

슬라이딩모드 관측기를 이용한 비선형시스템 제어기 설계

김동헌*, 현근호**, 양해원*
* 한양대학교 전기공학과, ** 신성대학 전기과

Controller Design for Nonlinear Systems using Sliding Observer

Dong-Hun Kim*, Keun-Ho Hyun**, Hai-Won Yang*
*Dept. of Elec. Eng. Hanyang Univ, **Dept. of Elec. Eng. Shinsung College

Abstract - In this paper we consider the TORA system and use sliding observer and backstepping to design a robust controller for tracking problem.

1. 서 론

TORA(Translational Oscillator with Rotational Actuator) 시스템은 그림1과 같이 원하는 회전각속도로 편심질량을 회전시키는 시스템으로 카트의 병진운동과 편심질량의 회전운동이 복합적으로 상호작용하는 특성을 갖고 있으며 이러한 특수성 때문에 그간 많은 논문이 제시되어 왔다.[2]~[4] 그러나, 지금까지의 논문에서는 4차 미분방정식으로 표현된 TORA 시스템의 상태변수를 모두 알고 있다고 가정하여 제어기를 설계하였지만 시스템 특성상 모든 상태변수를 이용할 수 없으므로 슬라이딩모드 관측기를 이용하여 상태변수를 추정하고 이를 이용하여 백스테핑 제어기를 구성하고자 한다.

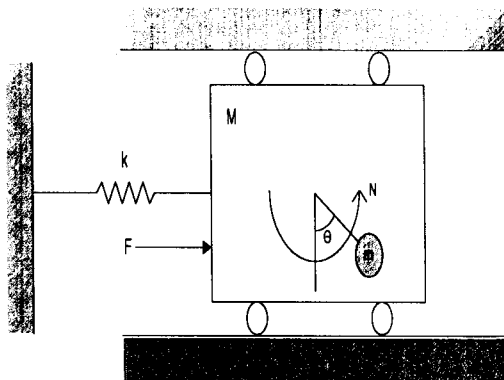


그림 1. TORA 시스템

2. 시스템 모델링

TORA 시스템의 운동방정식은 마찰력과 중력을 무시하였을 경우 다음과 같이 표현된다

$$\begin{aligned} (M+m)\ddot{q} + kq &= -ml(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta) + F \\ (I+ml^2)\ddot{\theta} &= -ml\ddot{q}\cos\theta + N \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, \$F\$는 외부 간섭이고 \$N\$은 제어 토크이다. 기준

논문이나 저서에서도 언급하였듯이 \$F=N=0\$ 즉, 외부 간섭과 토크조작이 없다면 TORA 시스템은 기본적으로 안정한 특성을 갖고 있다. 식(1)에 정의된 시스템을 편의상 정규 무차원 좌표로 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi} + \xi &= \varepsilon(\dot{\theta}^2\sin\theta - \ddot{\theta}\cos\theta) + w \\ \dot{\theta} &= -\varepsilon\dot{\xi}\cos\theta + u \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, \$\xi\$는 카트의 위치, \$\theta\$는 질량체의 각도, \$w\$는 외부간섭, \$u\$는 조작토크이다. 제어목적은 현재진호 \$\xi, \theta\$가 기준신호 \$\xi_{ref}, \theta_{ref}\$를 추종(tracking)하는 것이다.

백스테핑 알고리즘으로 제어기를 구성하기 위하여 식(2)의 상태를 다음과 같이 변화시킨다.

$$\begin{aligned} x_1 &= \xi + \varepsilon\sin\theta, & x_2 &= \dot{\xi} + \varepsilon\dot{\theta}\cos\theta, \\ x_3 &= \theta, & x_4 &= \dot{\theta} \end{aligned} \quad (3)$$

식(3)을 이용하여 식(2)를 좌표 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + \varepsilon\sin x_3 + w \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= v \end{aligned}$$

여기서, \$v\$는 식(2)의 제어입력 \$u\$와 다음과 같은 관계이다.

$$u = (1 - \varepsilon^2 \cos^2 \theta)v - (\varepsilon\dot{\xi}\cos\theta - \varepsilon^2\dot{\theta}^2\cos\theta\sin\theta) \quad (5)$$

기준신호 \$\xi_{ref} = A_r \sin \omega t\$ 라 하면 식(3)에 따라 식(4)의 상태변수에 대한 기준신호는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} x_{1ref} &= \xi_{ref} + \varepsilon p \\ x_{2ref} &= \dot{\xi}_{ref} + \varepsilon \dot{p} \\ x_{3ref} &= \theta_{ref} \\ x_{4ref} &= \dot{\theta}_{ref} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, \$p = \frac{1 - w_r^2}{\varepsilon w_r^2} \xi_{ref}\$ 이다.

3. 관측기 설계

식(4)에 대한 관측기를 구성하는데 있어서 측정가능한 출력 \$y = \theta\$로 가정하고 [5]에서와 같이 불확실 삼각

구조 (uncertain triangular) 비선형 시스템으로 변형하여 슬라이딩모드 관측기를 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\hat{x}_1 &= \hat{x}_2 + k_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \hat{x}_2 &= \hat{x}_3 + v + k_2 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \hat{x}_3 &= \hat{x}_4 + k_3 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \hat{x}_4 &= \hat{x}_3 + \epsilon \sin \hat{x}_1 + k_4 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1)\end{aligned}\quad (7)$$

식(7)을 원래의 동특성방정식인 식(4)와 비교하면 \dot{x}_2 항에는 $\delta_2(x, t) = -x_3$, \dot{x}_4 항에는 $\delta_4(x, t) = w$ 라는 외란이 존재한다고 가정한 것이다.

관측오차 $e_1 = \hat{x}_1 - x_1$, $e_2 = \hat{x}_2 - x_2$, $e_3 = \hat{x}_3 - x_3$, $e_4 = \hat{x}_4 - x_4$ 로 각각 가정하고 리아프노프 함수를 $V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 e_i^2$ 으로 설정하여 안정도를 확인하면 외란이 유계(bounded) 한 상태에서 $k_1 > \alpha \|e(0)\| + \beta$ 으로 주어지면 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$ 이고 $e_2(t)$, $e_3(t)$, $e_4(t)$ 는 한정된 영역내에서 유계가 된다.

4. 제어기 설계

제어기의 구조는 기본적으로 [1]과 같은 백스테핑 (Backstepping) 알고리즘을 사용하며 오차변수(Error Variable)는 다음과 같이 설정한다.

$$\begin{aligned}z_1 &= \hat{x}_1 - x_{1ref} \\ z_2 &= \hat{x}_2 - x_{2ref} + c_1 z_1 + v_1\end{aligned}\quad (8)$$

여기서, $v_1 = -\eta z_1$ 으로 하면 제어입력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}v(\hat{x}, t) &= -\hat{x}_3 + \ddot{y}_r - (c_1 + \eta)(\hat{x}_2 - \dot{y}_r) - (\hat{x}_1 - y_r) \\ &\quad - \eta \left(\frac{k_2}{k_1} + c_1 \eta \right)^2 (\hat{x}_2 - \dot{y}_r) - (c_1 + \eta)(\hat{x}_1 - y_r) \\ &\quad - K(\sigma + W \text{sign}(\sigma))\end{aligned}\quad (9)$$

여기서, $W = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} \sigma^2$, $\sigma = z_2 + m_1 z_1$ 이다.

4. 모의실험 및 결과

식(4)를 기본으로 식(7)과 같은 관측기를 구성하고 오차변수를 식(8)과 같이 설정하여 식(9)와 같은 제어입력을 가해주는 전체 시스템을 모의실험하였다. 시스템 파라미터는 [2]~[4]의 값을 그대로 취하고 설계 파라미터 $(k_i, c_i, v_i, \eta, m_i, K)$ 는 [5]의 값을 TORA 시스템에 맞도록 일부 조정하여 적용하였다. 그림 2는 관측오차 $e_1 = \hat{x}_1 - x_1$ 이고 그림 3은 추종오차를 나타낸다.

본 논문에서는 TORA 시스템의 추종 문제를 슬라이딩모드 관측기와 백스테핑 알고리즘으로 구현하였으며 모의실험으로 타당성을 확인하였다. 그러나, 슬라이딩모드 및 백스테핑 알고리즘도 대상 시스템에 따라 다른 형태로 적용가능하므로 차후 여러 가지 형태의 제어시스템

을 적용하여 본 논문의 내용과 비교할 계획이다.

(참고 문헌)

- [1] M.Krstic, I.Kanellakopoulos and P.Kokotovic, "NonLinear and Adaptive Control Design", John Wiley & Sons, 1995
- [2] R.Bupp, D.Bernstein and V.Coppola, "A Benchmark Problem for Nonlinear Control Design", Proc. of ACC, Seattle, WA, pp.4363~4367, 1995
- [3] M.Jankovic, D.Fontaine and P.Kokotovic, "TORA Example : Cascade and Passivity-Based Control Design", IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol.4, No.3, 1996
- [4] A.Alleyne, "Physical Insights on Passivity-Based TORA Control Designs", IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol.6, No.3, 1998
- [5] T.Ahmed-Ali and F.Lamnabhi-Lagarrigue, "Sliding Observer-Controller Design for Uncertain Triangular Nonlinear Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.44, No.6, 1999

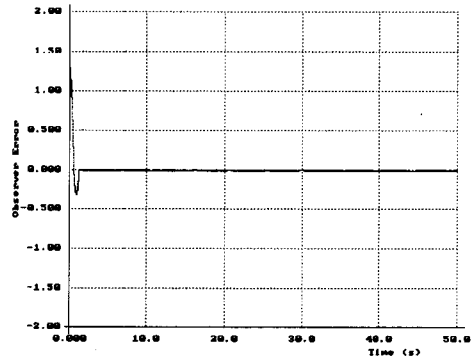


그림 2. 관측오차 (Observer Error)

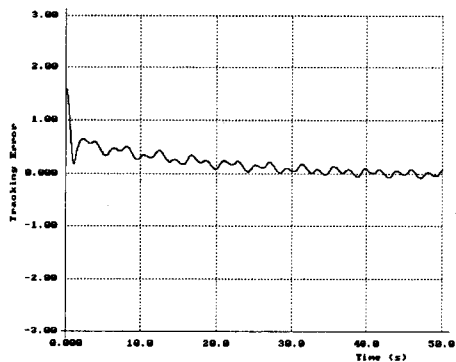


그림 3. 추종오차 (Tracking Error)