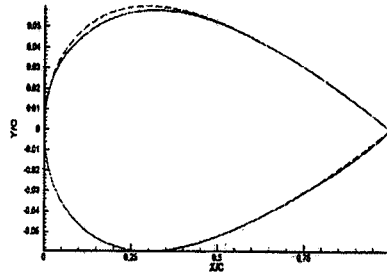
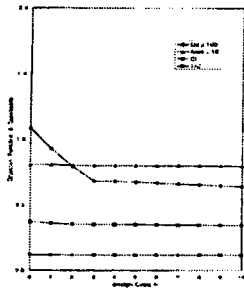
$$D_\xi = \nabla_\xi (\delta \mathcal{J}_{i+1/2}^{-1} \{ (I - \phi_{i+1/2}) \varepsilon_2 \Delta_\xi U - \phi_{i+1/2} \varepsilon_4 \Delta_\xi \nabla_\xi \Delta_\xi U \}) \quad (12)$$

여기서, ϕ 는 flux limiter를 의미하고, 인공점성계수 $\varepsilon_2, \varepsilon_4$ 는 유동에 맞는 적절한 값을 선정한다.

4. 적용

4.1 NACA0012 주위의 천음속 유동해석

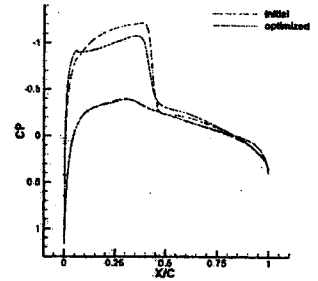
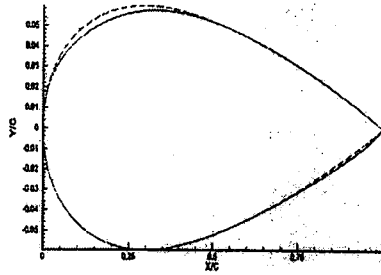
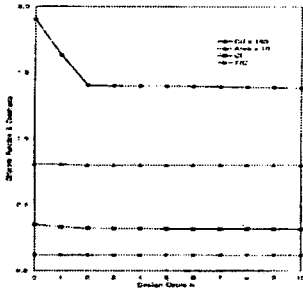
개발된 유동해석 프로그램의 검증을 위해 NACA0012주위의 천음속 유동장에 적용하였다.



(a) Convergence history (b) Airfoil shape

(c) Cp on surface

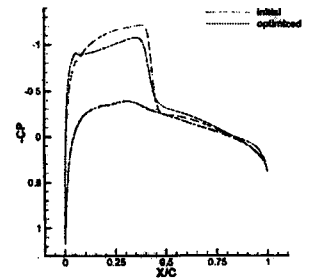
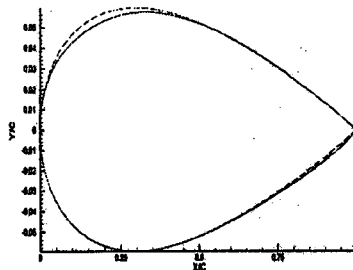
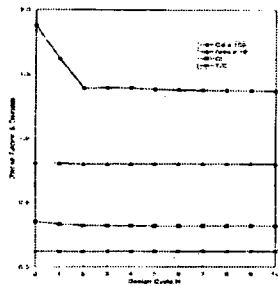
Fig. 3 Design results of Euler solver



(a) Convergence history (b) Airfoil shape

(c) Cp on surface

Fig. 4 Design results of thin-layer Navier-Stokes solver



(a) Convergence history (b) Airfoil shape

(c) Cp on surface

Fig. 5 Design results of full Navier-Stokes solver

Table 1 Comparison of aerodynamic performance

Parameters	Initial shape	Euler shape		Thin N-S shape		Full N-S shape	
		values	deviation (%)	values	deviation (%)	values	deviation (%)
C_D	0.01879	0.013998	-25.5	0.013370	-28.8	0.013715	-27
C_L	0.3484	0.30004	-13.9	0.28820	-17.3	0.31355	-10

자유 흐름의 조건은 마하수 $M_\infty = 0.753$, 레이놀즈 수 $Re_c = 3.88 \times 10^6$, 받음각 $\alpha = 1.95^\circ$ 이다.⁹⁾

C-형 격자계에 날개 시위의 5배를 계산영역으로 두고, 총 251×61개의 내부격자점을 분포시켰다. Fig. 1은 날개 주위의 계산격자점을 나타낸다. 날개 표면에는 201개의 격자점을 두고, 날개 표면의 수직격자 간격은 $\Delta S_n = 1.0 \times 10^{-4}$ 로 Baldwin-Lomax 모델의 적용에 적합하다. 유동방정식의 형태에 따라 식(8)의 조절변수인 K_R, K_S 을 선정하면 된다. 즉, Euler인 경우 $K_R=0, K_S=0$, 박층 N-S인 경우 $K_R=0, K_S=1$, 완전 N-S인 경우 $K_R=1, K_S=1$ 를 취하면 된다. 전유동장에 자유류 조건을 초기치로 주었고, 해의 수렴을 가속화 하기 위해 국부가변시간간격법 (local variable time steps)을 사용하였다. 약 3000번의 반복 계산 후 평균제곱근 오차가 10^{-6} 까지 감소하였고, 이 때를 정상해로 간주하였다.

Fig. 3은 3가지 유동방정식에 의한 날개표면의 압력 계수 분포를 실험결과와 비교한 것이다. 가압면과 부압면 전반부는 수치결과와 실험치는 잘 일치하고, 유동방정식에 의한 차이를 보여주지 않는다. 충격파가 발생하는 부압면 중반에서는 수치결과는 실험치보다 약간 큰 값을 예측한다. Euler의 경우에는 Navier-Stokes 해석법보다 그 차이가 크다. 양력계수의 경우, 수치결과는 0.373 (Euler), 0.350 (박층 N-S), 0.348 (완전 N-S)로 실험결과치인 0.344보다 큰 결과를 보여 주는데, 이는 Fig. 2의 결과와 일치한다.

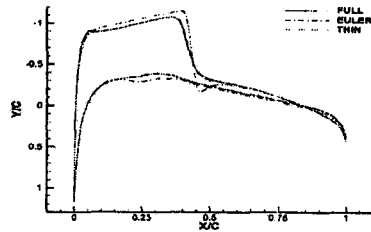


Fig. 6 Comparison of pressure distribution for the designed airfoils ($M_\infty=0.75, \alpha=2^\circ$)

4.2 NACA0012 의 최적 설계

유동방정식이 날개꼴의 형상최적화에 미치는 영향을 알아보기 위한 예로, 항력계수를 최소화하는 설계과정에 적용하였다. 양력계수의 0.9배, 날개꼴 면적, 두께비를 제약조건으로, 초기형상의 성능치 최소·최대 허용치로 두었다. 형태함수는 식(1),(2)와 같이 8개의 변수로 구성된 sinusoidal 함수를 채택하였고, 설계변수의 변화 폭은 $\Delta X_i = 0.01$ 이다. 유동조건은, $M_\infty = 0.75$, 받음각 $\alpha = 2.0^\circ$ 이고, NACA0012를 초기형상으로 채택하였다.

Fig. 3은 Euler방정식에 의한 최적화 설계결과를 나타낸다. 항력계수는 초기치 0.0108에서 $n=3$ 에서 0.0068, $n=10$ 에서 0.0064로 계속 감소한다. 양력계수는 초기치 0.373, $n=10$ 에서 0.346로 감소율이 7.2%이다. 이에 의한 날개꼴 형상 변화를 보면, Fig. 3(b)와 같이, 부압면 전반부의 형상변화가 두드러지고, 가압면 후반부에서 약간의 변화를 나타낸다. 초기형상과 $n=10$ 에서의 형상에 의한 표면압력 분포를 Euler방정식으로 해석하면, Fig 3(c)와 같다.

수직방향의 점성항만 고려한 박층Navier-Stokes방정식으로 최적화하면 Fig. 4와 같은 결과를 얻었다. 항력계수는 초기치 0.0190에서, 0.014 ($n=10$)로 27.4%의 감소를 보였다. 양력계수는 초기치 0.350, $n=10$ 에서 0.314로 감소율이 9.8%이다. 이에 의한 날개꼴 형상 변화는 Euler의 경우와 유사하나, 가압면 후반부의 변화가 선명하다. 초기형상과 $n=10$ 에서의 형상에 의한 표면압력 분포를 박층Navier-Stokes방정

식으로 해석하면, Fig 3(c)와 같다.

모든 방향의 점성항을 고려한 완전Navier-Stokes방정식으로 최적화하면 Fig. 5와 같이 박층Navier-Stokes방정식의 경우와 유사한 결과를 얻었다. 항력계수는 초기치 0.0188에서, 0.014 (n=10)로 27.1 %의 감소를 보였다. 양력계수는 초기치 0.348, n=10에서 0.314로 감소율이 9.8 %이다.

위의 3가지 유동방정식에 의해 얻어진 n=10에서의 형상으로, 완전Navier-Stokes방정식으로 해석하면, 주어진 유동조건에서의 공력 특성치는 Table 1과 같이 비교된다. Euler방정식의 경우는 양력은 13.9 %로 양호하나, 항력계수는 0.014으로 약 25.5 %의 감소 결과를 얻는다. 박층Navier-Stokes방정식과 완전Navier-Stokes방정식의 경우는 유사하여, 주유동 방향의 점성영향은 항력 최소화에 별다른 영향을 보여주지 않음을 알 수 있다. 또한, 점성을 고려한 항력계수 값은 0.0133 (박층N-S), 0.0137 (완전N-S)로 Euler의 경우보다 우수하다. 이와 같은 결과는 Fig. 6의 표면 압력분포에서도 발견할 수 있다. Euler의 경우에는 가압면과 부압면의 압력차는 크나, 날개끝 중반에서 뒷면의 압력이 아래면의 압력보다 큰 현상을 발견할 수 있다. 본 연구의 결과에서는 부압면 후반부의 형상이 별로 변하지 않아, 부압면의 압력 분포이 적게 개선되었다고 사료된다. 설계변수의 변화 폭, 형상함수의 변화 등을 시도할 필요가 있겠다.

5. 결론

본 논문에서는 천음속 날개꼴의 형상 최적화 과정에 적용된 유동방정식의 영향을 연구하였다. 비교 대상은 Euler방정식, 박층Navier-Stokes방정식, 완전Navier-Stokes방정식의 세 가지를 선정하였다. 최적화 기법은 feasible direction 알고리즘과 구배에 의한 민감도 계산방법을 사용하였고, sinusoidal function을 형태함수로 채택하였다. 유동방정식인 2차원 압축성 유동방정식은 내재적인 LU-ADI 기법으로 유한

차분화하였다. NACA0012를 초기형태로, $M_\infty = 0.75$, $\alpha = 2^\circ$ 의 유동조건에서 항력계수를 최소화 하는 설계과정에 적용하여, 설계결과를 항력계수, 양력계수, 표면압력 분포 등의 관점에서 분석하였다. 완전 Navier-Stokes방정식에 의한 형상설계 결과는 박층의 경우와 별 차이가 없다. 점성을 무시한 Euler방정식에 의한 날개꼴 형상은 점성을 고려한 경우보다 항력 최소값이 작았다.

참고문헌

- [1] Eyi, S. and Lee, K., "Inverse Airfoil Design Using the Navier-Stokes Equations", AIAA Paper 93-0972, 1993
- [2] 김경훈, 정신규, Obaysshi, S., "둔한 후연을 갖는 아음속 익형의 역최적화 설계법", 한국항공우주학회지, 27권, pp.1-6, 1999
- [3] 손명환, 조창렬, "천음속 날개꼴의 수치최적화 설계 프로그램 개발", 한국항공우주학회지, 23권, pp.1-13, 1995
- [4] 유충근, 권장혁, 성춘호, "날개꼴의 최적화 설계에 관한 연구", 한국항공우주학회지, 26권, pp.18-24, 1998
- [5] 손명환, "Navier-Stokes 방정식 흐름해석을 통한 천음속 날개꼴 최적화 설계", 한국항공우주학회지, 26권, pp.42-49, 1998
- [6] Haug, E.J. and Arora, J.S, Applied Optimal Design - Mechanical and Structural Systems, Wiley-Interscience Pub., 1979, pp. 77-89
- [7] Baldwin, B and Loamx, H, "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flow", AIAA Paper 78-275, 1978
- [8] Obayashi, S., et. al., "Improvements in Efficiency and Reliability for Navier-Stokes Computations Using the LU-ADI Factorization Algorithm", AIAA Paper 86-0338, 1986
- [9] Thibert, J., et. al., "NACA0012 Airfoil", AGARD 138-A1, 1979