2000년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2000.7.17-20

모델의 타당성 평가에 기초한 로바스트 동정에 관한 연구

°이 동 철*·정 형 환**·배 종 일*
°부경대학교 전기공학과*·동아대학교 전기공학과**

A Study on Robust Identification Based on the Validation Evaluation of Model

Dong-Cheol Lee*·Hyung-Hwan Chung**·Jong-Il bae*
Dept. of Electrical Pukyong National University*
Dept. of Electrical Dong-A University**

Abstract - In order to design a stable robust controller, nominal model, and the upper bound about the uncertainty which is the error of the model are needed. The problem to estimate the nominal model of controlled system and the upper bound of uncertainty at the same time is called robust identifcation. When the nominal model of controlled system and the upper bound of uncertainty in relation to robust identifcation are given, the evaluation of the validity of the model and the upper bound makes it possible to distinguish whether there is a model which explains observation data including disturbance among the model set. This paper suggests a method to identify the uncertainty which removes disturbance and expounds observation data by giving a probable postulation and plural data set to disturbance. It also examines the suggested method through a numerical computation simulation and validates its effectiveness.

1. 서 론

일반적으로 시스템동정은 실험 등에 의해 얻어진 시스템의 입출력 데이타에 기초하여 수식모델을 구하는 방법이며, 실험의 응답에 기초하고 있으므로 운동방정식 등에 의해 얻어지는 이론적인 모델에 의해서도 시스템 특성을 반영한 실제적 모델을 얻는 것이 가능하다. [1~2]

본 논문에서는, 외란에 확률적인 가정과 복수데이타 셋트(set)를 주어 외란을 제거하고 관측데이타를 설명하려는 불확실함을 동정하는 방법을 제안한다.

2. 모델집합의 표현

로바스트제어에 잘 이용되는 모델집합에는 「구조화되지 않은 불확실함 」 「파라미터릭한 불확실함」 「구조화된 불확실함」이 있다 [3].

(1) 구조화되지 않은 불확실함

이 구조화되지 않은 불확실함의 표현에 관한 식은 식(2.1)~(2.3)과 같다.

[가법적] $$G(z) = M_0 + \Delta_a(z)\, W(z) \qquad (2.1)$$

[승법적]

$$G(z) = (I + \Delta_m(z)\, W(z))\, M_0(z) \qquad (2.2)$$

[기약분해적]

$$G(z) = \frac{N(z) + \Delta_n(z)\, W(z)}{D(z) + \Delta_d(z)} \qquad (2.3)$$

여기서,

$M_0(z)$는 공칭모델, $\Delta_a, \Delta_m, [\Delta_n, \Delta_d]$는 불확실함을 나타내는 섭동행렬(perturbation matrix)이다.

(2) 파라미터릭한 불확실함

선형정상 유한차수 시스템은 시간영역에서 식(2.5)와 같이 표현된다.

$$y(t) = -\sum_{i=1}^{n} a_i y(t-i) + \sum_{i=0}^{n} b_i u(t-i) + \varepsilon(t) \qquad (2.4)$$

여기서, $\varepsilon(t)$는 외란 또는 방정식오차를 나타낸다.

(3) 구조화된 불확실함

이 구조화된 불확실함의 일반적인 표현에는 다음과 같은 것이 있다. [4~5]

식(2.1), (2.2)의 불확실함의 $\varDelta$구조는 식(2.5)와 같다.

$$\varDelta=\begin{bmatrix} \varDelta_1 & & & 0 \\ & \varDelta_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \varDelta_n \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

식(2.1), (2.2)는 선형분수변환(linear fraction transform, LFT) 식(2.6)과 같이 나타내는 것이 많다.

$$\begin{aligned} G(z) = M_{11}(z) + M_{12}(z)\varDelta(z) \\ (I - M_{22}(z)\varDelta(z))^{-1} M_{21}(z) \end{aligned} \tag{2.6}$$

3. 문제의 설정

동정대상은 이산시간의 단일입력 단일출력계이며, Fig.1에 나타낸 바와 같이 가법적 불확실함을 포함하는 모델이라고 한다.

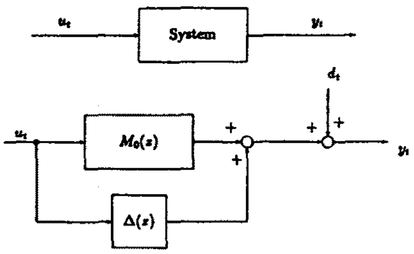

Fig.1 Block diagram of model inclusive of uncertainty system and additive

여기서, $\varDelta(z)$는 가법적 불확실함, $M_0(z)$는 공칭모델, u_t, y_t는 관측된 입출력 데이타, d_t는 외란이다. 이때 식(3.1)이 성립된다.

$$y_t = [M_0(z) + \varDelta(z)]u_t + d_t,\ \varDelta \in \varDelta,\ d \in D \tag{3.1}$$

여기서, 공칭모델 $M_0(z)$는 식(3.2)와 같이 유리전달함수로서 표현된다.

$$M_0(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{n_0 + n_1 z^{-1} + \cdots + n_q z^{-m}}{d_0 + d_1 z^{-1} + \cdots + d_{qz}^{-m}} \tag{3.2}$$

4. 불확실함의 동정

본 장에서는, 불확실함과 외란 양쪽이 모두 존재하는 경우에 있어서 외란에 기대치가 0이라고 하는 확률적인 가정과 시각 0에서 $l-1$까지의 m 셋트의 입력데이타를 이용하여 외란과 불확실함을 분리하여 관측데이타를 설명하는 불확실함을 동정하는 방법을 제안한다.

식(3.1)에서 식(4.1)의 관계가 성립된다.

$$y_t - M_0(z)u_t = \varDelta(z)u_t + d_t \tag{4.1}$$

$e_t = y_t - M_0(z)u_t$는 기지의 량이되고, 식(4.1)은 식(4.2)와 같이 된다.

$$e_t = \varDelta(z)u_t + d_t \tag{4.2}$$

여기서, $\varDelta(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \delta_i z^{-i}$라 하자. l개의 데이타에 대해 식(4.3)과 같이 정의한다.

$$e = D_l u + d \tag{4.3}$$

단, $e = [e_0,\ e_1,\ \cdots,\ e_{l-1}]^T \quad (4.4)$

$$u = [u_0,\ u_1,\ \cdots,\ u_{l-1}]^T \tag{4.5}$$

$$d = [d_0,\ d_1,\ \cdots,\ d_{l-1}]^T \tag{4.6}$$

D_l는 $\delta = [\delta_0, \delta_1, \cdots, \delta_{l-1}]$에 대한 하삼각 Toeplitz행렬(lower triangular Toeplitz matrix)이며, 식(4.7)과 같다

$$D_l = \begin{bmatrix} \delta_0 & & & 0 \\ \delta_1 & \delta_0 & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ \delta_{l-1} & \cdots & \delta_1 & \delta_0 \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

5. 시뮬레이션

5.1 불확실함의 동정

동정대상은 다음과 같은 8차 유리전달함수로 나타냈다.

$$G(z) = \frac{N(z)}{D(z)}$$

$$\begin{aligned} D(z) = 1 &- 2.2958z^{-1} + 3.2273z^{-2} \\ &- 2.9640z^{-3} + 1.8971z^{-4} \\ &- 0.8315z^{-5} + 0.1470z^{-6} \\ &+ 0.0207z^{-7} - 0.0069z^{-8} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
N(z) = 1 &- 1.3282z^{-1} + 0.0977z^{-2} \\
&+ 0.3246z^{-3} + 0.2110z^{-4} \\
&- 0.3551z^{-5} + 0.1513z^{-6} \\
&- 0.0272z^{-7} + 0.0018z^{-8}
\end{aligned}
$$

시스템의 입력데이타 u는 $[-5,\ 5]$의 값을 취하는 일양난수에 의해 결정된다. $G(z)$에 u를 입력한 출력에 평균 0, 분산 0.01^2의 정규난수를 가하여 시스템 출력데이타를 y로 했다. 이 입출력데이타 $(u_t,\ y_t)$는 3000개, 최소2승법(식오차법)(ARX)를 이용하여, 4차의 공칭모델 $M_0(z)$를 추정했다. Fig. 2, Fig. 3은 데이타 수 $l=60$, 셋트 수 $m=1000$으로 했을 때의 경우, 불확실함의 임펄스응답과 주파수응답이다. 이 들의 수치계산에로 제안법의 유효성이 확인되었다.

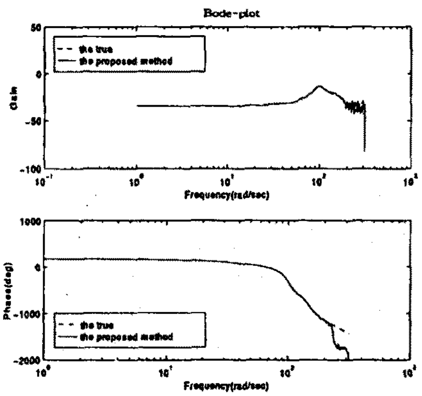

Fig. 2 Impulse response of uncertainty (nominal model case of 4th)

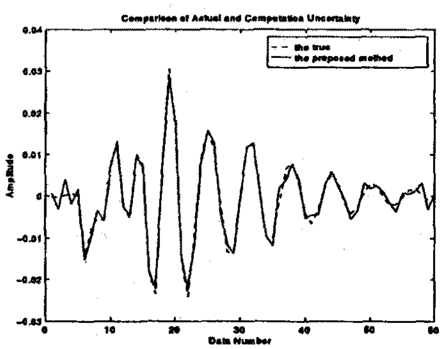

Fig. 3 Bode-plot of uncertainty (nominal model case of 4th)

6. 결 론

본 논문에서는, 모델의 타당성 평가에 기초한 로바스트 동정에 관해 논하고저 한다. 외란과 불확실함의 트레이더 오프(trade off), 하나의 사전정보를 주는데 따라 불확실함과 외란을 분리하여 불확실함을 동정하는 방법을 제안했다. 이 제안법은 확률적 외란의 기대치가 0이라는 사전정보와 복수데이타 셋트의 이용에 의해 불확실함을 동정하는 것이다. 그러나, 오차출력(불확실함+외란)에 대한 외란의 SN비가 클 경우, 결국 불확실함의 크기 보다 큰 외란이 있는 경우 불확실함을 동정하는 것은 곤란함을 알 수 있었다. 또, 불확실함을 이용하여 오차상계의 하중함수를 구하여 외란억제를 목적으로 한 제어기설계의 시뮬레이션을 행하여 제어시스템이 안정되도록 보상기 K를 설계하여 제안방법의 유효성을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] Kameshwar poolla and Pramod Khargonekar, "A Time-Domain Approach to Model Validatiopn," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-39, no. 5, pp. 951-959, 1994

[2] S. Boyd, et al, *Linear Matrix Inequalities in System and control Theory*, SIAM, 1994

[3] H. Kimura, "Robust Stabilizability for a Class of Transfer Function," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, AC-29, pp. 788-793, 1984

[4] 木村英記, "ハーディ空間における補間極値問題とシステム理論", 計測と制御, vol. 24, no. 7, pp. 605-614, 1985

[5] I. D. Landau, *System Identification and Control Design*, Prentice-Hall, Inc., 1990

[6] M. Athans, P. L. Flab, *Optimal Control*, Mcgraw-Hill, pp. 69-73, 1966