

## 간접 적응 퍼지 제어기법에 의한 슬라이딩 제어기 설계

최 창 호, 임 화 영  
광운대학교

### The Sliding Controller designed by the Indirect Adaptive Fuzzy Control Method

Chang-Ho Choi, Wha-Yeong Yim.  
Dept. of Control and Instrumentation Eng. Kwangwoon Univ.

**Abstract** - Sliding control is a powerful approach to controlling nonlinear and uncertain systems. Conventional sliding mode control suffer from high control gain and chattering problem, also it needs mathematical modeling equations for control systems. A Fuzzy controller is endowed with control rules and membership function that are constructed on the knowledge of expert, as like intuition and experience. but It is very difficult to obtain the exact values which are the membership function and consequent parameters. In this paper, without mathematical modeling equations, the plant parameters in sliding mode are estimated by the indirect adaptive fuzzy method. the proposed algorithm could analyze the system's stability and convergence behavior using Lyapunov theory. so sliding modes are reconstructed and decreased tracking error. moreover convergence time took a short. An example of inverted pendulum is given for demonstration of the robustness of proposed methodology.

### 1. 서 론

슬라이딩 제어는 외란과 파라미터의 변동이 심한 비선형과 불확실한 시스템을 제어하는데 강건한 제어기법이다. 그러나, 기존의 슬라이딩 제어기법은 비선형성을 보상하기 위한 고이득 설정과 슬라이딩 평면에서의 채팅링이 발생하는 문제점을 가지고 있다. 또한 제어 대상에 대한 수학적 모델을 가지고 있어야 한다. 일반적으로 모델이 복잡하거나 비선형성이 강한 시스템에 효과적으로 제어하기 위해서 퍼지 제어기를 많이 사용하나 전문가의 경험과 직관에 의존해야 하는 단점을 지니고 있다. 본 논문에서는 제어하고자 하는 시스템에 대하여 수학적 모델식을 따르지 않고 Lyapunov 합성 기법으로 설정한 적응 규칙에 따른 간접 적응 퍼지 제어기법을 이용하여 슬라이딩 평면을 구성하는 파라미터를 추정하고, 슬라이딩 평면을 재구성하여 추정 오차를 줄이고 학습률을 추정 오차에 따라 변화하게 하여 수렴 속도가 향상된 결과를 얻을 수 있다. 뿐만 아니라 비선형 시스템에 대하여 보다 강건하고 안정한 제어기를 구현하였다.

### 2. 간접 적응 퍼지 제어기

간접 적응 퍼지 제어 기법은 알지 못하는 제어 대상의 지식을 IF-THEN 규칙으로 묘사되어 전문가의 언어적

정보를 제어기에 결합할 수 있는 장점을 가지고 있다. 본 논문에서는 이러한 장점을 이용하여 슬라이딩 평면 구성을 위한 파라미터를 추정한다.

#### 2.1 비선형 시스템과 제어 목적

n차계 비선형 시스템은 (식 2.1)과 같이 미분 방정식에 의해 표현 되어진다.

$$\begin{aligned} x'' &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y &= x \end{aligned} \quad (2.1)$$

여기서,  $f$  와  $g$  는 시스템의 파라미터로서 알지 못하는 비선형 함수이고,  $u \in R$  and  $y \in R$  는 각각 플랜트의 측정 가능한 입력과 출력이다. (식 2.1) 가제어성을 갖기 위해  $g(x) \neq 0$ ,  $g'(x) > 0$ , 이어야 한다.

제어기의 목적은 출력  $y$  가 이상적인 출력  $y_m$ 을 따라 움직이도록 하는 것이다. 퍼지 시스템과 변수 벡터  $\theta$ 를 조정하기 위한 적응 규칙을 기반으로 상태 케환 제어기  $u = u(x|\theta)$ 를 설계하는 것이다.

#### 2.2 간접 적응 퍼지 제어기의 설계

간접 적응 퍼지 제어기를 설계하기 위해서  $f(X)$ 와  $g(X)$ 의 입출력 동작을 묘사 할 수 있는 (식 2.2)과 (식 2.3)과 같은 IF-THEN 규칙을 사용해야 한다.

IF  $x_n$  is  $F_i^r$  and  $\dots$  and  $x_1$  is  $F_i^1$ , THEN  $f(X)$  is  $C_i^r$  (2.2)

IF  $x_n$  is  $G_i^s$  and  $\dots$  and  $x_1$  is  $G_i^1$ , THEN  $g(X)$  is  $D_i^s$  (2.3)

여기서,  $F_i^r$ ,  $C_i^r$ ,  $G_i^s$ , and  $D_i^s$ 는 퍼지 집합이고,

$r = 1, 2, \dots, L_f$  and  $s = 1, 2, \dots, L_g$ 이다.

만약 비선형 함수  $f(X)$ 와  $g(X)$ 가 알려진 함수라면 제어 입력  $u$ 로서 비선형성을 제거하여 선형 제어 이론을 바탕으로 제어기를 설계할 수 있다. 오차를  $e_r =$

$y_m - y = y_m - x$ ,  $e = (e_r, e_{r-1}, \dots, e^{(n-1)})^T$  정의하고,

$s$  평면의 좌반면에 위치하는 극값

$k = (k_1, \dots, k_s)^T$ 를 정의하면 페루프 시스템에서 시간  $t \rightarrow \infty$ 에 따라  $e(t) \rightarrow 0$ 로 수렴하는 제어기를 (식 2.4)와 같이 설계할 수 있다.

$$u^* = \frac{1}{g(X)} [-f(X) + y_m^{(n)} + k^T e] \quad (2.4)$$

(식 2.1)과 (식 2.4)으로 (식 2.5)과 같은 페루프 다행식을 얻을 수 있다.

$$e^{(n)} + k_1 e^{(n-1)} + \dots + k_n e = 0 \quad (2.5)$$

그러나,  $f(X)$ 와  $g(X)$ 는 알려지지 않은 함수이므로 (식 2.5)와 같이 이상적인 제어기를 설계할 수 없다.

합리적인 제어기 설계는 퍼지 시스템  $\hat{f}(X)$ 와  $\hat{g}(X)$ 에 의해  $f(X)$ 와  $g(X)$ 를 대체하는 것이다. 정확하지 않게 구성된  $\hat{f}(X)$ 와  $\hat{g}(X)$ 의 정밀도를 향상시키기 위해 실시간  $\hat{f}(X)$ 와  $\hat{g}(X)$ 의 변수들을 학습시킨다. 따라서 퍼지 제어기의 제어 입력은 (식 2.6)과 같다.

$$u = u_f = \frac{1}{\hat{g}(x|\theta_g)} [-\hat{f}(x|\theta_f) + y_m^{(n)} + k^T e] \quad (2.6)$$

여기서,  $\theta_f \in R^{m \times n}$  와  $\theta_g \in R^{m \times n}$ 은  $\hat{f}(x)$ ,  $\hat{g}(x)$ 에서의 조절 가능한 변수들이다.

제어기 (식 2.6)의 사용을 위해,  $\hat{f}(x|\theta_f)$ 와  $\hat{g}(x|\theta_g)$ 의 상세한 식을 설정해야 하는데, (식 2.2), (식 2.3)의 규칙의 수는 매우 작기 때문에,  $\hat{f}(x|\theta_f)$ 과  $\hat{g}(x|\theta_g)$ 을 규칙 (식 2.2), (식 2.3)으로 구성하는데 충분하지가 않다. 그래서, (식 2.2), (식 2.3) 규칙을 포함하는 규칙의 집합에 기초하여  $\hat{f}(x|\theta_f)$ 와  $\hat{g}(x|\theta_g)$ 을 간접 적용 퍼지 시스템으로 다음과 같이 설계한다.

### • 1 단계

변수  $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 에 대해  $F_i^r (r=1, 2, \dots, L_f)$ 을 포함하는  $p_i$  퍼지 집합  $A_i^l (l=1, 2, \dots, p_i)$ 을 정의하고,  $G_i^s (s=1, 2, \dots, L_g)$ 을 포함하는  $q_i$ 의 퍼지 집합  $B_i^k (k=1, 2, \dots, q_i)$ 을 정의한다.

### • 2 단계

$\prod_{i=1}^n p_i$ 로부터 퍼지 시스템  $\hat{f}(x|\theta_f)$ 을 구성하면

$$\text{IF } x_1 \text{ is } A_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^l, \text{ THEN } \hat{f} \text{ is } E^{l_1 \dots l_n} \quad (2.7)$$

$l_i = 1, 2, \dots, p_i, i = 1, 2, \dots, n$ 이고, IF 부분이 (식 2.2)과 같다면,  $E^{l_1 \dots l_n}$ 은 (식 2.2)의  $C^r$ 과 같다. 같은 방법으로,  $\prod_{i=1}^n q_i$ 로부터 퍼지 시스템  $\hat{g}(x|\theta_g)$ 을 구성하면

$$\text{IF } x_1 \text{ is } B_1^k \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } B_n^k, \text{ THEN } \hat{g} \text{ is } H^{k_1 \dots k_n} \quad (2.8)$$

여기서  $k_i = 1, 2, \dots, q_i, i = 1, 2, \dots, n$ 이고, IF 부분이 (식 2.3)과 같다면,  $H^{k_1 \dots k_n}$ 은 (식 2.3)의  $D^s$ 과 같다.

단일 퍼지화기(Singleton Fuzzifier), 곱 추론 엔진(Product Inference Engine), 평균 중심 비퍼지화기(Center Average Defuzzifier)를 사용하면 (식 2.9), (식 2.10)과 같다.

$$\hat{f}(x|\theta_f) = \frac{\sum_{l_1=1}^{p_1} \dots \sum_{l_n=1}^{p_n} (\bar{y}_f^{l_1 \dots l_n} \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i))}{\sum_{l_1=1}^{p_1} \dots \sum_{l_n=1}^{p_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i))} \quad (2.9)$$

$$\hat{g}(x|\theta_g) = \frac{\sum_{k_1=1}^{q_1} \dots \sum_{k_n=1}^{q_n} (\bar{y}_g^{k_1 \dots k_n} \prod_{i=1}^n \mu_{B_i^k}(x_i))}{\sum_{k_1=1}^{q_1} \dots \sum_{k_n=1}^{q_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{B_i^k}(x_i))} \quad (2.10)$$

$\bar{y}_f^{l_1 \dots l_n}$ 과  $\bar{y}_g^{k_1 \dots k_n}$ 은  $\theta_f \in R^{m \times n}$ ,  $\theta_g \in R^{m \times n}$ 에 속하는 적응 파라미터들이다. 그래서 (식 2.9), (식 2.10)을 (식 2.11), (식 2.12)과 같이 표현된다.

$$\hat{f}(x|\theta_f) = \theta_f^T \xi(x) \quad (2.11)$$

$$\hat{g}(x|\theta_g) = \theta_g^T \eta(x) \quad (2.12)$$

여기서,

$$\xi_{l_1 \dots l_n}(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i)}{\sum_{l_1=1}^{p_1} \dots \sum_{l_n=1}^{p_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i))} \quad (2.13)$$

$$\eta_{k_1 \dots k_n}(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{B_i^k}(x_i)}{\sum_{k_1=1}^{q_1} \dots \sum_{k_n=1}^{q_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{B_i^k}(x_i))} \quad (2.14)$$

이다. 2단계에서 적응 파라미터  $\theta_f$ ,  $\theta_g$ 가 (식 2.2), (식 2.3)에 따라 결정되고, 초기의 파라미터 설정 후 적응 규칙을 세워 추적 오차(Tracking Error)를 최소화한다.

### 2.3 적응 규칙의 설계

(식 2.1)에 (식 2.4)를 대입 함으로써 퍼지 제어 시스템의 폐루프 역학식을 (식 2.15)처럼 상태 방정식으로 유도 할 수 있다.

$$\dot{e} = Ae + b[\hat{f}(x|\theta_f) - f(x)] + [\hat{g}(x|\theta_g) - g(x)]u_f$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -k_n & k_{n-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & k_1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

적응 규칙은 추적 오차  $e$ 와 파라미터 오차  $\theta_f - \theta_f^*$ 와

$\theta_g - \theta_g^*$ 을 최소화하도록,  $\theta_f$ 와  $\theta_g$ 를 수정하는 구조를 가진다. 이 시스템의 적응 규칙과 안정성을 얻기 위해 (식 2.16)과 같은 Lyapunov 함수 후보(Lyapunov function candidate)를 선정한다.

$$V_e = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\gamma_1} (\theta_f - \theta_f^*)^T (\theta_f - \theta_f^*) + \frac{1}{2\gamma_2} (\theta_g - \theta_g^*)^T (\theta_g - \theta_g^*) \quad (2.16)$$

$\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ 는 양의 상수일 때, 폐경로 시스템의 궤적에 대한 함수  $V_e$ 의 미분식은

$$\dot{V}_e = -\frac{1}{2} e^T Q e + \frac{1}{\gamma_1} (\theta_f - \theta_f^*)^T [\dot{\theta}_f + \gamma_1 e^T P b \xi(x)] + \frac{1}{\gamma_2} (\theta_g - \theta_g^*)^T [\dot{\theta}_g + \gamma_2 e^T P b \eta(x) u_f] \quad (2.17)$$

이고,  $Q > 0$ 인 행렬이고,  $P\Lambda + \Lambda^T P = -Q$ 를 만족하는 양수인  $P$  행렬이 존재한다. 추적오차  $e$ 와 파라미터 오차  $\theta_f - \theta_f^*$ 와  $\theta_g - \theta_g^*$ 을 최소화하는 것은 함수  $V_e$ 를 최소화하는 것으로 함수  $\dot{V}_e$ 가 음수가 되도록 적응 규칙을 세워야 한다.  $-\frac{1}{2} e^T Q e$ 가 음수가 되도록 퍼지 시스템을 선정할 수 있기 때문에 (식 2.17)의 뒤의 식이 0이 되도록 (식 2.18)과 같은 적응 규칙을 세울 수 있다.

$$\dot{\theta}_f = -\gamma_1 e^T P b \xi(x)$$

$$\dot{\theta}_g = -\gamma_2 e^T P b \eta(x) u_f \quad (2.18)$$

(식 2.17)으로부터 (식 2.19)을 유도하여 얻을 수 있

다.

$$\dot{V}_e \leq -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b \omega \quad (2.19)$$

(식 2.19)로부터 리아프노프(Lyapunov) 이론에 따라 시스템이 점근적으로 안정하는 걸 알 수 있다.

### 3. 슬라이딩 제어기

슬라이딩 제어의 기본 아이디어는 (식 3.1)의 스칼라 합수로 정의된다.

$$S(x, t) = \left( -\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e, \lambda > 0 \quad (3.1)$$

추정 오차는  $e(t) = x(t) - x_d(t) = (e, \dot{e}, \dots, e^{n-1})^T$  으로 정의 하며, 추정 제어 문제는 상태 벡터  $e(t)$ 가 모든 시간  $t \geq 0$ 에 대해서 슬라이딩 평면  $s(x, t) = 0$ 에 머무르도록 하는 제어 법칙의 설계와 동일하다. 이러한 제어 법칙을 유도하기 위해  $V(0) = 0, V' > 0$ , for  $s > 0$ 을 가지는 리아프노프(Lyapunov) 후보 함수를 (식 3.1)과 같이 정의한다.

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (3.2)$$

시스템이 안정하기 위한 충분 조건은 (식 3.3)와 같다.

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (S^2) \leq -\gamma S \quad (3.3)$$

여기서,  $S$ 는 슬라이딩 평면으로부터의 거리,  $\gamma$ 는 양수이다. (식 3.3)로부터 도달 조건(reaching condition)을 (식 3.4)과 같이 얻는다.

$$S \cdot \text{sgn}(S) \leq -\eta \quad (3.4)$$

2차계 시스템에 대하여 (식 3.3)은 (식 2.1)과 (식 3.1)을 통하여 (식 3.5)로 유도되어진다.

$$S[\mathcal{A}(X) + u - \dot{x}_d + \lambda \dot{e}] \leq -\gamma S \quad (3.5)$$

(식 2.1)과 (식 3.5)을 사용하여 슬라이딩 제어 입력은 (식 3.6)처럼 유도 되어진다.

$$u = -\mathcal{A}(X) + \ddot{x}_d - \lambda \dot{e} - K(x, \dot{x}) \text{sgn}(S) \quad (3.6)$$

그러면 (식 3.5)는 (식 3.7)로 전개된다.

$$\text{sgn}(S)[\mathcal{A}(X) - \mathcal{A}(X) - K(x, \dot{x}) \text{sgn}(S)] \leq -\eta \quad (3.7)$$

$$K(x, \dot{x}) = \eta + F(X) \quad (3.8)$$

(식 3.7)의 등가로서 (식 3.8)을 이용하여 슬라이딩 제어 입력  $u$ 을 (식 3.6)처럼 유도 할 수 있다.

### 4. 제안한 제어기의 설계

외관과 파라미터의 변동이 심한 비선형과 불확실한 시스템을 제어하는데 강건한 제어기법인 슬라이딩 기법은 알고있는 플랜트의 파라미터를 가지고 상위 경계층과 하위 경계층을 구해야 한다. 본 논문에서 제안하는 알고리즘을 알지 못하는 플랜트의 파라미터들을 간접 적응 퍼지 제어기법을 사용함으로서 플랜트의 파라미터들을 추정하여 슬라이딩 평면을 재구성하고 또한 추정오차에 따른 학습률을 변화시켜 보다 강건하고 빠르게 수렴하는 알고리즘을 제시한다. 추정되어지는 파라미터 (식 2.9), (식 2.10)을 슬라이딩 제어기의 (식 3.5), (식 3.8)에 대입하여 제어기를 (그림 1)과 같이 구성하였다. 2000 하계학술대회 최창호간접 적응 퍼지 제어기법에 의한 슬라이딩 제어기 설계

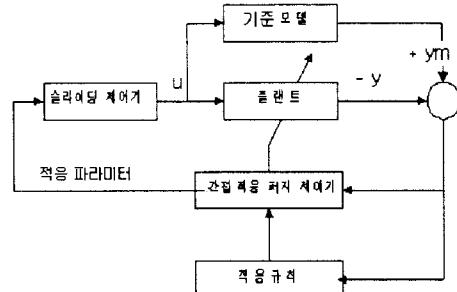


그림 1. 간접 적응 퍼지 제어기법을 이용한 슬라이딩 제어기

#### 4.1 도립 진자에 적용

제안한 제어 알고리즘의 성능을 평가하기 위해서 비선형 시스템의 모델로 대표적으로 사용되는 도립 진자에 적용을 하였다. (그림 2)는 시뮬레이션을 위한 도립 진자의 모델과 적용된 기준(Reference) 모델의 파라미터 값이다.

##### 4.1.1 도립 진자 시스템

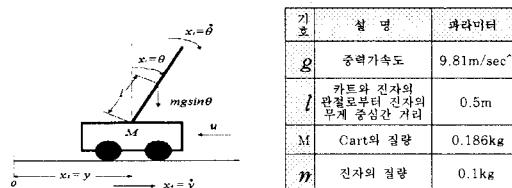


그림 2. 도립 진자 시스템과 플랜트

(그림 2)에서  $x_1$ 은 진자의 각도,  $x_2$ 는 진자의 각속도,  $x_3$ 는 cart의 기준으로부터의 위치,  $x_4$ 는 cart의 속도를 나타내는 상태변수이고, 도립진자 시스템의 모델링 수식은 (식 4.1)와 같은 상태 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{gsin x_1 \cdot \cos x_1 \left( \frac{-u - ml \dot{x}_2^2 \sin x_1}{M+m} \right)}{l(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{M+m})} \\ \frac{u + ml(\dot{x}_2^2 \sin x_1 - \dot{x}_2 \cos x_1)}{M+m} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

##### 4.1.2 파라미터 추정을 위한 IF-THEN 규칙

제어기 구성에 있어 각각의 상태 입력이 서로 독립적으로 구성된 각도와 거리 제어기로 분리하였다. 제어기를 설계하기 위한 각도에 대한 파라미터  $f(X)$ 와  $g(X)$ 의 입출력 동작을 묘사하기 위한 규칙 테이블은 (표 1)과 같이 구성하였다. 그리고 거리에 대한 파라미터  $r(Y)$ 와  $w(Y)$ 의 입출력 동작을 묘사하기 위한 규칙 테이블은 (표 2)와 같이 구성하였다.

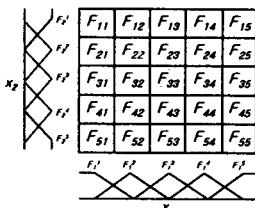


표 1.  $\hat{A}(x|\theta_f)$ 와  $\hat{g}(x|\theta_g)$ 의 퍼지 IF-THEN 규칙

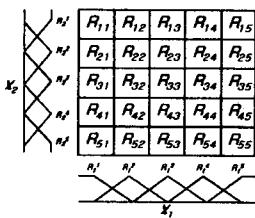


표 2.  $\hat{r}(y|\theta_y)$ 와  $\hat{w}(y|\theta_y)$ 의 퍼지 IF-THEN 규칙

## 4.2 시뮬레이션

<그림 3>,<그림 4>,<그림 5>는 <표 3>과 같은 초기 조건에 따른 상태 피드백 제어기와 제안한 제어기의 궤적을 나타낸 것으로서 과도응답이 없고 매우 빨리 안정적으로 수렴함을 알 수 있다. <그림 6>은 임의로 설정한 초기 파라미터 값이 학습을 통하여 쾌적의 파라미터로 학습되어지는 궤적을 나타낸 것이다.

초기 상태	각도	각 속도	위치	속도
학습 후 제어기	10(deg)	0(deg/s)	-5(cm)	0(cm/s)

표 3. 시뮬레이션을 위한 상태의 초기 값

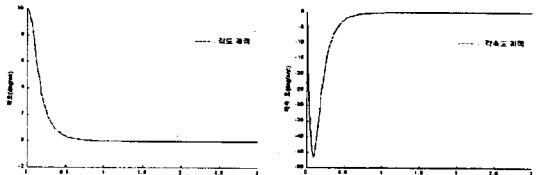


그림 3. 각도와 각속도의 궤적

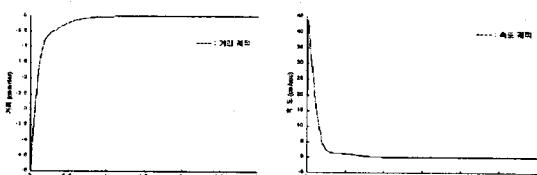


그림 4. 거리와 속도의 궤적

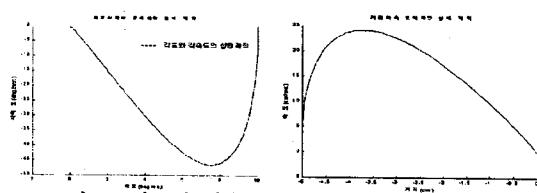


그림 5. 각도와 각속도, 거리와 속도의 상태 공간

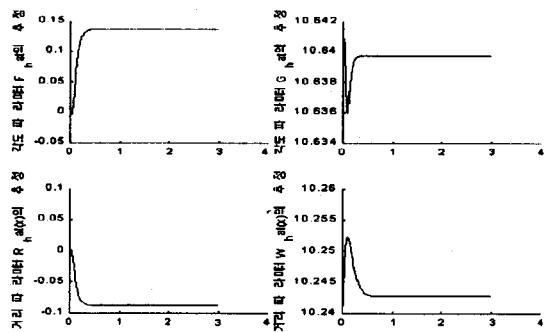


그림 6. 추정되는 파라미터 값의 변화

## 5. 결론

제어 알고리즘의 타당성과 안정성을 평가하고자 도립진자 시스템에 대하여 수학적 모델식을 따르지 않고 Lyapunov 합성 기법으로 설정한 적용 규칙에 따른 적용 퍼지 제어기법을 이용하여 슬라이딩 평면을 구성하는 파라미터를 추정하였다. 시뮬레이션 결과를 보면 과도 응답이 거의 없으며 아주 빠른 시간내에 안정점으로 수렴함을 알 수 있다. 비교적 단순한 학습 알고리즘을 통하여 실시간 학습의 우수성을 알았고, 적용 퍼지 제어기법과 슬라이딩 제어기의 유용성을 입증하였다.

파라미터를 추정하기 위한 규칙의 수는 안정성을 확보하고자 총 100개의 규칙을 사용하였고 초기 파라미터의 설정은 전문가 입장에서 플랜트의 알고 있는 지식을 합성하였다. 향후 과제로서 시뮬레이션이 아닌 실제 플랜트에 적용함으로써 알고리즘의 타당성과 안정성을 입증해 보여야겠다.

## (참 고 문 헌)

- [1] Li-Xin Wang, "A Course In Fuzzy Systems & Control", Prentice Hall PTR Prentice-Hall Inc., 1997
- [2] J.-S.R. JANG, "Neuro-Fuzzy and Soft Computing", Prentice Hall PTR Prentice-Hall Inc., 1997
- [3] J. E. Slotine, Weiping Li, "Applied Nonlinear Dynamics", Prentice-Hall Inc., 1991
- [4] Li-Xing Wang, "Adaptive Fuzzy Systems And Control", Prentice Hall PTR Prentice-Hall Inc., 1994
- [5] Astrom, Karl J. "Adaptive Control", Addison Wesley
- [6] Charles L. Phillips, H. Troy Nagle, "Digital System Analysis and Design", Prentice-Hall, Inc., 1995
- [7] William L. Brogan, Ph.D. "Modern Control Theory", Prentice-Hall Inc., 1997
- [8] George J. Klir and Tina A. Folger, "Fuzzy Uncertainty, and Information", Prentice Hall Inc., 1987
- [9] Li-Xing Wang, "Stable Adaptive Fuzzy Controller Application to Inverted Pendulum Tracking", IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Part B, Vol. 26, no. 5, 677-691
- [10] M. Vidyasagar, "Nonlinear Systems Analysis", Prentice-Hall, Inc., 1993
- [11] Lotfi A.Zadeh, "Fuzzy and Neural Approach Engineering", A Wiley-Interscience Publication, 1996