

## 다양한 병렬 퍼지 제어기에 관한 비교 연구

손호성(孫豪盛), 권기호(權奇浩)  
성균관 대학교 전기 전자 및 컴퓨터 공학부

### The Comparison of Different Parallel Fuzzy Controllers

Ho Seung Sohn, Key Ho Kwan  
Dept. of Electrical & Computer Engineering, Sung Kyun Kwan Univ.

**Abstract** - Fuzzy controllers have a problem which is the number of rules increase exponentially, when the number of input and output increase. It makes hard to decide the rules and membership functions.

In this paper, we suggest parallel fuzzy controllers, and the method to decrease the number of rules. The excellent performance of these methods are confirmed through simulations.

#### 1. 서 론

퍼지 제어기는 퍼지 논리에 의한 제어 방법으로 복잡한 특성을 가지는 시스템에서 정량적으로 해석하기 어려울 때 효과적으로 이용되었다. 퍼지 논리는 기존 논리 체계보다 인간의 사고나 자연어의 특성과 많은 유사성을 가지고 있어서, 실 세계의 근사적이고 불확실한 현상을 기술하는데 효과적으로 이용될 수가 있다.<sup>[1]</sup>

퍼지 제어기의 핵심적인 부분은 일련의 언어적 형식의 제어규칙이며, 여기에는 퍼지 연관관계가 포함되어 있고, 퍼지 합성 규칙에 의해서 제어입력이 생성된다.

그러나 퍼지 제어기의 구성에 있어 어려운 점은 퍼지 제어기는 입출력 변수의 증가 시 규칙의 개수가 기하급수적으로 증가하게 된다는 점이다. 많은 규칙 베이스를 가지는 퍼지 제어기의 경우 퍼지 추론을 행하는데 있어 많은 시간을 요구하게 된다.

본 논문에서는 이러한 퍼지 제어기의 단점을 극복하고 자 병렬 퍼지 제어기와 케환(feed back) 및 지연(delay) 부분을 가지는 퍼지 제어기를 사용하여 퍼지 규칙 베이스의 수를 줄이는 방법을 제시하고 기존의 연구들과 비교 분석한다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 The ball and plate system

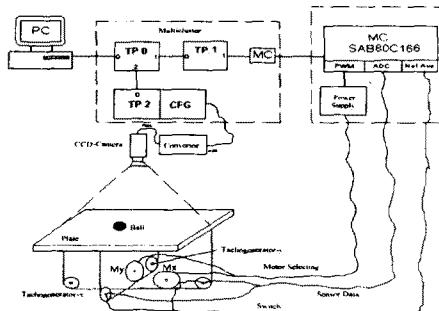


그림 2.1 The ball and plate system

그림 2.1은 시뮬레이션에 사용될 The ball and plate system이다. 60×60cm의 평판의 중앙에

universal joint를 연결한 시스템이다. 이 시스템은 두 개의 DC 모터에 연결된 연결 로프(rope)에 의해서 움직이게 된다. 이때 두 개의 potentiometer가 이 평판의 각을 측정하게 되고, 평판 위에 고정되어 있는 CCD 카메라가 2차원 상에서 공의 움직임을 측정하여 기록하게 된다. 이때 평판의 x축과 y축 각각의 움직임은 서로 독립적으로 근사화 할 수 있다.<sup>[2]</sup>

##### 2.1.1 시스템의 수학적 모델<sup>(3)</sup>

시스템에서 평판의 수학적 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i_{AI}(t) \\ \omega_{AI}(t) \end{pmatrix} = & \begin{pmatrix} -\frac{R_A}{L_A} & -\frac{c_1 u}{L_A} & 0 \\ \frac{2}{\Theta_1} & -\frac{c_{pl}}{\Theta_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{AI}(t) \\ \omega_{AI}(t) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_A} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u_{AI}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{u}{\Theta_1} \\ 0 \end{pmatrix} M_{in} \\ y_1(t) = & (0 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} i_{AI}(t) \\ \omega_{AI}(t) \\ q_1(t) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

여기서

$i_{AI}(t)$  : 전류       $q(t)$  : 전하량

$L_A$  : 인덕턴스       $\Theta'$  : 관성 모멘트

$M_{in}$  : 마찰 모멘트       $R_A$  : 저항

$c_1$  : 평판이 단위 속도를 내는데 필요한 전압

$c_{pl}$  : 관성 계수       $\omega$  : 평판의 각속도

$u$  : 평판과 모터 사이의 기어 비

시스템에서 공의 수학적 모델은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{5}{6} g \end{pmatrix} q_1(t)$$

$$x(t) = (0 \ 1) \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{pmatrix}$$

여기서

$x(t)$  : 볼의 위치

$g$  : 중력 가속도

##### 2.2 병렬 퍼지 제어기

퍼지 논리를 이용한 퍼지 제어기를 구성하는데 있어 다음과 같은 문제점이 존재하게 된다.

퍼지 제어기의 중요한 구성부인 규칙 베이스를 생성하는데 있어, 변수의 개수와 변수가 가지는 소속함수의 개수에 따라 규칙 베이스의 수가 기하급수적으로 늘어난다는 점이다. 이를 보완하기 위해서 여러 가지 형태의 퍼지 제어기 모델들이 제시되고 있다. 특히 다입력 단일 출력 (Single input Multi Output, MISO) 형태의 시스템에 사용되는 퍼지 제어기에서는 입력 변수의 증가에 따른 규칙 베이스의 기하급수적 증가를 막기 위해서 여러개의 퍼지 제어기를 함께 사용하는 병렬 퍼지 제어기, 다단(Cascade) 퍼지 제어기 등이 연구되고 있다.

본 논문에서는 병렬 퍼지 제어기를 사용하여 퍼지 제어기 하나에 사용되는 입력 변수의 수를 줄임으로써 전체 퍼지 제어 시스템의 규칙 베이스의 수를 줄일 수 있음을 보임과 동시에 지연(Delay) 및 케환(Feedback) 시스템

을 병렬 퍼지 제어기와 함께 사용함으로써 입력 변수의 소속 함수의 개수를 줄이는 방법을 연구하였다. 또한 그 결과를 보이기 위하여 일반적인 형태의 퍼지 제어기(Fuzzy Controller1, Detailed-Rule Base)와 몇 가지의 병렬 퍼지 제어기를 비교함으로써 병렬 퍼지 제어기의 특징을 보이고자 한다.

### 2.2.1 기존의 퍼지 제어기<sup>[3]</sup>

#### 2.2.1.1 퍼지 제어기 1

퍼지 제어기 1의 모델은 그림 2.1과 같이 세 개의 입력 변수( $dX, W, V$ )를 하나의 퍼지 제어기의 입력으로 하여 전압( $U$ )을 퍼지 제어기의 출력으로 하는 일반적인 퍼지 제어기의 모델이다. 단일입력 단일출력(Single Input Single Output, SISO)의 시스템인 경우 일반적으로 오차와 오차 변화량을 평가하여 퍼지 제어기의 입력으로 하여, 이 시스템의 경우 세 개의 변수를 퍼지 입력으로 사용하였다. 사용된 규칙 베이스는 245개의 규칙이 사용되었다.



그림 2.1 퍼지 제어기 1

그림 2.1에서  $dX$ 와  $V$ 는 공의 위치와 속도를 나타내며,  $W$ 는 평판의 각을 나타내는 변수이다.

#### 2.2.1.2 퍼지 제어기 2

퍼지 제어기 2의 모델은 그림 2.2과 같이 두 개의 퍼지 제어기를 병렬로 연결하여 사용하였다. 첫 번째 퍼지 제어기에는 한 개의 공의 위치 변수( $dX$ )를 가지며, 두 번째 퍼지 제어기에 공의 속도와 평판의 각( $V, W$ )을 퍼지 제어기의 입력으로 하여 각각의 출력 전압( $U_1, U_2$ )의 합을 퍼지 제어기의 출력으로 하는 모델이다. 첫 번째 퍼지 제어기의 경우 입력 변수( $dX$ )가 7개의 소속 함수를 가짐으로써 7개의 규칙 베이스가 필요하게 되며, 두 번째 퍼지 제어기의 경우 각각의 입력 변수( $W, V$ )가 7개씩의 소속 함수를 가짐으로써 49개의 규칙 베이스가 사용된다.

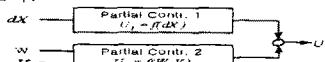


그림 2.2 퍼지 제어기 2

#### 2.2.1.3 퍼지 제어기 3

퍼지 제어기 3의 모델은 그림 2.3과 같이 한 개의 퍼지 제어기의 입력으로 네 개의 입력( $dX, W, V, U_{old}$ )을 사용하여 퍼지 연산을 통해 나온 퍼지 출력( $\Delta U$ )에 지연을 거쳐 나온 계획한 값 전압( $U_{old}$ )를 합한 것을 퍼지 출력으로 사용하는 퍼지 제어기 모델이다. 위치 변수( $dX$ )와 전압( $U_{old}$ )는 3개의 소속 함수를 가지고 있으며, 각도( $W$ )와 속도( $V$ )는 2개의 소속 함수를 가진다. 따라서 총 35개의 규칙 베이스가 사용되었다.<sup>[15]</sup> 이 경우 계획 및 지연 시스템을 사용함으로써 입력 변수의 수는 증가되어 같은 수의 입력 변수를 갖는 퍼지 제어기에 비해서 규칙 베이스의 수가 늘어나는 단점이 있으나, 각 입력변수의 소속함수의 개수를 줄임으로서 기존의 퍼지 제어기보다 많은 양의 규칙 베이스의 수를 줄일 수 있는 장점이 있다.<sup>[4]</sup>

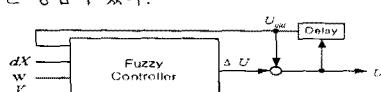


그림 2.3 퍼지 제어기 3

### 2.2.2 제안하는 퍼지 제어기

#### 2.2.2.1 퍼지 제어기 4

퍼지 제어기 4의 모델은 그림 2.4과 같이 병렬 퍼지 제어기를 여러개 사용한 형태이다. 위치 퍼지 제어기에는 현재의 위치와 지연(delay)된 전압값을 입력 받아 퍼지 연산을 통해서 출력( $U_p$ )값을 결정한다. 두 번째 각 퍼지 제어기에는 현재의 각과 지연된 전압값을 입력 받아 퍼지 연산을 통해서 출력( $U_a$ )값을 결정하고, 세 번째 퍼지 제어기인 속도 퍼지 제어기의 경우 현재의 속도와 지연된 전압값을 받아 퍼지 연산을 통해서 출력( $U_v$ )값을 결정한다. 이러한 과정으로 연산된 각각의 퍼지 출력값의 합을 최종 퍼지 제어기의 출력값( $U$ )으로 한다. 각각의 지연된 전압과 위치, 각, 속도 변수에 대한 소속 함수의 개수는 3개씩을 사용한다. 따라서 각각의 퍼지 제어기마다 9개의 규칙 베이스를 가지게 된다. 이 퍼지 제어기의 경우 한 개의 입력 변수가 추가되면 1개의 퍼지 제어기와 9개의 규칙 베이스만이 증가하게 됨으로써 퍼지 제어기가 가지는 입력 변수의 증가에 따른 규칙 베이스가 기하급수적 증가를 막을 수 있다.

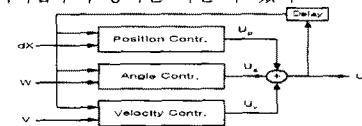


그림 2.4 퍼지 제어기 4

#### 2.2.2.2 퍼지 제어기 5

퍼지 제어기 5의 모델은 그림 2.5와 같이 구성되어 있다. 퍼지 제어기 2와 퍼지 제어기 3의 장점을 따와서 만든 형태로서 지연과 궤환 시스템을 가지는 퍼지 제어기이지만 이 입력값을 하나의 퍼지 제어기에 모두 입력 시키지 않고  $dX$ 와  $U$ 를 하나의 퍼지 제어기 입력으로 백하고,  $W$ 와  $V$ 를 다른 퍼지 제어기의 입력으로 취합으로써 입력 변수가 증가함에 따른 규칙 베이스의 기하 급수적 증가를 막았다. 또한 중요 변수인  $dX$ 의 소속 함수를  $U$ 값을 궤환 시켜 같이 퍼지 연산을 함으로써 소속 함수의 개수를 줄일 수 있다. 각 변수마다 3개의 소속 함수를 사용하였고, 총 18개의 규칙 베이스를 사용하였다.

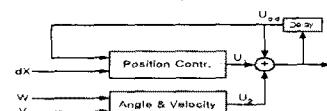


그림 2.5 퍼지 제어기 5

### 3. 시뮬레이션

$x$ 축과  $y$ 축이 각각 독립적으로 균사화 될 수 있으므로, 시뮬레이션에서는  $x$ 축만을 고려하여 실험하였다.

실험 1에서는 그림 6.1과 같이  $t=0$ 에서  $x$ 축상의 0.0의 지점에서 출발한 공이 0.3의 지점에 정지(steady state)하는 것을 시뮬레이션의 목적으로 하였다.

실험 2에서는 그림 6.2와 같이  $t=0$ 에서  $x$ 축상의 0.0의 지점에서 출발한 공이  $t=4$ 까지는 0.3의 지점에 정지하고 있다가 0.5의 위치로 이동하여  $t=7$ 의 시점까지 정지하고 다시  $t=7$ 에서 0.2의 위치로 이동하여 정지하는 실험을 하였다.

시뮬레이션에 사용한 평판의 수학적 모델<sup>[3]</sup> :

$$\begin{vmatrix} i_{11}(t) \\ \dot{\omega}_n(t) \\ q(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -800 & -1200 & 0 \\ 28 & -0.84 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ \omega_n(t) \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{1}{L_A} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} u_{A1}(t)$$

$$y_1(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{A1}(t) \\ \omega_{n1}(t) \\ q_1(t) \end{pmatrix}$$

평판의 전달 함수

$$G_p(s) = \frac{2800}{s(s+45)(s+755)}$$

공의 전달 함수

$$G_k = \frac{7}{s^2}$$

### 3.1 실험 결과

그림 3.1과 그림 3.2는 다섯 가지 퍼지 제어기에 대한 실험 결과를 나타낸 것이다.

퍼지 제어기 1(Detailed Rule-Based)의 경우 245개의 규칙 베이스를 사용하게 되고, 퍼지 제어기 2의 경우 56개의 규칙 베이스를 사용하지만 시뮬레이션 결과에서 나타나듯이 두 퍼지 제어기의 응답은 비슷하게 나타난다. 이것을 통해서 우리는 입력 변수가 많은 경우 병렬 퍼지 제어기를 사용함으로써 규칙 베이스의 수를 줄일 수 있는 좋은 모델임을 알 수 있다. 또한 퍼지 제어기 3의 경우 궤환 및 지연 모델을 사용함으로 인해 소속 함수의 개수를 줄이면서도 일반적인 퍼지 제어기의 성능보다 좋은 제어 결과를 얻어낼 수 있음을 보여준다.<sup>[3]</sup>

퍼지 제어기 4의 경우 퍼지 제어기 3의 궤환 모델과 퍼지 제어기 2의 병렬 처리 모델을 사용함으로써 퍼지 제어시 필요한 규칙 베이스의 수를 줄임과 동시에 한 개의 입력 변수에 필요한 소속 함수의 수를 줄임으로써 27개의 규칙 베이스만을 사용하여도 일반 퍼지 제어기 보다 뛰어난 성능을 보임을 알 수 있다. 또한 퍼지 제어기 4의 모델과 같은 제어기의 사용시 입력 변수가 증가하는 시스템의 경우에도 입력 변수 한 개 증가시마다 9개의 규칙 함수만을 증가키면 됨으로 입력 변수의 증가에 따른 규칙 베이스의 기하급수적 증가를 막을 수 있는 장점을 가지고 있다.

퍼지 제어기 5의 경우에는 퍼지 제어기 2와 퍼지 제어기 3의 장점을 결합해서 만든 형태로서, 퍼지 제어기 2에서 사용되지 않은 궤환 및 지연 시스템을 사용함으로써, 입력 변수는 퍼지 제어기 2와 비교해서 한 개가 증가한 형태이지만 전체 규칙 베이스는 56개에서 18개로 줄어들었음을 알 수 있다. 또한 제어 결과에서도 퍼지 제어기 4와 비슷한 성능을 보임으로써 궤환 및 지연 시스템을 사용하면 퍼지 제어기를 사용할 때 작은 소속 함수로써 좋은 성능을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

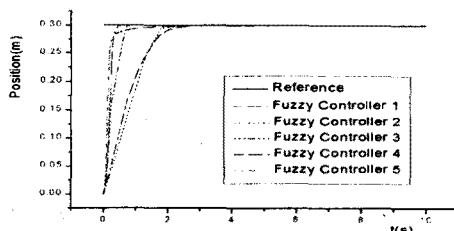


그림 3.1 각 퍼지 제어기의 결과 비교(실험 1)

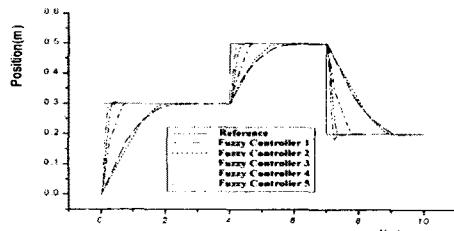


그림 3.2 각 퍼지 제어기의 결과 비교(실험 2)

### 3. 결론

현재까지 많은 학자들에 의해 정량적인 해석인 어려운 시스템에서 좋은 성능을 보이는 퍼지 제어기가 연구되어 왔다. 하지만 이러한 퍼지 제어기도 문제점을 가지고 있다.

문제점의 해결을 위하여 본 논문에서는 병렬 퍼지 제어기와 궤환 및 지연 시스템을 연구했다. 병렬 퍼지 제어기를 사용함으로써 전체 제어기에 사용될 규칙 베이스의 수를 줄이면서도 일반적인 퍼지 제어기에 비해서 성능 면에선 뒤지지 않는다는 것을 알 수 있었다. 또한 입력 변수의 수가 증가하더라도 여러개의 퍼지 제어기를 사용함으로써 규칙 베이스의 기하급수적 증가를 막을 수 있음을 보였다. 궤환 및 지연 시스템의 사용은 규칙 베이스의 수를 직접적으로 줄일 수는 없지만 입력 변수의 소속 함수의 수를 줄이고도 좋은 결과를 얻어낼 수 있게 함으로써 간접적으로 규칙 베이스의 수를 줄이는 방법으로 사용될 수 있음을 보였다.

향후에 연구되어야 할 과제로서 퍼지 제어기 4의 모델에서 입력으로 사용되는 전압값과 각 입력 변수와의 상관관계에 대한 연구를 통하여 전체 규칙베이스의 수와 연산 속도를 줄여가는 방법에 대한 연구가 필요할 것이다. 그리고 현재 x-y축에 대한 공의 움직임을 근사적으로 독립화 하여 실험하였으나, x-y축 모터의 움직임에 따른 영향력을 고려하여 x-y축을 동시에 최적화 하는 방법에 대한 연구가 필요할 것이다. 또한 4개 이상의 입력을 가진 시스템에 적용해 볼으로써 논문에서 제시하고 있는 퍼지 제어기의 성능을 평가해보아야 할 것이다.

### (참 고 문 헌)

- [1] 이광렬, 오길록 “퍼지 이론 및 응용 II권” 홍릉과학출판사 p5-4 1992
- [2] Ludemann J., Rebeschieb S., “Comparison of Different Fuzzy Control Approaches for A Ball and Plate System.” EUFIT ’98., 1998
- [3] Ludemann J., “Fuzzy-Regelung einer Kugel auf dem Balanciertisch,” TU Berlin, Fachgebiet Regelungstechnik und Systemdinamik, Diplomarbeit, Berlin, 1997
- [4] Rebeschieb S., “Kugel auf einem Balanciertisch.” TU Berlin, Institut fur Meb und Automatisierungstechnik. Institusbericht Nr. 181, Berlin, 1996