

쌍일차계에 대한 FDI(고장검출 및 분리)의 대수적인 해석에 관한 연구

인 둔 기 · 조 영 호 · 오 민 환 · 김 재 일 · 채 영 무 · 안 두 수
 성균관대학교 전기전자및컴퓨터공학과 · 수자원연구소 · 동의공업대학 전자계산과 · 충주대학교 제어계측학과

A Study on the Algebraic Analysis of FDI(failure detection and isolation) in Bilinear System

Don-gi In · Young-ho Cho · Min-hwan Oh · Jae-il Kim · Young-mu Chae · Doo-soo Ahn
 Sungkyunkwan University Electrical & Computer Engineering · Korea Water Resources Corporation
 Dongeui Institute of Technology Computer Science
 Chungju National University Control & Instrument Engineering

Abstract - This paper introduces the design of a reduced order observer with unknown inputs for the purpose of fault detection and isolation(FDI) in a class of bilinear systems. To Analyze the observer and FDI, this paper uses BPF(block-pulse functions). The operational properties of BPF are much applied to the analysis of bilinear systems. The integral operational matrix BPF converts the form of the differential equation into the algebraic problems.

1. 서 론

제어 시스템에서 사소한 고장은 곧바로 전체 시스템의 붕괴나 커다란 인적, 경제적 손실로 이어질 수 있으므로 신뢰성이나 안전성 확보 문제가 중요시되고 있고, 이에 따라 시스템의 동작 환경에 대한 정보를 수집하고 고장 발생 유무를 판단하며, 고장 발생시 이를 조속히 검출해 내고 발생 이유 등을 분석할 수 있는 고장 진단 및 분리(FDI, failure detection and isolation)이 절대적으로 필요하다.[4]-[5] 그동안 미지 입력에 대한 선형계에서의 관측기 설계 등 그간 많이 연구되어 왔으나 [1] 산업현장의 복잡·다양해짐에 따라 이런 알고리즘은 비선형계로 확대되고 있다.[2]-[3]

쌍일차계는 비선형계의 특별한 경우로써 제어입력이 덧셈과 곱셈의 형태가 모두 존재하는 시스템으로써 이런 성질은 다양한 물리계를 만들어내는 중요한 현상이며 선형계의 특성을 포함하고 있다는 장점을 지니고 있다. 또한 이러한 선형성은 기존에 선형시스템에 제시되었던 많은 알고리즘을 비선형계에 응용할 수 있는 방법을 제공한다.[1]-[3] 비선형계에서의 관측기에 관한 연구는 1976년 Hara와 Furuta에 의해 소개되었고,[2] 1991년 Guan과 Saif의 쌍일차계에 대한 Luenberger 형태의 관측기를 제시하였다.[8] 1994년 다시 Saif에 의해서 좀더 발전된 관측기가 연구되었다. 본 연구에서 제시된 관측기는 구동기 및 감지기의 고장을 진단할 수 있는 관측기를 제안하게 된다.[1]-[4]

본 연구에서는 시스템 및 관측기의 제반 문제들을 대수적 접근 방식으로 쉽게 접근할 수 있는 직교함수들 중에서 타임 스케일링(time scaling)과 전개함수의 제약이 없는 블럭펄스함수를 이용하여 쌍일차 시스템에 새로운 최소 차수 관측기 설계에 대한 대수적인 접근 방법을 소개하였고 이 알고리즘을 이용하여 구동기 고장이 있는 경우에 대한 진단방법을 제시하였다.[6]-[7] 여기서 미지입력의 형태는 시스템에 발생하는 고장의 결과로 이용되며 또한 설계된 관측기는 부가적인 미지 외란에 대해서도 대처할 수 있는 장점을 가지게 된다.

2. 블럭펄스함수

블럭펄스함수의 집합 $Bpf_i(t) (i=1, 2, \dots, m)$ 은 일반적인

로 다음과 같이 단위 구간 $t \in [0, t_f]$ 에서 정의된다.[7]

$$BPF(t) = [Bpf_1(t), Bpf_2(t), \dots, Bpf_m(t)] \quad (2.1)$$

$$Bpf_i(t) = \begin{cases} 1, & (i-1)\frac{t_f}{m} \leq t < i\frac{t_f}{m} \\ 0, & \text{그외구간} \end{cases} \quad (2.2)$$

여기서, m은 임의의 양의 정수이다.

블럭펄스함수는 비결합성과 직교특성을 가지고 있다.

$$Bpf_i(t) Bpf_j(t) = \begin{cases} Bpf_i(t), & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2.3)$$

여기서 $i, j = 1, 2, \dots, m$ 이다.

$$\int_0^{t_f} Bpf_i(t) Bpf_j(t) dt = \begin{cases} \frac{t_f}{m}, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2.4)$$

여기서 $i, j = 1, 2, \dots, m$ 이다.

한편 구간 $t \in (0, t_f)$ 에서 평방적분이 가능한 어떤 임의의 함수 $f(t)$ 는 $f(t)$ 와 그것의 근사값 $\hat{f}(t)$ 사이의 평균자승오차를 최소로 할 때에 다음과 같이 블럭펄스급수로 전개될 수 있다.

$$f(t) \approx \hat{f}(t) = \sum_{i=1}^m F_i Bpf_i(t) \quad (2.5)$$

여기서, $\hat{f}(t)$ 는 함수 $f(t)$ 를 블럭펄스급수로 전개한 식이고, F_i 는 블럭블럭펄스계수로써 다음과 같이 구할수 있다.

$$F_i = \frac{m}{t_f} \int_0^{t_f} f(t) Bpf_i(t) dt \\ = \frac{1}{2} \left\{ f\left(i\frac{t_f}{m}\right) + f\left((i-1)\frac{t_f}{m}\right) \right\} \quad (2.6)$$

여기서, $i=1, 2, \dots, m$ 이다.

식 (2.6)에서 F_i 는 i 번째 블럭펄스함수 $Bpf_i(t)$ 에 대한 블럭펄스함수 계수를 의미하며, 실제 함수 $f(t)$ 와 블럭펄스 함수 유한 급수 전개에 의하여 근사화된 함수 $\hat{f}(t)$ 사이의 평균 자승 오차를 최소화 시키는 값이다.

블럭펄스 함수의 적분 역시 블럭펄스 함수로 다음과 같이 유한급수 전개된다..

$$\int_0^{t_f} Bpf(t) dt \approx PBpf(t) \\ = \frac{t_f}{2m} Bpf_1(t) + \frac{t_f}{m} \sum_{i=2}^m Bpf_i(t) \quad (2.7)$$

여기서 블럭펄스 함수의 적분연산 행렬을 행렬식으로

나타내면 식 (2.8)와 같이 된다.

$$P = \frac{t_1}{m} \begin{bmatrix} 1/2 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1/2 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1/2 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1/2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

3. 쌍일차계에 대한 축차된 관측기 설계

구동기 고장이 고려된 단일입력의 쌍일차계는 식 (3.1)과 같이 표현할 수 있다. [1]-[3]

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{x}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{f}_a(t) \quad (3.1a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (3.1b)$$

여기서 $\text{Rank}(\mathbf{C}) = p$, $\text{Rank}(\mathbf{E}) = m$, $p \geq m$ 이고 $\mathbf{u} \in \mathcal{R}$, $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{R}^n$, 구동기고장 $\mathbf{f}_a(t) \in \mathcal{R}^m$, 출력 $\mathbf{y}(t) \in \mathcal{R}^p$

행렬 \mathbf{C} 는 다음과 같이 두 벡터로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{C}\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \mathbf{E} \\ \mathbf{C}_2 \mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

여기서 $\mathbf{C}_1 \in \mathcal{R}^{m \times n}$, $\mathbf{C}_2 \in \mathcal{R}^{(p-m) \times n}$ 이고, $\mathbf{C}_1 \mathbf{E} \in \mathcal{R}^{m \times m}$ 인 정칙행렬이다.

이에 출력은 $\mathbf{y}_1(t)$ 과 $\mathbf{y}_2(t)$ 로 분리가 가능하며 고장에 영향을 받지 않는 상태 $\mathbf{y}_2^*(t)$ 를 정의할 수 있다.

$$\mathbf{y}_2^*(t) \triangleq \mathbf{y}_2(t) - \mathbf{C}_2 \mathbf{E} (\mathbf{C}_1 \mathbf{E})^{-1} \mathbf{y}_1(t) \quad (3.3)$$

이고, 위를 토대로 정칙변환행렬 \mathbf{T} 를 유도할 수 있다.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ (\mathbf{C}_2 - \mathbf{C}_2 \mathbf{E} (\mathbf{C}_1 \mathbf{E})^{-1} \mathbf{C}_1) \\ \mathbf{N} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

여기서, \mathbf{N} 은 $\mathbf{N}\mathbf{N}^T = \mathbf{I}$ 인 것을 택하여 \mathbf{T} 가 정칙이 되도록 선택하고 $\mathbf{N} \in \mathcal{R}^{n-p}$ 이 된다. 이 변환행렬을 이용하여 다음과 같은 식을 정의할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(t) \\ \mathbf{y}_2^*(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{T}\mathbf{x}(t) \quad (3.6)$$

식 (3.6)을 이용하여 상태 벡터 $\mathbf{x}(t)$ 를 구할 수 있고, 식 (3.6)을 미분하면 새로운 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{y}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{y}}_2^*(t) \\ \dot{\mathbf{z}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{A}}_{11} & \widehat{\mathbf{A}}_{12} & \widehat{\mathbf{A}}_{13} \\ \widehat{\mathbf{A}}_{21} & \widehat{\mathbf{A}}_{22} & \widehat{\mathbf{A}}_{23} \\ \widehat{\mathbf{A}}_{31} & \widehat{\mathbf{A}}_{32} & \widehat{\mathbf{A}}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(t) \\ \mathbf{y}_2^*(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{D}}_{11} & \widehat{\mathbf{D}}_{12} & \widehat{\mathbf{D}}_{13} \\ \widehat{\mathbf{D}}_{21} & \widehat{\mathbf{D}}_{22} & \widehat{\mathbf{D}}_{23} \\ \widehat{\mathbf{D}}_{31} & \widehat{\mathbf{D}}_{32} & \widehat{\mathbf{D}}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(t) \\ \mathbf{y}_2^*(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{B}}_1 \\ \widehat{\mathbf{B}}_2 \\ \widehat{\mathbf{B}}_3 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \mathbf{E} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{f}_a(t) \quad (3.7)$$

여기서 $\widehat{\mathbf{A}} = \mathbf{T}\mathbf{A}\mathbf{T}^{-1}$ 이고, $\widehat{\mathbf{B}} = \mathbf{T}\mathbf{B}$, $\widehat{\mathbf{D}} = \mathbf{T}\mathbf{D}\mathbf{T}^{-1}$ 이다. 만일 $\widehat{\mathbf{D}}_{23}$ 이 0이라면, $\widehat{\mathbf{A}}_{23}\mathbf{z}(t)$ 는 $\mathbf{y}(t)$, $\mathbf{u}(t)$ 그리고 $\dot{\mathbf{y}}(t)$ 로 의해서만 표현될 수 있고, 식(3.8)과 같은 축차된 관측기 $\mathbf{z}(t)$ 를 설계할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}(t) = & \widehat{\mathbf{A}}_{33}\mathbf{z}(t) + \widehat{\mathbf{A}}_{32}\mathbf{y}_2^*(t) + \widehat{\mathbf{A}}_{31}\mathbf{y}_1(t) + \widehat{\mathbf{D}}_{31}\mathbf{y}_1(t)\mathbf{u}(t) \\ & + \widehat{\mathbf{D}}_{32}\mathbf{y}_2^*(t)\mathbf{u}(t) + \widehat{\mathbf{D}}_{33}\mathbf{z}(t)\mathbf{u}(t) + \widehat{\mathbf{B}}_3\mathbf{u}(t) \\ & + \mathbf{K}(\widehat{\mathbf{A}}_{23}\mathbf{z}(t) - \widehat{\mathbf{A}}_{23}\dot{\mathbf{z}}(t)) \end{aligned} \quad (3.8)$$

축차된 관측기 $\widehat{\mathbf{A}}_{23}\mathbf{z}(t)$ 는, 식(3.7)로부터 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{A}}_{23}\mathbf{z}(t) = & \dot{\mathbf{y}}_2^*(t) - \widehat{\mathbf{A}}_{21}\mathbf{y}_1(t) - \widehat{\mathbf{A}}_{22}\mathbf{y}_2^*(t) \\ & - \widehat{\mathbf{D}}_{22}\mathbf{y}_2^*(t)\mathbf{u}(t) - \widehat{\mathbf{B}}_2\mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (3.9)$$

$\dot{\mathbf{y}}_2^*(t)$ 를 제거하기 위해 확장된 시스템의 상태 $\mathbf{w}(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{w}(t) = \dot{\mathbf{z}}(t) - \mathbf{K}\mathbf{y}_2^*(t) \quad (3.10)$$

$\mathbf{w}(t)$ 를 미분하면 식 (3.11)을 얻을 수 있다.

$$\dot{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{G}(t)\mathbf{w}(t) + \mathbf{Q}\mathbf{u}(t) + \mathbf{R}(t)\mathbf{y}_1(t) + \mathbf{S}(t)\mathbf{y}_2^*(t) \quad (3.11)$$

여기서, $\mathbf{G}(t) = \widehat{\mathbf{A}}_{33} - \mathbf{K}\widehat{\mathbf{A}}_{23} + \widehat{\mathbf{D}}_{33}\mathbf{u}(t)$

$$\mathbf{Q} = -\mathbf{K}\widehat{\mathbf{B}}_2 + \widehat{\mathbf{B}}_3$$

$$\mathbf{R}(t) = \widehat{\mathbf{A}}_{31} + \widehat{\mathbf{D}}_{31}\mathbf{u}(t) - \mathbf{K}\widehat{\mathbf{A}}_{21} - \mathbf{K}\widehat{\mathbf{D}}_{21}\mathbf{u}(t)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t) = & (\widehat{\mathbf{A}}_{33} - \mathbf{K}\widehat{\mathbf{A}}_{23} + \widehat{\mathbf{D}}_{33}\mathbf{u}(t))\mathbf{K} \\ & + (\widehat{\mathbf{A}}_{32} + \widehat{\mathbf{D}}_{32}\mathbf{u}(t) - \mathbf{K}\widehat{\mathbf{A}}_{22} - \mathbf{K}\widehat{\mathbf{D}}_{22}\mathbf{u}(t)) \end{aligned}$$

위 방정식은 $\mathbf{y}_1(t)$, $\mathbf{y}_2(t)$, $\mathbf{u}(t)$ 을 이용하여 해를 얻을 수 있고, $\mathbf{z}(t)$ 의 추정값 $\widehat{\mathbf{z}}(t)$ 를 구할 수 있다.

$$\widehat{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{w}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}_2^*(t) \quad (3.12)$$

결국 추정상태는 식 (3.12)으로 얻을 수 있다.

$$\widehat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(t) \\ \mathbf{y}_2^*(t) \\ \widehat{\mathbf{z}}(t) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

한편, 구동기의 고장인 경우, 식 (3.7)에서 유도하여 식 (3.14)와 정의된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_a(t) = & (\mathbf{C}_1 \mathbf{E})^{-1} [\mathbf{y}_1(t) - \{\mathbf{A}_{11}\mathbf{y}_1(t) + \widehat{\mathbf{A}}_{12}\mathbf{y}_2^*(t) \\ & + \widehat{\mathbf{A}}_{13}\mathbf{z}(t) + (\widehat{\mathbf{D}}_{11}\mathbf{y}_1(t) + \widehat{\mathbf{D}}_{12}\mathbf{y}_2^*(t) \\ & + \widehat{\mathbf{D}}_{13}\mathbf{z}(t))\mathbf{u}(t) + \widehat{\mathbf{B}}_1\mathbf{u}(t)\}] \end{aligned} \quad (3.14)$$

쌍일차계의 단일입력인 경우 추정상태와 구동기 고장의 검출을 식 (3.13)과 식(3.14)를 통해 구할 수 있다.

4. 블럭펄스함수를 이용한 고장진단 및 관측기 설계

제안된 상태 $\mathbf{w}(t)$, 제어입력 $\mathbf{u}(t)$, 출력 $\mathbf{y}(t)$, 고장에 영향을 받지 않는 출력 $\mathbf{y}_2^*(t)$, 식 (3.13)에서 정의내린 $\mathbf{G}(t)$, $\mathbf{R}(t)$, $\mathbf{S}(t)$ 를 블럭펄스의 완전성에 근거하여

블럭펄스유한급수전개가 가능하며, 이를 식 (3.13)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \bar{W}_i \text{Bpf}_i(t) &= \sum_{i=1}^m G_i \text{Bpf}_i(t) \sum_{i=1}^m W_i \text{Bpf}_i(t) \\ &+ Q \sum_{i=1}^m U_i \text{Bpf}_i(t) + \sum_{i=1}^m R_i \text{Bpf}_i(t) \sum_{i=1}^m Y_{1i} \text{Bpf}_i(t) \\ &+ \sum_{i=1}^m S_i \text{Bpf}_i(t) \sum_{i=1}^m Y_{2i} \text{Bpf}_i(t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

블럭펄스함수의 직교특성에 의해 $w(t)$ 에 대한 블럭펄스함수 계수 벡터는 반복 연산을 통해 구할 수 있다.

$$W_1 = \left[I - \frac{t_f}{2m} G_1 \right]^{-1} \left[w(0) + \frac{t_f}{2m} (Q_1 U_1 + R_1 Y_{11} + S_1 Y_{21}^*) \right] \quad (4.2.a)$$

$$\begin{aligned} W_i &= \left[I - \frac{t_f}{2m} G_i \right]^{-1} \left[\left(I - \frac{t_f}{2m} G_{i-1} \right) w_{i-1} + \frac{t_f}{2m} (Q U_{i-1} + R_{i-1} Y_{1(i-1)} + S_{i-1} Y_{2(i-1)}^*) \right. \\ &\left. + \frac{t_f}{2m} (Q U_i + R_i Y_{1i} + S_i Y_{2i}^*) \right] \end{aligned} \quad (4.2.b)$$

여기서, $i=1, 2, \dots, m$

측차된 관측기의 블럭펄스 계수값은 다음과 같다.

$$\sum_{i=0}^{m-1} \hat{Z}_i \text{Bpf}_i(t) = \sum_{i=0}^{m-1} W_i \text{Bpf}_i(t) + K \sum_{i=0}^{m-1} Y_{2i}^* \text{Bpf}_i(t) \quad (4.3)$$

$$\hat{Z}_i = W_i + K Y_{2i}^* \quad (4.4)$$

구동기 고장벡터는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{f}_a(t) &= \sum_{i=1}^m \hat{F}_a \text{Bpf}_i(t) \\ &= (C_1 E)^{-1} \left[\bar{Y}_1 - \{ A_{11} Y_1 + \hat{A}_{12} Y_2^* + \hat{A}_{13} \hat{Z} \right. \\ &\left. + (\hat{D}_{11} Y_1 + \hat{D}_{12} Y_2^* + \hat{D}_{13} Z) U + \hat{B}_1 U \right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

결국 식(4.2), (4.4), (4.5)에 의해 상태 추정값과 구동기 고장 추정값의 해는 블럭펄스함수를 이용하여 간단한 대수 방정식 형태로써 구할 수 있다.

5. 적용 예

식 (3.1)의 파라미터들이 다음과 같은 쌍일차계를 생각해 보자.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1.8 \times 10^{-3} \\ 1 & 0 & 0 & -1.33 \times 10^{-2} \\ 0 & 1 & 0 & -5.95 \times 10^{-1} \\ 0 & 0 & 1 & -3.88 \end{bmatrix} \\ D &= \begin{bmatrix} -46.5 & 37.7 & -130.3 & 483.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \\ B &= \begin{bmatrix} 1.6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times 10^{-3}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

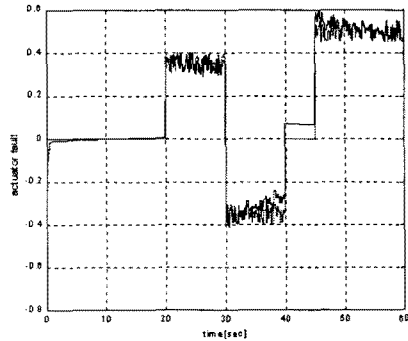
제어입력은 0.5로 하고, 구동기의 고장은 다음과 같이 정의한다.

$$f_a = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq t \leq 20 \\ 0.3 + 0.1 \text{rand} & \text{for } 20 < t \leq 30 \\ -0.4 + 0.1 \text{rand} & \text{for } 30 < t \leq 40 \\ 0 & \text{for } 40 < t \leq 45 \\ 0.45 + 0.1 \text{rand} & \text{for } 45 < t \leq 60 \end{cases}$$

측차된 관측기의 오차를 최소로 하도록 벡터 K를 설정한다.

$$K = [1 \quad 0.5]$$

본연구에서 제안한 알고리즘에 의해 추정해낸 구동기 고장의 해석은 다음 그래프와 같이 얻어낼 수 있다.



6. 결론

본 연구에서는 구동기 고장이 포함된 쌍일차계에 대하여 관측기 설계 방법을 제안했고, 구동기 고장을 해석하였다. 또한 이를 블럭펄스함수 미분 연산식으로 해를 제안하고, 유도된 관측기와 고장 추정 방정식에 적용하여 대수적인 반복 연산의 형태로 해를 구해내었다.

요컨대, 제안된 관측기를 이용한 고장진단방법을 실제 시스템에 적용한다면, 효과적인 전체 시스템의 관리, 감독 체계를 수립할 수 있을 것으로 기대된다. 앞으로는 단일입력 뿐만 아니라 다중입력의 쌍일차계에서의 관측기와 고장진단이 연구되어야 할 것이다.

(참고 문헌)

- [1] Bruni, C, Dipiillo, G, and Koch, G, " Bilinear systems : an appealing class of nearly linear systems in theory and applications" , IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 19 pp.334-348, 1974
- [2] Hanlang Yang & Mehrdad Saif, "State Observation, Failure detection and isolation(FDI) in Bilinear Systems", Int. J. Control, vol. 67, No.6, pp.901-920, 1997
- [3] Shinji Hara & Katsuhisa Furuta, "Minimal Order State Observers for Bilinear Systems", Int.J. Control, Vol.24, No.5, pp.705-718, 1976
- [4] Rolf Isermann, "Process Fault Detection Based on Modeling and Estimation Method-A Survey". Automatica, Vol.20, No.4, pp. 387-404, 1984
- [5] Paul M. Frank and Ralf Seliger, "Fault Detection and Isolation in Automatic Processes", Control and Dynamic Systems, Vol. 49, pp. 246-287, 1991
- [6] 한상인, 안비오, 김민형, 안두수, "블럭펄스함수를 이용한 미지입력 관측시스템의 대수적 접근에 관한 연구", 대한전기학회 논문지 제 46권, 6호, pp.950-957, 1997
- [7] 안두수, " 월위함수와 시스템 제어" , 복두출판사, 2000