

**불확실한 비선형 시스템의 퍼지 슬라이딩모드 제어기 설계**

허성희\*, 박귀태\*, 김권호\*\*

\*: 고려대학교 전기전자전파공학부, \*\*: 한국과학기술연구원 지능제어연구소

**Design of a Fuzzy-Sliding Mode Controller for an Uncertain Nonlinear System**

Huh, S.H\*, Park, G.T\*, Kim, G.H\*\*

\*: Dep. of Elect. Eng. Korea Univ. Seoul, Korea,

\*\* : Intelligent Control Research Center, KIST, Seoul, Korea

**Abstract** - Robustness characteristics to the modelling imprecision and some disturbances could be achieved in sliding mode control. However, there are drawbacks such as discontinuous control and chattering. Recently, many researches have been developing to solve such the problems. In sliding mode control, overall control input could be divided into two parts which are equivalent control input and sliding mode control input. Sliding mode control input is a function of the switching surfaces and can be designed with their linear combinations. In this paper, the sliding mode control input is designed by TSK fuzzy model. The proposed method gives the continuous sliding control input and reject the chattering phenomenon.

터의 거리에 따른 연속적인 제어입력 값을 갖으며 스위칭 시에 나타나는 채터링현상을 없앨 수 있다. 또한 추종 성능에 직접적인 영향을 주는 경계 값의 설정문제를 해결하였다. 본 논문의 내용은 다음과 같다. 2장에서는 슬라이딩 모드 제어의 일반적인 내용 및 본 논문에서 사용된 TSK 퍼지모델에 대하여 간략히 설명하였다. 3장에서는 제안된 퍼지 슬라이딩 모드 제어기에 대해서 설명한다. 4장에서는 제안된 제어기의 실현성 및 성능을 검증하기 위한 모의실험내용을 다루었으며 마지막 5장에서는 결론 및 차후의 연구 방향에 대해서 논하겠다.

**1. 서 론**

**2. 슬라이딩모드 제어**

**2.1 슬라이딩모드 제어**

다음과 같은 단일 입출력 n차원의 어파인(affine) 시스템을 고려해보자

$$\dot{x} = f(X) + u + d(t) \tag{1}$$

모델링 된 시스템이 파라미터 또는 유계의란에 대한 불확실성을 가질 때 이들에 강인한 특성을 갖는 슬라이딩 모드제어기를 설계 할 수 있다. 하지만 제어기 설계 시에 수반되는 불연속적인 제어입력 및 채터링 현상은 제어시스템에 고주파를 유발시키며 이것은 모델링되지 않는 시스템의 동특성을 갖게하며 제어시스템이 고주파보다 느리게 반응할 경우 원치 않는 제어결과를 갖게되는 문제점이 있다. [1] 이러한 전통적인 문제점들을 해결하기 위하여 먼저 스위칭 평면근방에 경계값을 설정하는 방식이 제안되었다. [1,2] 스위칭 함수로서  $\text{sgn}()$  함수 대신  $\text{sat}()$  함수를 사용하여 제어입력의 불연속성 및 채터링 현상을 억제하였다. 하지만 시스템의 응답 특성에 직접적인 영향을 주는 경계 값 및 제어기 이득의 값을 설정하는 것이 여전히 문제로 남았다. 이러한 문제점을 해결하기 위한 하나의 방편으로서 퍼지 슬라이딩 모드제어기가 제안되었으며 [4], 설계자의 시행착오에 의존하던 제어기 파라미터들의 선정에 따르는 문제점들을 해결할 수 있었다. 하지만, 전체 제어 시스템의 안정도를 증명하기에는 한계가 있으며 [5] 따라서 강인성과 안정도가 고려되고 더 나은 추종 성능을 갖게 하기 위한 많은 연구들이 요 근래 들어서 까지 이어지고 있다. [3,5]

여기서  $f(X)$ 는 미지의 연속함수이고  $u \in R$  과  $x \in R^n$  은 각각 시스템의 입력과 출력,  $d(t)$ 는 유계 외란이다. 그리고  $X = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in R^n$  은 측정 가능한 상태 변수 벡터이다. (1)이 제어가능하기 위해서는 다음의 가정이 필요하다.

$$|d(t)| \leq D \tag{2}$$

$$|f_e(X) - f(X)| \leq F$$

여기서  $f_e(X)$ 는  $f(X)$ 의 근사치이다.

시스템 (1)의 제어 목적은  $f(X)$ 와  $d(t)$ 의 불확실성이 존재 할 때 추종 오차  $e$ 를 0으로 만드는 것이다. ( $e = X - X_m$ )

일반적으로 슬라이딩 평면  $s$ 를 다음과 같이 설정한다.

$$s = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e = 0 \tag{3}$$

여기서  $\lambda$ 는 양의 상수이다.

시스템의 궤적이 슬라이딩 평면 밖에 있을 때 다음의 슬라이딩 조건(식 (4))을 만족하도록 제어입력의  $k$  값을 설정한다.

슬라이딩 모드 제어시스템의 전체 제어 입력은 등가 제어입력 항과 슬라이딩 모드 제어입력 항인 강인 제어입력의 합으로 이루어진다. [1] 또한 강인 제어 입력 항은 스위칭 평면  $s$ 의 함수로 표현된다. 따라서 위상평면(phase plane)상에서 표현되는 스위칭 평면으로부터의 거리에 따라서 이상적인 강인제어입력 값은 존재하며 이것을 스위칭 평면의 선형 조합으로 나타낼 수 있다. 본 논문에서는 구간적으로 선형 조합이 가능한 강인제어입력을 TSK 퍼지 모델을 이용해서 설계하였다. 제안된 퍼지 슬라이딩모드 제어기는 스위칭 평면으로부

$$\ddot{s} \leq -\eta |s| \quad (4)$$

전체 제어입력  $u$  는

$$u = u_{eq} + k \operatorname{sgn}(s)$$

또는

$$u = u_{eq} + k \operatorname{sat}(s/\Phi) \quad (5)$$

여기서  $\eta$  는 양의 상수이며  $u_{eq}$  는 등가 입력,  $\Phi$  는 경계 값이다.

일반적으로 제어시스템의 안정적인 동작을 위해서는 제어입력이 첨점이 없는 연속함수 형태인 것이 좋다. 따라서 다음과 같은 형태의 제어입력을 생각할 수 있다. [3]

$$u = u_{eq} + \gamma s \quad (6)$$

여기서  $\gamma$  는 양의 상수이다.

이것을 식(5)와 비교하면 그림 1과 같다. 그림1 에서 보듯 강인제어 입력 항( $Us$ )의 부호는 같고 경계값 안에서의 제어입력값은  $\gamma$  값의 설정에 따라서 달라질 수 있다.

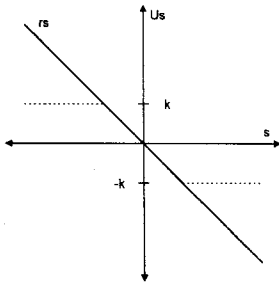


그림 1 강인제어입력의 비교

## 2.2 TSK(Tagaki-Sugeno-Kang) 퍼지 모델

널리 알려진 바와 같이 TSK 퍼지 모델은, 부분적으로 선형화가 가능한 비선형 시스템의 모델링 및 제어시스템 설계에 효과적으로 사용될 수 있다. TSK 퍼지모델의 입력과 출력의 퍼지 규칙이 다음과 같을 때,

$$L^i: \text{If } x \text{ is } A^i \text{ then } y^i = c_i^i x$$

여기서  $i = (1, 2, \dots, q)$

무게중심법을 이용한 퍼지 출력값  $Y(x)$ 는 다음과 같다.

$$Y(x) = \frac{\sum_{i=1}^q A^i y^i}{\sum_{i=1}^q A^i} \quad (7)$$

정리하면

$$\begin{aligned} Y(x) &= g(A^1 y^1 + A^2 y^2 + \dots + A^q y^q) \\ &= g \sum_{i=1}^q A^i c_i^i x = Dx \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$D = g \frac{\sum_{i=1}^q A^i c_i^i}{\sum_{i=1}^q A^i}, \quad g = \frac{1}{\sum_{i=1}^q A^i}$$

이다.

## 3. 퍼지 슬라이딩모드 제어

본 논문에서는 강인제어 입력에  $\operatorname{sgn}()$  및  $\operatorname{sat}()$  함수를 사용하는 대신 TSK 퍼지모델을 사용했다. 즉, 위상평면 상에서의  $s$  는 퍼지 분할되고, 각 분할 구간에서의 제어 입력값을  $s$  에 대한 선형 모델로 나타내었다. 제어 입력은 등가 제어 입력 값에 TSK 퍼지 출력값을 더한 형태로 표현된다.

$$u = u_{eq} + Y(s) \quad (9)$$

등가 제어 입력 값은 비선형 플랜트가 정확히 모델링 되었을 때의 제어 입력 값이며 퍼지 출력값  $Y(s)$ 는 슬라이딩 평면에 대한 방정식으로써 모델링 오차 및 외부 외란에 대한 강인성을 보장한다. 본 논문에서 사용된 TSK 퍼지 모델의 제어규칙은 다음과 같다.

$$L^i: \text{If } s \text{ is } A^i \text{ then } y^i = c_i^i s \quad (10)$$

각 제어규칙의 퍼지 출력은 스위칭 평면의 선형 조합으로 표현되며 스위칭 평면으로부터의 거리에 따른 연속적인 제어입력 값을 갖는다.

## 4. 모의실험

모의실험에는 다음의 2차 시스템이 사용되었다.

$$\ddot{x} = p(t)x^2 \cos x \sin 3x + u \quad (11)$$

$$1 \leq p(t) \leq 2$$

파라미터  $p(t)$ 에 불확실성이 존재하므로 다음과 같이 근사화 시켰다.

$$\hat{f} = 1.5x^2 \cos x \sin 3x \quad (12)$$

그림 2는 전체 제어입력을 나타낸다.

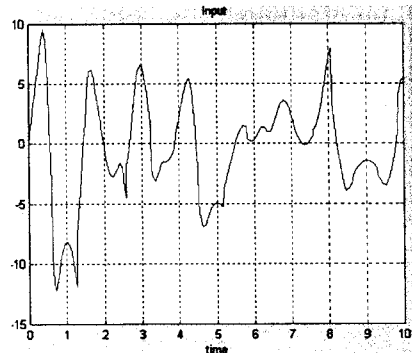


그림 2 제어입력

그림 3은 기준입력과 제어시스템 출력결과이다.

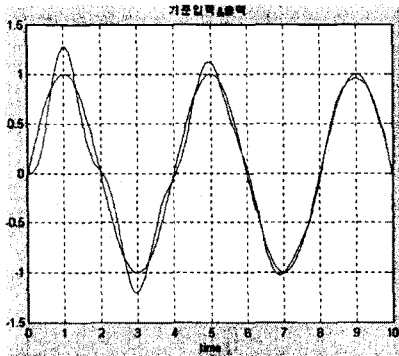


그림 3 기준입력 및 출력

그림 4는 기준입력에 대한 제어시스템의 추종오차를 나타낸다.

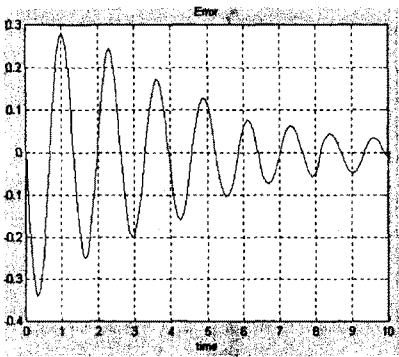


그림 4 추종오차

### 3. 결 론

본 논문에서는 불확실한 비선형 시스템의 모델링 오차 및 외란으로 인한 추종 성능을 개선하기 위한 슬라이딩 모드 퍼지 제어를 제안 하였다.

제안된 슬라이딩 모드 퍼지제어기는 슬라이딩 평면으로부터의 거리에 따른 슬라이딩 평면에 대한 일차 방정식으로 간단히 표현되었으며 채터링이 없는 연속적인 제어 입력을 얻을 수 있다.

하지만 TSK퍼지모델을 구현함에 있어서 후건부 파라미터값의 선정에 어려움이 있으며 이에 대한 보완이 필요하다.

#### (참 고 문 헌)

- [1] J.J. E. Slotine, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall 1991
- [2] J.J. E. Sloine, "Sliding controller design for non-linear systems", *Int. J. Control*, Vol.40, No. 2, pp421-434, 1984
- [3] D.Q.Zhang 외1, "Chattering-free and fast-response sliding mode controller", *IEE Proc. Control Theory, Appl.*, Vol.146, No.2, Mar.,1999

- [4] A.Ishigame 외3, "Sliding mode controller design based on fuzzy inference for non-linear systems", *IECON'91*, pp2096-2101
- [5] W. Chang, 외 3, "Robust fuzzy-model-based controller for uncertain systems", *IEEE Int. Fuzzy Sys. Conf. Proc.* 1999