

## 카오스 회로 동기화

배영철

### Synchronization of Chaos Circuit

Bae Young-Chul

Dept. of Electrical Eng. Nat'l Yosu Univ.

**Abstract** - Chua's circuit is a simple electronic network which exhibits a variety of bifurcation and attractors. The circuit consists of two capacitors, an inductor, a linear resistor, and a nonlinear resistor. In this paper, a transmitter and a receiver using two identical Chua's circuits are proposed and synchronizations of a T or  $\pi$  type power line are investigated. Since the synchronization of the power line system is impossible by coupled synchronization, theory having both the drive-response and the coupled synchronization is proposed. As a result, the chaos synchronization has delay characteristics in the power line transmission system caused by the line parameters L and C

#### 1. 서 론

최근에 카오스 현상에 대한 관심이 물리학, 화학, 생물학, 공학 등에서 높아지고 있으며 이에 대한 응용이 활발하게 진행되고 있다. Chua는 간단한 전자 회로로 카오스 현상이 존재함을 증명하였다. Chua 회로는 매우 단순한 자율, 3차계 시스템으로 가역성을 가지며 1개의 비선형 소자인 3구분 선형 저항 (3-segment piecewise-linear resistor) 과 4개의 선형 소자인 (R, L, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>)로 구성되는 발진회로다.

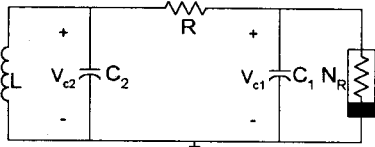


그림 1. Chua 회로  
Fig. 1. Chua's circuit

Matsumoto에 의해 제안된 Chua 회로[1]를 그림 1에 나타냈으며 상태방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} &= G(v_{C_2} - v_{C_1}) - g(v_{C_1}) \\ C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} &= G(v_{C_1} - v_{C_2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{C_2} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $G = 1/R$ ,  $g(\cdot)$ 는 식 (2)와 같이 표현되는 3구분 선형 함수 (3-segment piecewise-linear function) 이며 그림 2에 나타내었다.

$$g(v_R) = m_0 v_R + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)[|v_R + B_P| - |v_R - B_P|] \quad (2)$$

여기서  $m_0$  는 외부 영역의 기울기,  $m_1$  은 내부 영역의 기울기,  $\pm B_P$  는 break-point이다.

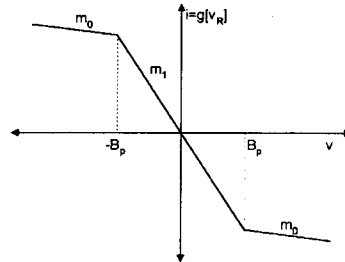


그림2. 비선형 저항의 전압 전류 특성  
Fig. 2. v-i characteristic of nonlinear resistor

카오스 동기화에 관한 연구는 구동 동기 이론이 주로 적용되나 이 방법은 두 개의 동일한 회로의 채널이 이상적인 경우에 한정되며 채널이 실제 선로를 고려한 경우에는 적용할 수 없는 문제점이 있다. 이에 본 연구에서는 동일한 2개의 Chua 회로 사이에 전력선을 둔 카오스 동기화에 관하여 연구하였다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 T형 및 $\pi$ 형 전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화

동일한 Chua 회로 2개를 송신부와 수신부로 놓고 그 사이에 T형 전력선과  $\pi$ 형 전력선을 가진 카오스 회로를 그림 3, 그림 4과 같이 나타내었다.

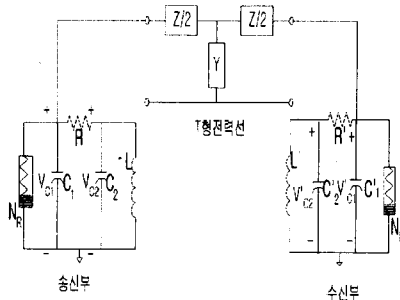


그림3. T형 전력선을 가진 카오스 동기 회로  
Fig. 3. Chaos synchronization with T type power line

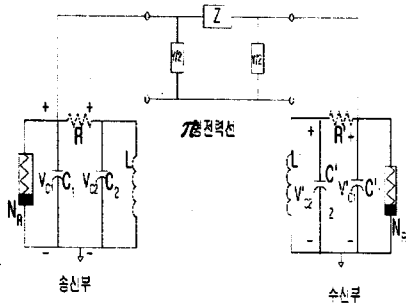


그림 4.  $\pi$ 형 전력선을 가진 카오스 동기 회로  
 Fig. 4. Chaos synchronization with  $\pi$  type power line

2.2 등가 T형 및  $\pi$ 형 전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화

동일한 Chua 회로 2개를 송신부와 수신부로 놓고 그 사이에 등가 전송 선로를 가진 암호 통신 회로를 그림 5, 6에 나타내었다.

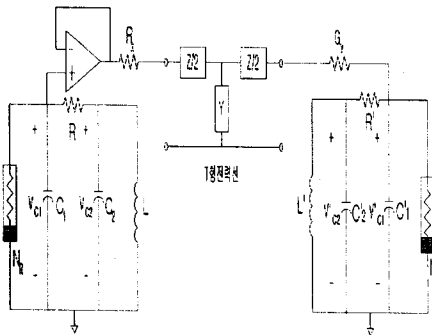


그림 5. T형 등가 전송선로를 가진 카오스 동기화 회로  
 Fig. 5 Chaos synchronization with T type equivalent transmission line.

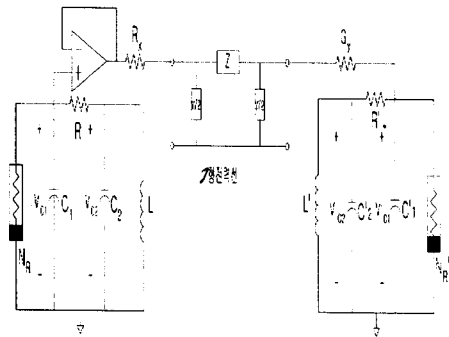


그림 6.  $\pi$ 형 등가 전송선로를 가진 카오스 동기화 회로  
 Fig. 6 Chaos synchronization with  $\pi$  type equivalent transmission line.

그림 5, 6과 같은 T형 및  $\pi$  전력선을 가진 동기화 회로의 상태 방정식을 다음과 같다.

송신부의 상태방정식

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{c_1}}{dt} &= G(v_{c_2} - v_{c_1}) - g(v_{c_1}) \\ C_2 \frac{dv_{c_2}}{dt} &= G(v_{c_1} - v_{c_2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{c_2} \end{aligned} \quad (3)$$

전력선로의 상태방정식

$$\begin{aligned} L_t \frac{di_{L_t}}{dt} &= v_{c_1} - (R_x + R_t)i_{L_t} - v_{c_2} \\ C_t \frac{dv_{c_1}}{dt} &= i_{L_t} - (G_t + G_y)v_{c_1} + G_y v_{c_1}' \end{aligned} \quad (4)$$

수신부의 상태방정식

$$\begin{aligned} C_2' \frac{dv_{c_2}'}{dt} &= G'(v_{c_1}' - v_{c_2}') + i_{L'} \\ C_1' \frac{dv_{c_1}'}{dt} &= G'(v_{c_2}' - v_{c_1}') - g(v_{c_1}') + G_y(v_{c_1} - v_{c_1}') \\ L' \frac{di_{L'}}{dt} &= -v_{c_2}' \end{aligned} \quad (5)$$

$v_x = v_{c_1} - v_{c_1}'$ ,  $v_y = v_{c_2} - v_{c_2}'$ ,  $i_z = i_L - i_{L}'$ 라 정의하고 식(3), 식(4), 식(5)에서 차 시스템을 구하면 식(6)와 같이 5차 시스템으로 정리 할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_x}{dt} &= G(v_y - v_x) - S_1 v_x + G_y(v_{c_1}' - v_{c_1}) \\ C_2 \frac{dv_y}{dt} &= G(v_x - v_y) + i_z \\ L \frac{di_z}{dt} &= -v_y \\ C_t \frac{dv_{c_1}}{dt} &= i_{L_t} + G_y(v_{c_1}' - v_{c_1}) \\ L_t \frac{di_{L_t}}{dt} &= v_{c_1} - v_{c_1}' - (R_x + R_t)i_{L_t} \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)에서 차 시스템은 시간이 지남에 따라 0으로 수렴해가는, 즉  $\lim_{t \rightarrow \infty} |v_x| = \lim_{t \rightarrow \infty} |v_y| = \lim_{t \rightarrow \infty} |i_z| = 0$ 가 되면 동기화가 이루어지는 것이다.

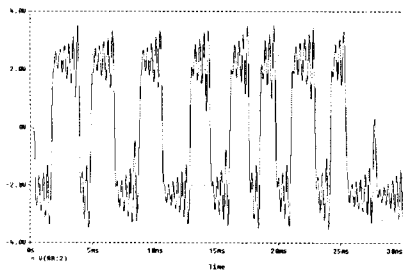
식(6)을 상태방정식 꼴로 고치고 간략화하기 위해  $x_1 = v_x$ ,  $x_2 = v_y$ ,  $x_3 = i_z$ ,  $x_4 = v_{c_1}$ ,  $x_5 = i_{L_t}$ ,  $u = v_{c_1}' - v_{c_1} = v_{c_1} - v_{c_1}'$ 라 놓고 정리하면 식(7)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(G+S_1)}{C_1} & \frac{G}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{G}{C_2} & \frac{-G}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-R_t+R_r}{L_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{G_s}{C_1} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{G_r}{C_t} \\ \frac{1}{L_t} \end{bmatrix} u \quad (7)$$

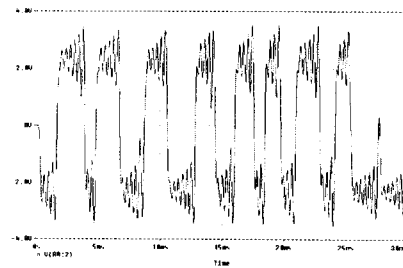
식 (7)에 식 (8)의

$$\begin{aligned} L, L' &= 18mH & R_x &= 780\Omega & C_t &= 0.062\mu F \\ C_1, C_1' &= 10nF & G_y &= 0.01\Omega & C_2, C_2' &= 100nF \\ R_t &= 89.7\Omega & R, R' &= 1.74K\Omega & L_t &= 0.04H \end{aligned} \quad (8)$$

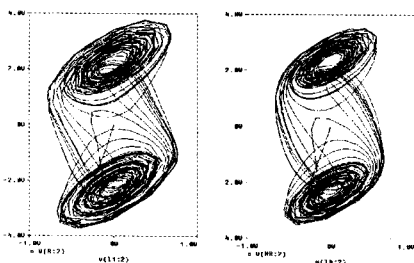
시스템 파라미터를 대입한 특성 방정식으로부터 안정도 판별에 의한 안정한 조건의  $R_x$ 와  $G_y$  값은  $R_x > 700\Omega$ ,  $G_y > 0.0125\Omega$ 이 되며 이를 적용한 동기화 결과를 송, 수신부의 시계열 데이터, 위상 공간으로 그림 7에 나타내었다.



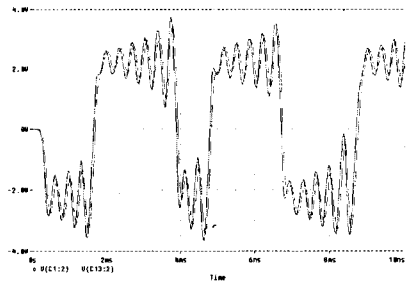
(a) 송신부의 시계열 데이터



(b) 수신부의 시계열 데이터



(c) 송, 수신부의 위상공간



(d) 송, 수신부의 시계열데이터비교

그림 7. 전력선 카오스 동기화 결과

Fig. 7 The result of chaos synchronization with transmission line.

그림 7에서 확인할 수 있듯이 위상 지연이 있는 동기화가 이루어짐을 알 수 있다.

### 3. 결 론

본 연구에서는 두 개의 동일한 Chua 회로에 전력선을 두어 등가 전송로를 구성한 후 구동-결합 동기 이론을 새롭게 적용한 동기화 방법을 제시하였으며, T형 및  $\pi$ 형 전력선을 가진 Chua 회로의 카오스 동기화는 전송선로의 L과 C 영향에 의한 시간 지연이 있는 동기화가 이루어짐을 확인할 수 있었다. 앞으로 시간 지연과 왜곡이 적은 적은 동기화와 이를 암호 통신에 적용하는 방법이 연구과제로 남는다.

### [참 고 문 헌]

- [1] T. Matsumoto, "A Chaotic Attractor from Chua's circuit", IEEE Trans. on Circuit and System, vol. CAS-31, pp. 1055 - 1058, 1984.
- [2] 배영철, 고재호, 임화영, "Chua 회로에서의 Bifurcation과 Attractor", 대한전기학회 하계 학술대회 논문집, pp. 664 - 666, 1995.
- [3] 배영철, 고재호, 임화영, "구분 선형 함수의 최적 구현에 관한 연구", 한국자동제어학회 회의 논문집, pp. 370 - 373, 1995.
- [4] F.H. Branin, JR, "Transient Analysis of Lossless Transmission Lines", Proc. IEEE, vol. 55 pp. 2112-2113, 1967.
- [5] L. Kocarev, K. S. Halle, K. Eckert and L. O. Chua, "Experimental Demonstration of Secure Communication via Chaotic Synchronization" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 2, no. 3, pp. 709-713, 1992.
- [6] K. S. Halle, C. W. Wu, M. Itoh and L. O. Chua, "Spread Spectrum Communication through Modulation of Chaos" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 3, no. 2, pp. 469-477, 1993.
- [7] 배영철, 손영우, 고윤석, "무손실 시간 지연을 갖는 Chua 회로에서의 카오스 해석", 한국통신학회논문지, 22권 2호 pp. 418 - 324, 1997.
- [8] 배영철, 고재호, 유창완, 홍대승, 임화영, "손실 전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 비밀 통신에 관한 연구", 한국통신학회논문지, 24권 10A pp. 1539 - 1545, 1999.
- [9] 배영철, 고재호, 유창완, 홍대승, 임화영, "RLCG 전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화에 관한 연구", 한국통신학회논문지, 24권 11B pp. 2030 - 2035, 1999.