

근사화 오차의 유계상수 추정과 동적인 퍼지규칙을 이용한 비선형 계통에 대한 강인한 적응 퍼지 제어기 설계

박장현*, 서호준*, 박귀태*
*고려대학교 전기·전자·전파공학부

Design of Robust Adaptive Fuzzy Controller for Uncertain Nonlinear System Using Estimation of Bounds for Approximation Errors and Dynamic Fuzzy Rule

Jang-Hyun Park*, Ho-Joon Seo*, Gwi-Tae Park*
*School of Electrical Engineering, Korea Univ.

Abstract - In adaptive fuzzy control, fuzzy systems are used to approximate the unknown plant nonlinearities. Until now, most of the papers in the field of controller design for nonlinear system using fuzzy systems considers the affine system with fixed grid-rule structure. This paper considers general nonlinear systems and dynamic fuzzy rule structure. Adaptive laws for fuzzy parameters and fuzzy rule structure are established so that the whole system is stable in the sense of Lyapunov.

1. 서론

퍼지 시스템은 임의의 함수를 원하는 정도의 정밀도로 근사화할 수 있고[1] 전문가의 지식을 반영할 수 있다는 장점이 있다. 이러한 장점으로 인하여 퍼지 시스템을 이용한 제어기는 제어 대상에 대한 정확한 수학적 모델이 필요치 않으며, 최근 불확실한 비선형 계통에 대하여 리아프노프(Lyapunov)관점에서 안정한 퍼지 제어방식이 널리 연구되고 있다.[2,3,5] 그러나 이들은 모두 계통의 동특성식이 입력함에 대해 선형인 어파인(affine) 계통에 대해서만 적용가능하며 또한 퍼지 규칙 구조(fuzzy rule structure)는 모두 초기에 격자구조로 결정된 후 고정되어 제어기의 차수가 불필요하게 높아진다는 단점이 있다. 본 논문에서는 일반적인 비선형 계통에 대해서 강인한 적응 퍼지 제어기를 설계함을 목적으로 한다. 제시한 제어기는 온라인(on-line)으로 퍼지규칙의 파라미터 뿐만 아니라 구조도 갱신이 되며 리아프노프(Lyapunov) 관점의 안정도가 보장되도록 제어규칙과 파라미터 갱신법칙을 결정한다.

2. 문제기술

본 논문에서는 다음과 같은 단일입력 단일출력(SISO) 비선형 시스템을 고려한다.

$$y^{(n)} = F(y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, u) \quad (1)$$

여기서
 $y \in R$: 시스템의 출력
 $u \in R$: 제어입력
 $y^{(i)} \ i=1, \dots, n$: y 의 i 번째 시간 도함수
 $F(\cdot) : R^n \rightarrow R$: 미지의 비선형 함수
 이다.

$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T = [y \ y^{(1)} \ \dots \ y^{(n-1)}]^T \in R^n$ 으로 정의하면 (1)은 다음과 같은 상태방정식으로 기술된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= F(x, u) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (2)$$

정의 1 : U 를 R^n 의 open subset이라고 하자. 함수 $f(w) : U \rightarrow R$ 는 모든 $w_a, w_b \in U$ 에 대해서 다음을 만족시키는 양의 상수 L 이 존재하면 U 에서 Lipschitz라고 한다.

$$|f(w_a) - f(w_b)| \leq L|w_a - w_b| \quad (3)$$

정리 1 : 만약 함수 f 가 C^1 에 속하면 f 는 locally Lipschitz이다. 또한 $\Omega \subset U$ 가 compact이면 f 는 Ω 에서 Lipschitz이다.

비선형 계통 (1)에 대해 제어기를 설계하기 위해서 다음

과 같은 가정들이 필요하다.

가정 1: (1)의 함수 $F(x, u)$ 는 $(x, u) \in R^{n+1}$ 에 대해서 C^1 이고, 입력 u 에 대해서 smooth한 함수이다.

가정 2: 모든 $(x, u) \in R^{n+1}$ 에 대해서 $\frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \neq 0$ 이 성립하고 $\frac{\partial F(x, u)}{\partial u}$ 의 부호는 알 수 있다.

가정 3: 기준입력 $y_d(t), y_d^{(1)}(t), \dots, y_d^{(n-1)}(t)$ 은 smooth하고 유계이다.

가정 1에 의해서 $F(x, u)$ 는 u 에 대해서 smooth한 함수이므로 다음과 같이 $F(x, u)$ 를 명목입력값(nominal input)인 u_0 에 대해서 Taylor series expansion을 할 수 있다.

$$F(x, u) = F(x, u_0) + \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \right|_{u=u_0} (u - u_0) + O(\cdot) \quad (4)$$

여기서 $O(\cdot)$ 는 고차항(higher order term)으로서 다음과 같다.

$$O(\cdot) = \sum_{k=2}^{\infty} \Delta F^{(k)} (u - u_0)^k, \Delta F^{(k)} = \left. \frac{\partial^k F(x, u)}{k! \partial u^k} \right|_{u=u_0} \quad (5)$$

이제 다음과 같이 $f(x), g(x), u_d$ 를 정의하면

$$f(x) \triangleq F(x, u_0), g(x) \triangleq \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \right|_{u=u_0}, u_d \triangleq u - u_0 \quad (6)$$

(1)은 다음과 같이 다시 기술될 수 있다.

$$\dot{x}^{(n)} = f(x) + g(x)u_d + O(\cdot) \quad (7)$$

(7)의 함수 $f(x), g(x)$ 는 미지의 함수이므로 본 논문에서는 퍼지 시스템을 이용하여 이들을 동정한다.

정리 2: 다음을 만족하는 l_1, l_2 가 존재한다.

$$\|O(\cdot)\| \leq l_1|u_d| + l_2\|x\| \quad (8)$$

증명: 가정 1에 의해서 $\Delta F^{(k)}$ 은 C^1 에 속하고 u_d 도 C^1 에 속하므로 $O(\cdot)$ 은 compact set Ω 에서 Lipschitz임을 알 수 있다. 따라서 정의 1에 의해서 (8)이 성립한다. 본 논문에서는 제어기를 설계할 때 (8)의 l_1 과 l_2 를 추정하는 기법을 이용하므로 설계자가 이들 상수값을 계산해야 할 필요는 없다.

3. 퍼지 시스템을 이용한 함수의 근사화

[1]에 의하면 crisp 퍼지화기, max-product 추론, 무게 중심 비퍼지화기를 사용하면 퍼지시스템의 출력은 다음과 같고

$$y(x, \theta) = \frac{\sum_{i=1}^M \theta_i \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j}(x_j) \right)}{\sum_{i=1}^M \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j}(x_j) \right)} \triangleq \theta^T \xi(x) \quad (9)$$

위는 임의의 함수를 원하는 정도까지 근사화할 수 있다는 사실이 알려져 있다. 여기서 μ_{F_j} 은 i 번째 상태변수에 대한 i 번째 퍼지 소속함수를 나타내고 θ 는 퍼지후전부 파라미터 벡터이고 M 은 퍼지규칙의 개수를 나타낸다. $\xi(x)$ 는 k 번째 요소가 다음과 같이 정의되는 M 차원의 벡터이며 퍼지 기저 함수 벡터(fuzzy basis function vector)라고 한다.

$$\xi_k(x) = \frac{\prod_{j=1}^n \mu_{F_j}(x_j)}{\sum_{i=1}^M \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j}(x_j) \right)} \quad (10)$$

본 논문에서는 k 번째 퍼지 기저함수는 시간 t 에서 다음

조건이 만족이 되고 시간 t 이전에 활성화 되지 않았으면 그 이후에 활성화가 되는 방법을 취한다.

$$\xi_k(x) \geq \varepsilon_{FBF} \quad (11)$$

여기서 ε_{FBF} 는 활성화 경계값(activation threshold)을 나타내며 $0 < \varepsilon_{FBF} < 1$ 의 범위를 갖는다. 즉, 이 값 이하의 FBF는 무시한다. 이러한 동적인 퍼지규칙을 사용하면 시간 t 에서의 퍼지 시스템의 출력은 오직 그 때까지 활성화된 퍼지 규칙들에 의해서 결정된다. 활성화된 FBF와 그에 대응하는 퍼지 후건부 파라미터를 ξ_{fa}^* , ξ_{ga}^* , θ_{fa}^* , θ_{ga}^* 라고 하면 퍼지 시스템을 이용하여 함수 f, g 를 추정하는 식은 다음과 같다

$$\hat{f}_a(x, \theta_{fa}) = \theta_{fa}^T \xi_{fa} \quad (12a)$$

$$\hat{g}_a(x, \theta_{ga}) = \theta_{ga}^T \xi_{ga} \quad (12b)$$

(7)의 f, g 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f(x) = \hat{f}(x, \theta_{fa}^*) + \delta_f = \theta_{fa}^{*T} \xi_{fa} + \delta_f \quad (13a)$$

$$g(x) = \hat{g}(x, \theta_{ga}^*) + \delta_g = \theta_{ga}^{*T} \xi_{ga} + \delta_g \quad (13b)$$

여기서 θ_{fa}^* , θ_{ga}^* 는 최적의 퍼지 파라미터이며 다음과 같이 활성화된 부분 θ_{fa}^* , θ_{ga}^* 과 아직 비활성화된 부분 θ_{fp}^* , θ_{gp}^* 로 나눌 수 있다.

$$\theta_{fa}^* = \begin{bmatrix} \theta_{fa}^* \\ \theta_{fp}^* \end{bmatrix}, \theta_{ga}^* = \begin{bmatrix} \theta_{ga}^* \\ \theta_{gp}^* \end{bmatrix} \quad (14)$$

위와 유사하게 θ_{fa}^* , θ_{ga}^* 의 추정치인 θ_f , θ_g 도 다음과 같이 분리할 수 있다.

$$\theta_f = \begin{bmatrix} \theta_{fa} \\ \theta_{fp} \end{bmatrix}, \theta_g = \begin{bmatrix} \theta_{ga} \\ \theta_{gp} \end{bmatrix} \quad (15)$$

위에서 기술된 퍼지 시스템을 이용하여 제어기를 구하고 강인제어항을 구성하는 방법을 다음 절에서 논한다.

4. 퍼지 시스템을 이용한 강인한 적응 제한 선형화 제어기 설계

4.1 제어기 구조와 오차방정식

(13)을 이용하면 (7)은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$x^{(n)} = \hat{f}(x, \theta_{fa}^*) + \delta_f(x) + (\hat{g}(x, \theta_{ga}^*) + \delta_g(x))u_d + O(\cdot) \quad (16)$$

(3)에 존재하는 근사화 오차와 고차항에 대하여 강인한 제어기를 설계하는 것이 이 장의 내용이다. 제어입력은 다음과 같이 결정한다.

$$u = -\frac{1}{\hat{g}_a} (-\hat{f}_a + y_m^{(n)} + k^T e + \beta) = u_c + \frac{\beta}{\hat{g}_a} \quad (17)$$

여기서 β 는 재구성 오차를 다루기 위한 강인제어항으로서 뒤에서 정의되며 벡터 k 는 $s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n = 0$ 의 근이 s -평면의 좌반면에 있도록 선정된다. (17)을 (16)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{e} = \Lambda_c e + b_c((\hat{f}_a - \hat{f} - \delta_f) + (\hat{g}_a - \hat{g} - \delta_g)u_d - \beta - O(\cdot)) \quad (18)$$

여기서 \hat{f} 와 \hat{g} 는 각각 $\hat{f}(x, \theta_f^*)$ 와 $\hat{g}(x, \theta_g^*)$ 이며

$$\Lambda_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -k_n & -k_{n-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & -k_1 \end{bmatrix}, b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

이다. Λ_c 는 안정적인 행렬이므로 임의의, $n \times n$ 양정치(positive definite) 행렬 Q 에 대하여 다음과 같은 관계를 만족하는 양정치 대칭행렬 P 가 존재한다.

$$\Lambda_c^T P + P \Lambda_c = -Q \quad (20)$$

4.2 퍼지 파라미터 갱신법칙과 안정도 해석

재구성 오차에 대해 다음과 같은 가정이 성립한다.

가정 4: compact region Ω 에서 다음이 성립한다.

$$|\delta_f(x)| \leq \varepsilon_f \quad \forall x \in \Omega \quad (21)$$

$$|\delta_g(x)| \leq \varepsilon_g \quad \forall x \in \Omega \quad (22)$$

여기서 ε_f 와 ε_g 는 미지의 유계 상수이다.

가정 5: 최적의 퍼지 후건부 파라미터는 유계이다. 즉 다

음을 만족하는 상수 M_f 와 M_g 가 존재한다.

$$|\theta_f^*| < M_f \quad (23)$$

$$|\theta_g^*| < M_g \quad (24)$$

적용법칙을 유도하기 위해서 다음과 같이 리아프노프함수를 정의한다.

$$V = \frac{1}{2} \left(e^T P e + \frac{1}{\gamma_f} \theta_f^T \theta_f + \frac{1}{\gamma_g} \theta_g^T \theta_g + \frac{1}{\gamma_\psi} \psi^T \psi \right) \quad (25)$$

여기서 P 는 양정치 행렬이고 $\theta_f = \theta_f - \theta_f^*$, $\theta_g = \theta_g - \theta_g^*$, $\psi = \psi - \psi^*$ 이다. 위 함수를 시간에 대해 미분하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c (\theta_{fa}^T \xi_{fa} + \theta_{fp}^T \xi_{fp} - \delta_f \\ & + \theta_{ga}^T \xi_{ga} u_d + \theta_{gp}^T \xi_{gp} u_d - \delta_g u_d - \beta - O(\cdot)) \\ & + \frac{1}{\gamma_f} \theta_f^T \dot{\theta}_f + \frac{1}{\gamma_g} \theta_g^T \dot{\theta}_g + \frac{1}{\gamma_\psi} \psi^T \dot{\psi} \\ = & \frac{\gamma_f}{2} e^T Q e + \theta_{fa}^T (\eta_f^T e^T P b_c \xi_{fa}) \\ & + \theta_{ga}^T (\eta_g + e^T P b_c \xi_{ga} u_d) - e^T P b_c \delta_f \\ & + e^T P b_c \theta_{fp}^T \xi_{fp} - e^T P b_c \delta_g u_d + e^T P b_c \theta_{gp}^T \xi_{gp} u_d \\ & - e^T P b_c \beta - e^T P b_c O(\cdot) \\ & + \frac{1}{\gamma_f} \theta_f^T \dot{\theta}_f + \frac{1}{\gamma_g} \theta_g^T \dot{\theta}_g + \frac{1}{\gamma_\psi} \psi^T \dot{\psi} \end{aligned} \quad (26)$$

위에서 $\theta_{fp} = \theta_{gp} = 0$ 를 이용하였다. 만약 적용법칙을 다음과 같이 선정하면

$$\dot{\theta}_{fa} = -\gamma_f [e^T P b_c \xi_{fa} - \sigma(\theta_{fa} - \theta_{fa}^0)] \quad (27)$$

$$\dot{\theta}_{ga} = -\gamma_g [e^T P b_c \xi_{ga} u_d - \sigma(\theta_{ga} - \theta_{ga}^0)] \quad (28)$$

여기서 θ_{fa}^0 , θ_{ga}^0 는 각각 θ_{fa} 와 θ_{ga} 의 초기값이다. (13)으로부터 다음이 성립한다.

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e - \sigma \theta_{fa}^T (\theta_{fa} - \theta_{fa}^0) - \sigma \theta_{ga}^T (\theta_{ga} - \theta_{ga}^0) + \Lambda \quad (29)$$

여기서 $\sigma > 0$, θ_{fa}^0 , θ_{ga}^0 는 설계 상수이고

$$\Lambda = e^T P b_c (\theta_{fp}^T \xi_{fp} - \delta_f + \theta_{gp}^T \xi_{gp} u_d - \delta_g u_d - O(\cdot)) - e^T P b_c \beta + \frac{1}{\gamma_\psi} \psi^T \dot{\psi} \quad (30)$$

이다. 위의 Λ 는 근사화 오차와 고차항 그리고 비활성화된 최적 퍼지 규칙에 의한 불확실성을 나타낸다. $z = e^T P b_c$ 로 정의하고 (5)를 이용하면 (17)로부터 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$\begin{aligned} \Lambda = & z(\theta_{fp}^T \xi_{fp} - \delta_f + \theta_{gp}^T \xi_{gp} u_d - \delta_g u_d - O(\cdot)) - z\beta + \frac{1}{\gamma_\psi} \psi^T \dot{\psi} \\ \leq & \frac{1}{\gamma_\psi} \psi^T \dot{\psi} + |z| (|\theta_{fp}^T \xi_{fp}| + |\delta_f| + |\theta_{gp}^T \xi_{gp} u_d| + |\delta_g u_d| \\ & + |O(\cdot)|) + |z| \theta_{gp}^* \frac{\beta}{\hat{g}_1} + |z| \delta_g \frac{\beta}{\hat{g}_1} - z\beta \\ \leq & \frac{1}{\gamma_\psi} \psi^T \dot{\psi} + |z| (M_f \alpha_f + \varepsilon_f + M_g \alpha_g |u_d| + \varepsilon_g |u_d| \\ & + l_1 |u_d| + l_2 \|x\|) + |z\beta| \frac{M_g \alpha_g + \varepsilon_g + l_1}{|\hat{g}_1} - z\beta \end{aligned} \quad (31)$$

여기서 $\alpha_f = |\xi_{fp}|_{\max}$, $\alpha_g = |\xi_{gp}|_{\max}$ 이다. 벡터 ψ^* 와 s 를

$$\psi^* = [\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3] = [M_f \alpha_f + \varepsilon_f; M_g \alpha_g + \varepsilon_g + l_1; l_2]^T,$$

$s = [1 \ |u_d| \ \|x\|]^T$ 라고 정의하면 위식은 다음과 같이 다시 기술할 수 있다.

$$\Lambda \leq \frac{1}{\gamma_\psi} \psi^T \dot{\psi} + |z| \phi^* T s - z\beta + \frac{\psi_2^*}{|\hat{g}_1} |z\beta| \quad (32)$$

이제 β 를 다음과 같이 결정하면

$$\beta = \frac{\psi^T w}{1 - \psi_2^* / |\hat{g}_1|}, \quad w = \begin{bmatrix} \tanh\left(\frac{z}{\varepsilon}\right) \\ |u_d| \tanh\left(\frac{|z| |u_d|}{\varepsilon}\right) \\ \|x\| \tanh\left(\frac{|z| \|x\|}{\varepsilon}\right) \end{bmatrix} \quad (33)$$

다음이 성립함을 알 수 있다.

$$z\beta = z\psi^T w + z\beta \frac{\psi_2}{|\hat{g}|} \quad (35)$$

(35)를 (32)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Lambda &= \frac{1}{\gamma_\psi} \hat{\psi}^T \dot{\psi} - z \psi^T w - z\beta \frac{\psi_2}{|\hat{g}|} + z\beta \frac{\psi_2^*}{|\hat{g}|} \\ &\leq \frac{1}{\gamma_\psi} \psi^T \dot{\psi} - z \hat{\psi}^T w - z \psi^T w - z\beta \frac{\psi_2}{|\hat{g}|} \\ &\leq \hat{\psi}^T \left(\frac{1}{\gamma_\psi} \dot{\psi} - zw \right) + z\beta \frac{\psi_2}{|\hat{g}|} + \psi^* T (|z|s - zw) \end{aligned} \quad (36)$$

이제 ψ 의 적응법칙을 다음과 같이 결정한다.

$$\dot{\psi} = \gamma_\psi \begin{bmatrix} zw_1 - \sigma(\psi_1 - \psi_1^0) \\ zw_2 + \frac{z\beta}{|\hat{g}|} - \sigma(\psi_2 - \psi_2^0) \\ zw_3 - \sigma(\psi_3 - \psi_3^0) \end{bmatrix} \quad (37)$$

만약 $\psi_i^0 \geq 0, i=1,2,3$ 이라면 위의 적응법칙은 모든 $t \geq 0$ 에 대해서 $\psi_i(t) \geq 0$ 를 보장한다. 그 이유는 $zw_i \geq 0, z\beta \geq 0$ 이고 $\psi_i = 0$ 에서 $\dot{\psi}_i > 0$ 이기 때문이다.

(23)을 (22)에 대입하고 다음과 같은 부등식을 이용하면

$$0 \leq |k| - \eta \tanh\left(\frac{|x|}{\epsilon}\right) \leq x\epsilon \quad (38)$$

다음이 얻어진다.

$$\Lambda \leq -\sigma \hat{\psi}^T (\psi - \psi^0) + x\epsilon \|\psi^*\|_1 \quad (39)$$

여기서 x 는 $x = \exp(-(x+1))$ 을 만족하는 상수이다. ($x=0.2785$) (39)를 (29)에 적용하여 완전제곱꼴로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} e^T Q e - \sigma \partial_x^T (\theta_x - \theta_x^0) \\ &\quad - \sigma \partial_x^T (\theta_x - \theta_x^0) - \sigma \hat{\psi}^T (\psi - \psi^0) + x\epsilon \|\psi^*\|_1 \\ &= -\frac{1}{2} e^T Q e - \frac{\sigma}{2} (|\partial_{j_1}|^2 + |\partial_{j_2}|^2 + |\partial_{j_3}|^2) \\ &\quad + \frac{\sigma}{2} (|\theta_{j_1}^* - \theta_{j_1}^0|^2 + |\theta_{j_2}^* - \theta_{j_2}^0|^2 + |\psi^* - \psi^0|^2) + x\epsilon \|\psi^*\|_1 \end{aligned} \quad (40)$$

만약 $Q=I$ 로 선택하면 다음이 성립한다.

$$\dot{V} \leq -cV + \lambda \quad (41)$$

여기서

$$\begin{aligned} c &:= \min\left\{ \frac{1}{\lambda_{\max}(P)}, \sigma \gamma_f, \sigma \gamma_x, \sigma \gamma_\psi \right\} \\ \lambda &:= \frac{\sigma}{2} (|\theta_{j_1}^* - \theta_{j_1}^0|^2 + |\theta_{j_2}^* - \theta_{j_2}^0|^2 + |\psi^* - \psi^0|^2) + x\epsilon \|\psi^*\|_1 \end{aligned} \quad (42)$$

$\rho = \frac{\lambda}{c} > 0$ 으로 정의하면 (27)에 의해서 다음이 만족되고

$$\dot{V} \leq V(t) \leq \rho + (V(0) - \rho) \exp(-ct) \quad (43)$$

따라서 $x, \theta_x, \theta_c, \psi$ 는 uniformly bounded 된다. 또한 (12)와 (28)로부터 주어진 $\mu > \sqrt{2\rho}$ 에 대해서 모든 $t \in T$ 에 대해 다음이 만족하는 T 가 존재함을 알 수 있다.

$$|y(t) - y_m(t)| \leq \mu \quad (44)$$

만약 설계상수인 $\epsilon, \sigma, k_i, \gamma_f, \gamma_x$ 들을 적절히 선택하면 μ 를 원하는 정도까지 작게 만드는 것이 가능하며 따라서 추종오차를 0에 가깝게 보낼 수 있다.

5. 모의실험

제시한 알고리즘의 효율성을 보이기 위해 다음과 같은 계통에 대해서 모의실험을 수행하였다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1^2 + 0.15x^2 + 0.1(1+x_2^2)u + \sin(0.1u) \end{aligned} \quad (45)$$

위 계통의 비선형성에 대한 사전지식은 없다고 가정한다. (46)에서 가정 2가 만족됨을 알 수 있으며

$$\frac{\partial f(x,u)}{\partial u} = 0.45u^2 + 0.1 + 0.1x_2^2 + 0.1\cos(0.1u) > 0 \quad (46)$$

출력은 기준출력 $y_d(t) = \sin(t) + \cos(0.5t)$ 를 추종하도록 한다. 초기 상태변수값은 $x(0) = [0.6 \ 0.5]^T$ 으로 설정하였다. 제어기에 쓰인 상수값들은 다음과 같다.

$$\sigma = 0.01, \epsilon = 0.05, P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 15 \end{bmatrix}, \gamma_f = 1000, \gamma_x = 10, \gamma_\psi = 1, \epsilon_{FBF} = 0.1$$

모의실험 결과가 그림1에 도시되어 있다. 그림 1은 계통 출력과 기준출력을 도시한 것이고 그림2는 제어입력을 도

시한 것이다.

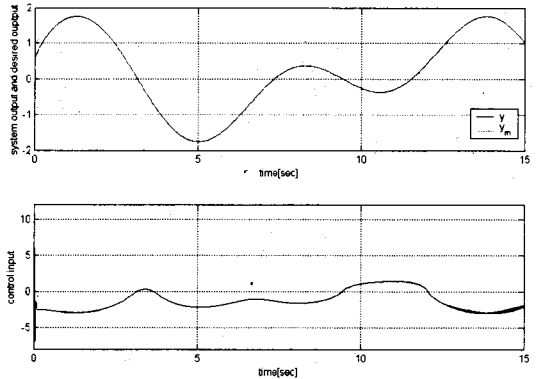


그림 1 시스템출력과 기준출력 그리고 제어입력
Fig. 1. system output, desired output and control input

초기 퍼지규칙의 개수는 3개이고 15초 후의 퍼지 규칙의 개수는 11개이다. 이는 격자규칙에 의해 생성된 퍼지 규칙의 개수인 25(5×5)개의 44%로서 시스템의 차수가 높아질수록 이 비율은 낮아질 것으로 기대된다.

6. 결론

기존 논문들이 어파인(affine) 비선형 시스템에만 적용 가능한 것에 비해 본 논문에서는 계통 동특성식의 우변이 상태변수와 제어 입력의 일반적인 함수인 계통에 대해서 강인한 적응 퍼지 제어를 설계하였다. 제시한 제어기는 온라인(on-line)으로 퍼지 규칙의 파라미터 뿐만 아니라 구조도 갱신이 되며 리아프노브(Lyapunov) 관점의 안정도가 보장되도록 제어규칙과 파라미터 갱신법칙을 결정한다.

참고문헌

- [1] L.-X. Wang, J. M. Mendel, "Fuzzy Basis Functions Universal Approximation, and Orthogonal Least-Squares Learning", IEEE Trans. Neural Network, vol. 3, no. 5, pp. 807-814, 1992.
- [2] Li-Xin Wang, "Stable Adaptive Fuzzy Controllers with Application to Inverted Tracking," IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics-Part B, vol. 26, No. 5, pp. 677-691, October 1996.
- [3] C.-S. Chen, W.-L. Chen, "Robust model reference adaptive control of nonlinear systems using fuzzy systems," Int. J. Systems Science, vol. 27, no. 12, pp. 1435-1442, 1996
- [4] M. U. Polycarpou, M. J. Mears, "Stable adaptive tracking of uncertain systems using nonlinearly parameterized on-line approximators," Int. J. Control, vol. 70, no. 3, pp. 363-384, 1998
- [5] B. Yoo, W. Ham, "Adaptive fuzzy sliding mode control of nonlinear system," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 6, no. 2, pp. 315-321, 1998
- [6] S. Fabri, V. Kadirkamanathan, "Dynamic Structure Neural Networks for Stable Adaptive Control of Nonlinear System," IEEE trans. Neural Networks, vol.7, no.5, pp.1151-1167, 1996
- [7] S. S. Ge, C. C. Hang, T. Zhang, "Adaptive Neural Network Control of Nonlinear Systems by State and Output Feedback," IEEE trans. Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, vol. 29, no. 6, pp. 818-828, Dec. 1999
- [8] Y. G. Leu, W. Y. Wang, T. T. Lee, "Robust Adaptive Fuzzy-Neural Controllers for Uncertain Nonlinear Systems," IEEE trans. Robotics and Automation, vol. 15, no. 5, pp. 805-817, 1999