

이족 로봇을 위한 동적 보행 해석

박인규\*, 김진걸

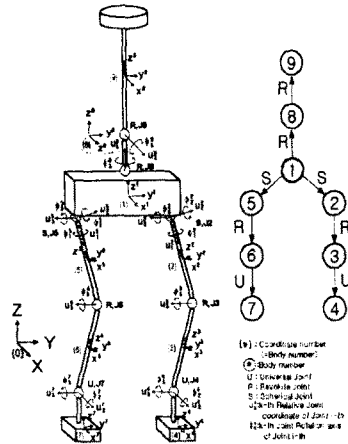
인하대학교 대학원 자동화공학과, 인하대학교 기계·항공·자동화공학부

Dynamic Walking Analysis for Biped Robot

In-Gyu Park, Jin-Geol Kim

Dept. of Industrial Automation Engineering, Inha Univ.

**Abstract** - This paper suggests a method of the forward dynamic analysis for the computer simulation on the analysis of the dynamic behavior for biped walking robot. The equations of motion of the system for the simulation are constructed by using the method of the multibody dynamics which is powerful method for modeling of the complex biped system. For the simplicity of simulation, we consider that the sole of the contacting foot is affected by the reaction forces for tree structure system topology instead of the addition or deletion of the kinematic constraints. The ground reaction forces can be modeled using the simple spring and damper model at the three contacting points on the sole of the foot. For minimizing the errors of numerical integration, the number of equations of motion is minimized by adding the driving constraints or a controller instead of the direct driving torques.



(a) Coordinate system (b) Tree structure  
Fig. 1 Biped system configuration

1. 서론

이족보행로봇은 인간중심으로 설계된 작업공간에서 인류를 보조하기 위한 수단으로 많은 연구가 진행중이며, 그 과정에서 동적 보행을 위한 보행알고리즘과 제어알고리즘 등과 많은 실험결과들이 나왔다.

본 논문에서는 역진자 형태의 균형추를 이용하여 동적 안정을 제어하는 형태의 이족보행로봇에 대하여 동적 거동을 분석하기 위한 동역학 해석을 수행한다. 2장에서는 다물체동역학 방법을 이용하여 구성된 시스템모델과 조인트좌표로 변환된 운동방정식을 나타내고, 3장에서는 ZMP조건과 지면조건을 만족하는 균형추의 운동결정방법에 대하여 간략히 나타내었고, 4장에서는 보행로봇의 동적 거동을 해석하기 위하여 수치오차를 최소화하여 동역학 해석을 하는 과정을 보여주며, 그 결과를 마지막 장에 나타내었다.

2. 운동방정식의 구성

2.1 시스템 모델링

본 논문의 모의실험에 사용된 이족보행로봇의 모델을 Fig. 1에 나타내었다. 인간의 다리부분과 유사한 운동을 위하여 각 다리는 6자유도를 가지도록 하고, 보행시스템의 균형을 보장하기 위한 역진자형태의 균형추가 2자유도가 되도록 설계하여 모두 14자유도를 가지도록 모델링하였다. 외부의 구속으로부터 자유롭기 위하여 임의의 공간상에 존재하는 것으로 가정한다. 이때 시스템은 개형구조를 가지게 된다<sup>(1-3)</sup>.

본 시스템에서는 각 물체의 기준물체에 대한 상대좌표  $\phi$ 로 나타낸다. 본 논문에서는  $\phi$ 를 일반화좌표  $q$ 로 정의한다. 주 물체인 물체 1의 상대좌표는 관성좌표계에 관한 절대좌표로 정의한다.

2.2. 운동방정식

절대좌표계로 표현된 운동방정식과 기구학적 구속식들을 속도변환기법을 이용하여 상대좌표계로 변환한 후, 미분-대수방정식의 형태로 표현한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \bar{M} & \phi_q^T \\ \phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g} \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{M} &= B^T M B \\ \bar{g} &= B^T (g - M \dot{B} \dot{q}) \\ \phi_q &= \phi_u B \\ \gamma &= \gamma - \phi_u \dot{B} \dot{q} \end{aligned}$$

이고,  $u = [r^T, p^T]^T$ 로 절대좌표를 나타내고, 강체의 절대 위치벡터  $r = [x, y, z]^T$ 로 방향벡터는 오일러 파라미터  $p = [e_0, e_1, e_2, e_3]^T$ 로 각각 나타내고, B는 속도변환행렬로 절대좌표와 상대좌표사이에서  $\dot{u} = B \dot{q}$ 의 관계를 가진다. M은 시스템의 질량관성행렬, g는 외력과 속도 및 코리올리항을 나타내고,  $\bar{M}$ 과  $\bar{g}$ 는 각각의 항을 상대좌표계로의 변환된 형태이다.  $\phi_u$ 는 구속식의 절대좌표계에 관한 일차 편미분을 나타내고,  $\phi_q$ 는 상대좌표계로 표현된 구속식의 자코비안행렬이다.  $\lambda$ 는 라그랑지 승수

로 구속조건에 의한 구속력을 의미한다.

### 3. 보행계적생성

보행로봇이 동적으로 안정된 보행을 위해 계획된 ZMP의 궤적조건을 만족해야 할뿐만 아니라, 지면과의 접촉과 마찰의 조건도 만족시키는 균형추의 운동계적을 결정하여야 한다. 다음은 ZMP조건과 지면과의 관계조건에 대하여 나타낸다.

#### 3.1. ZMP 조건

로봇의 각 물체들을 임의의 공간상에 존재하는 질점들로 가정을 한다. 이때, 임의의  $i$ 번째 질점에 관하여 고정좌표계  $O-XYZ$ 에 관하여 벡터들을 정의하면 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있다. 점  $O'$ 은 질점들에 대한 평면에서 모멘트 평행방정식으로 부터 모멘트가 영인 점으로, 위치는  $R=[X_{zmp}, Y_{zmp}, 0]^T$ 로 나타내고 ZMP(균형점)라 정의한다<sup>(4)</sup>.

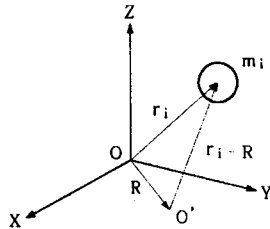


Fig. 2 Definition of vectors for a particle

이 점에 대한 각운동량(angular momentum)은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^{N_b} \{ (r_i - R) \times m_i \dot{r}_i - \dot{R} \times m_i r_i \} = - \sum_{i=1}^{N_b} (r_i - R) \times m_i G \quad (2)$$

여기서  $N_b$ 는 전체 질점의 개수이고,  $m_i$ 는 질점  $i$ 의 질량을 나타내고,  $r_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ 는 각 질점의 절대위치를 나타낸다. 식(2)의 좌변과 우변은 각각 내력에 의한 운동량과 외력에 의한 운동량을 각각 나타낸다. 식(2)를 간략화하기 위하여, 점  $R$ 이 고정되어 있거나 아주 느리게 움직여  $\dot{R} = 0$ 으로 한다. 그리고, 모멘트 평행방정식을 얻기 위하여 D'Alembert의 원리를 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{N_b} m_i (r_i - R) \times (\dot{r}_i + G) = 0 \quad (3)$$

위의 식(3)을 Fig. 1의 이족보행로봇에 적용할 경우, 해석의 편의를 위하여 기준물체인 물체1의 좌표에 새로운 이동좌표  $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 를 부착하여 절대위치 벡터  $r$ 은 다음과 같은 상대좌표개념을 도입하여 다음과 같이 나타낸다.

$$r = r_q + \bar{r} \quad (4)$$

여기서,  $r_q = [x_q, y_q, z_q]^T$ 는 고정좌표계에서 이동좌표계까지의 거리를 나타내고,  $\bar{r} = [\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}]^T$ 는 이동좌표계에서 각 질점의 위치를 각각 나타낸다.

식(4)를 식(3)에 대입하여 균형추의 항으로 묶으면, 두 개의 두 개의 비선형방정식으로 표현이 된다. 여기에

다음과 같은 가정을 도입하여 선형화 한다.

$$\bar{z}_T + z_q = \text{constant}, \quad \bar{z}_T = 0 \quad (5)$$

여기서,  $\bar{r}_T = [\bar{x}_T, \bar{y}_T, \bar{z}_T]^T$ 는 균형추의 질점을 이동좌표계에서 표현한 위치를 나타낸다. 이것은  $Z$ -방향으로 균형추의 운동이 없는 것으로 가정하는 것이다. 그러면 다음과 같은 독립선형미분방정식을 얻을 수 있다.

$$(\bar{z}_T + z_q) \ddot{\bar{x}}_T - G_z \bar{x}_T = \alpha'(t) \quad (6)$$

$$(\bar{z}_T + z_q) \ddot{\bar{y}}_T - G_z \bar{y}_T = \beta'(t) \quad (7)$$

위의 식(6),(7)은 특성방정식의 근이 양의 실근을 가지므로 초기치 문제로는 해결할 수 없다. 그러나, 보행로봇의 운동이 정상상태운동으로 보고 시작부터 끝까지의 전 운동구간을 하나의 주기운동으로 고려하여 위의 식(6),(7)의 근사 주기해를 Takahishi가 제안한 FFT방법을 이용하여 구한다.

#### 3.2 지면접촉조건

ZMP의 조건을 만족하는 균형추의 운동을 식(6),(7)로부터 반복적으로 결정하였다. 그러나, 강제인 이족보행로봇을 질점으로 가정을 하였으며, 균형추에 대한 비선형방정식을 선형화 하여 결정하였으므로 동적보행에서 불안정한 운동결과를 나타낼 수 있다. 이러한 불확실성을 극복하기 위하여 발바닥이 지면에서 미끄러지거나, 떨어지는 현상을 막기 위하여 다음과 같은 지면접촉조건식(8)과 마찰조건(9)을 부과하여 균형추의 운동을 보상한다<sup>(5)</sup>.

$$F_N \geq 0 \quad (8)$$

$$\sqrt{F_{fx}^2 + F_{fy}^2} \leq \mu_s F_N \quad (9)$$

여기서  $F_f = [F_{fx}, F_{fy}, F_N]^T$ 는 발바닥에 작용하는 수직 반력을 나타내고,  $\mu_s$ 는 정지마찰계수를,  $\mu_s F_N$ 은 정지마찰력을 각각 나타낸다.

### 4. 동역학 해석

선행연구결과와 앞장의 결과를 통하여 동적 보행에 필요한 구동력을 얻었다. 이 구동력을 보행로봇에 입력하여 보행로봇의 동적 거동을 본 장에서 분석하고자 한다. 그러나, 동역학과정에서 발생하는 수치적분의 누적오차와 운동방정식의 비선형 요소들의 영향으로 동적 거동을 제대로 파악하지 못하거나 너무 오랜 해석시간을 요구한다. 그리고, 두 발과 지면과의 관계를 나타내기 위하여 기구학적 구속조건의 첨가 혹은 제거방법으로 해석할 경우, 해석과정이 복잡하게 된다<sup>(6)</sup>.

#### 4.1. 스프링-댐퍼 모델

이들 문제점을 보완하면서 보행로봇의 동적 거동을 분석하기 위하여 몇 가지 문제를 단순화하여 동역학 해석을 수행한다. 두 발과 지면과의 접촉으로 인하여 해석이 단순한 Fig. 1.(b)의 구조가 폐형구조가 되도록 하지 않도록 하기 위하여, 구속조건의 첨가 대신, 지면접촉외력을 입력으로 개형구조를 유지하여 해석을 간략화 한다.

지면접촉의 외력을 모델링하기 위하여 Fig. 3과 같이 발바닥에 세 개의 점이 접촉하는 것으로 간주하고, 각 점은 스프링-댐퍼로 구성한다<sup>(7)</sup>.

그리고, 이때 발생하는 지면의 반력 벡터는 Fig. 4와 같이 지면에 발바닥에 부착된 스프링-댐퍼의 모델이 접

축하면서 발생하는 수직력과 수평력을 바탕으로 얻는다.

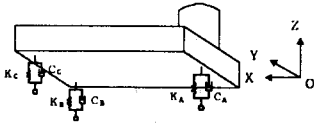
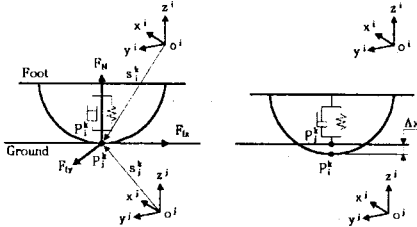


Fig. 3 Spring-Damper model at three contacting points on the sole



(a) moment of impact (b) max. penetration  
Fig. 4 Motion of a contact point on the sole during contacting with ground

구체적으로, Fig. 4에서와 같이 각 점의 지면에서 작용하는 수직반력  $F_{N_k}$ 은 다음과 같이 나타낸다.

$$F_{N_k} = K_k \Delta x_k + C_k \dot{\Delta x}_k, k = A, B, \text{ and } C \quad (10)$$

여기서  $K_k$ 는 각 점에서의 강성계수를,  $C_k$ 는 각 점에서의 댐핑계수를 각각 나타낸다.  $\Delta x_k$ 는 각 접촉발바닥의 지면으로의 침투(penetration)깊이를,  $\dot{\Delta x}_k$ 는 이때의 시간변화율을 각각 나타낸다. 그리고 이때 지면에서 작용하는 수평력  $F_i$ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$F_{i_k} = \mu_s F_{N_k} \frac{v_k^j}{|v_k^j|} \quad (11)$$

여기서,  $v_k^j$ 는 두 물체의 접촉점  $P_i^k$ 와  $P_j^k$ 사이의 상대속도로 다음과 같이 표현한다.

$$v_k^j \equiv v_k^j - v_j^k = \dot{r}_i + \dot{\omega}^i s_i^k - \dot{r}_j - \dot{\omega}^j s_j^k \quad (12)$$

여기서, 물체  $j$ 는 고정된 지면을 나타내므로, 이것에 해당하는 선속도와 각속도항은 모두 영이 된다.

이들 수직반력의 벡터성분들은 각 발의 COM(질량중심)의 힘과 모멘트로 변환하여  $F_{foot}$ 로 나타내고, 이 힘을 속도변환기법을 이용하여 조인트좌표값으로 변환하여 동역학 해석에 입력으로 사용한다.

#### 4.2. 개형구조의 운동방정식

지면작용력을 입력으로 시스템의 구조가 개형을 이루게 되었으며, 이경우의 운동방정식은 식(1)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{M} \ddot{q} = B^T(H - M\ddot{B}q) + \tau_{drv} \quad (13)$$

여기서,  $\tau_{drv}$ 는 운동을 위한 각 조인트 구동력을 나타내고,

$$H = \begin{bmatrix} -m_i G + F_{foot} \\ -\dot{\omega}^j, \dot{\omega}^i \end{bmatrix} \text{이다.}$$

그러나, 식(13)의 해석과정에서 많은 수치적분의 오차와 비선형성으로 인하여, 동적보행을 위하여 계획된

제적들의 영향을 제대로 파악할 수 없다. 그래서, 본 논문에서는 구동력을 입력으로 하는 대신, 조인트의 운동을 표현하는 구동구속을 첨가하여, 즉  $\tau_{drv} = 0$ , 지면반력만을 입력으로 하는 운동방정식을 구성하여 동역학 해석을 수행하였다. 이때의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \bar{M} & \Phi_q^{drvT} \\ \Phi_q^{drv} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \dot{\lambda}_{drv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g}^{drv} \\ \bar{\gamma}^{drv} \end{bmatrix} \quad (14)$$

가 된다. 여기서, 첨자  $drv$ 는 구동구속에 대한 자코비안, 라그랑지 승수, 가속도항들을 각각 나타낸다. 이때  $\bar{g}^{drv} = B^T(H - M\ddot{B}q)$ 가 된다. 그리고 시스템의 자유도는 물체 1의 절대좌표의 수와 같은 7개가 된다. 그래서, 최소의 운동방정식으로 계획된 제적들에 대한 보행로봇의 동적 거동을 분석할 수 있다.

### 5. 모의실험

본 논문의 모의실험에서는 Fig. 1에 제시된 이족보행로봇의 동적보행조건을 만족하도록 결정된 균형추의 운동제적에 대한 동적 거동을 분석하기 위하여 동역학 해석을 수행한다.

참고문헌2에 본 시스템의 물성치와 보행제적을 나타내었으며, FFT 방법을 이용한 균형추의 운동제적과 각 다리와 물체 1의 운동제적을 각각 나타내었으며, 또한 각 관절에 필요한 구동력을 나타내었다.

이 결과들을 이용하여 동적 거동을 분석하기 위하여, 세 가지의 경우에 대하여 해석을 수행하고 그 결과를 도시하였다. 그 경우는 다음과 같다.

- 경우 1. 구동력을 입력으로 하는 식(13)의 해석
- 경우 2. 구동구속의 입력인 식(14)의 해석
- 경우 3. 계산-토크 제어방법에 의한 해석(참고문헌3)

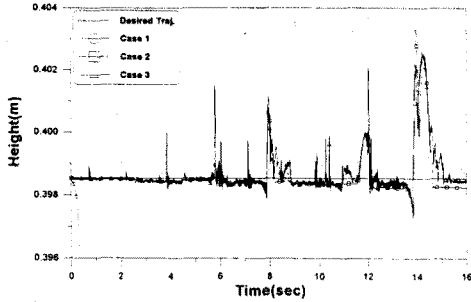
위의 해석결과들을 각 균형추의 운동, 물체 1인 힘의 운동, 그리고 각 발의 운동의 결과를 아래의 Fig에 각각 도시하였다.

모의실험에 사용된 스프링상수  $K = 3.0 \times 10^6$  N/m, 댐핑계수  $C = 3.0 \times 10^3$  Ns/m이다. 사용된 적분알고리즘은 Runge-Kutta 4차 방법을 이용하였으며, 적분간격은  $dt = 0.0001$ sec로 하여 16sec동안 수행하였다.

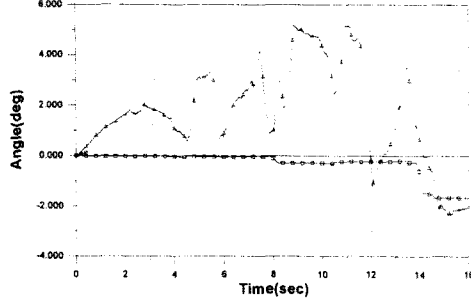
Fig. 5의 (a)와 (b)는 물체 1의 동적 거동을 나타낸다. 우선, 경우 1에서는 운동시작과 동시에 큰 오차를 가지며 운동을 표현하지 못함을 알 수 있고, 경우 3에서는 제어기의 강성으로 인하여 많은 진동이 발생함을 알 수 있다. 경우 2도 14sec 부근에서 큰 오차를 가지지만 전체적인 운동양상을 제대로 파악할 수 있다. 그리고 경우 2에서 큰 뒤틀림 운동을 하면서 운동을 함을 알 수 있다.

Fig. 5의 (c)와 (d)에서는 물체 4와 물체 7인 각 발의 높이방향의 운동을 나타낸다. 역시 경우 1에서는 왼발에서 크게 벗어나 넘어짐을 알 수 있고, 경우 2와 경우 3에서는 지면에 착지하는 순간 큰 충격력으로 인하여 떨어짐을 알 수 있다. 그리고, 경우 2에서 역시 제어기에 의한 외란이 발생함을 알 수 있다.

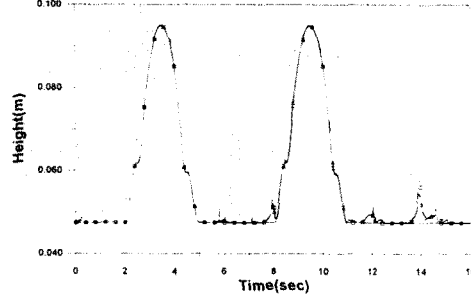
Fig. 5의 (e)와 (f)는 각 발의 운동각을 보여주고 있다. 경우 1에서는 왼발에서 큰 발산이 생성됨을 알 수 있고, 경우 3에서 경우 2보다 작은 오차를 가지는 것을 알 수 있다.



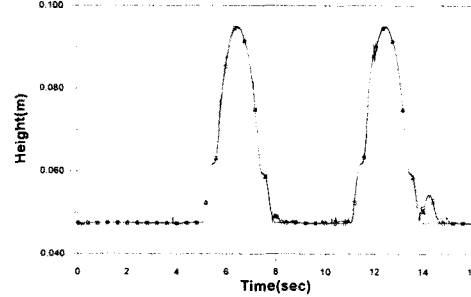
(a) Height of body 1



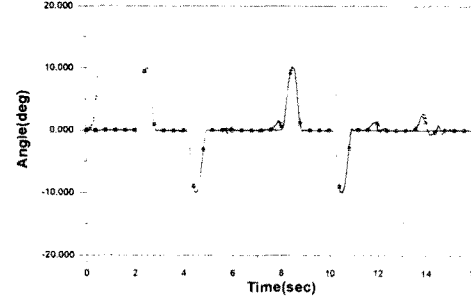
(b) Twist angle of Body 1



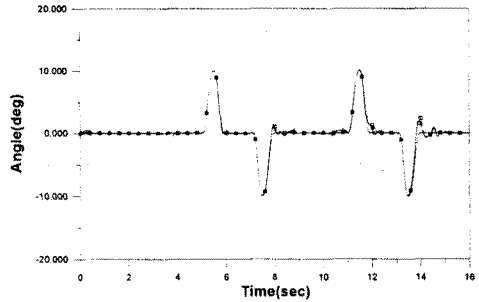
(c) Height of left foot(body 4)



(d) Height of right foot(body 7)



(e) Angle of left foot



(f) Angle of right foot

Fig. 5 Simulation results for each case

## 5. 결 론

본 논문의 모의실험은 적분오차를 최소화 하여 동적 보행에 대한 걸음새의 거동을 분석하기 위한 모의실험이었다. 본 모의실험을 통하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

(가) 구동력을 입력으로 하는 동역학 해석에서는 모의 실험 초기에 큰 적분오차로 인하여 넘어지는 현상이 발생함으로 동적 거동을 충분히 파악할 수 없었다.

(나) 적분오차를 줄이기 위한 구동구속에 의한 운동에서는 비교적 정확한 결과가 나와서 동적 거동을 분석할 수 있었다.

(다) 제어를 첨가한 경우 3에서는 비선형성을 제대로 표현하지 못하여 진동이 발생함을 알 수 있었다.

(라) 세 가지 동역학 해석을 통하여, 계획된 궤적으로는 지면과의 충돌현상이 발생할 뿐만 아니라, 운동 중 보행로봇이 직진운동을 하지 못하고 뒤틀림 현상이 발생함을 알 수 있었다. 앞으로 지면과의 충돌과 미끄러짐 현상을 제거하기 위한 연구를 해야 할 것이다.

## (참 고 문 헌)

- [1] S. S. Kim and M. J. Vanderploeg, "A General and Efficient Method for Dynamic Analysis of Mechanical Systems using Velocity Transformations", *J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 108, pp. 176-182, 1986
- [2] 박인규, 김진걸, "이족보행로봇의 동적보행과 역동역학 해석", *대한기계학회 춘계학술대회*, pp.548-555, 2000
- [3] 박인규, 김진걸, "이족보행로봇의 동적보행을 위한 혼합 위치/힘 제어", *한국정밀공학회 춘계학술대회*, pp.566-569, 2000
- [4] A. Takanishi, "Robot Biped Walking Stabilized with Trunk Motion", *Robots and Biological Systems, Towards a New Bionics*, Springer-Verlag, pp. 247-291, 1989
- [5] Y. Fujimoto, S. Obata and A. Kawamura, "Robust Biped Walking with Active Interaction Control between Foot and Ground", *Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2030-2035, 1998
- [6] 강성철, 유희희, 김문상, 이교일, "사각보행기의 고속 보행제어를 위한 동적 모델링 및 해석", *대한기계학회논문집*, 제 21권, 제5호, pp.756-768, 1997
- [7] 박정훈, 유희희, 황요하, "접촉하는 강체간의 다물체 동역학 해석", *대한기계학회논문집*, 제24권, 제2호, pp.411-420, 2000